



40

Valentin Förster

**Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und
Mauerwerksdruckglieder bei zweiachsig
exzentrischer Beanspruchung**

DISSERTATION

Heft 40

Darmstadt 2018

Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung

Vom Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

von

Valentin Förster M.Sc.

aus
Würzburg

D 17

Darmstadt 2018

Referent: Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Wirt. Ing. Oliver Fischer

Tag der Einreichung: 15. November 2017

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Februar 2018

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Anschrift:

Institut für Massivbau
Franziska-Braun-Str. 3
64287 Darmstadt

<https://www.massivbau.tu-darmstadt.de>

Förster, Valentin:

Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder
bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung

1. Online-Ausgabe Darmstadt

Dissertation // Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt; Heft 40

ISBN 978-3-942886-17-8

urn:nbn:de:tuda-tuprints-84500

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar:

<https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/8450>

Veröffentlicht nach UrhG.

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau der Technischen Universität Darmstadt.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner danke ich aufrichtig für seine Unterstützung, das mir entgegengebrachte Vertrauen sowie seiner ansteckenden Begeisterung für das Bauingenieurwesen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Wirt. Ing. Oliver Fischer danke ich für das Interesse an meiner Arbeit und für die Übernahme des Korreferates.

Der Wienerberger GmbH danke ich für die zur Verfügung gestellten Ziegel.

Bei Herrn Dominik Müller M.Sc. bedanke ich mich für den wissenschaftlichen Disput, insbesondere zur Zuverlässigkeitstheorie sowie der kritischen Durchsicht des Manuskriptes. Für letzteres bedanke ich mich gleichermaßen bei den Herren Benjamin Purkert M.Sc., Redouan El Ghadioui M.Sc. und bei meinem Onkel Dipl.-Verww. (FH) Jörg Linden.

Außerdem bedanke ich mich sehr herzlich bei meinen Kolleginnen und Kollegen für die in beruflicher und privater Hinsicht sehr angenehme Zeit am Institut, die mir stets in freudiger Erinnerung bleiben wird.

Mein Dank richtet sich auch an meine Eltern für die mir eröffneten Möglichkeiten und die stete Unterstützung in all den Jahren.

Meiner lieben Frau Martina danke ich ebenso für die Durchsicht des Manuskriptes. Darüber hinaus danke ich Ihr für den notwendigen Rückhalt der zum Gelingen dieser Arbeit beitrug.

Darmstadt, Februar 2018

Valentin Förster

ZUSAMMENFASSUNG

Druckglieder, wie Stützen und Wände, dienen primär zum vertikalen Lastabtrag und erfahren Biegemomente infolge der Verdrehungen angrenzender Bauteile wie Decken oder Unterzüge. Sofern Verdrehungen um zwei Achsen auftreten oder das Druckglied neben einer einachsigen Biegung um die schwache Achse als Teil des Aussteifungssystems durch horizontale Kräfte in Richtung der starken Achse beansprucht wird, wirken Biegemomente um zwei Achsen. Obwohl unbewehrte Druckglieder aus Beton und Mauerwerk nennenswerte Biegemomente abtragen können, liegt für die Ermittlung der Tragfähigkeit bei schiefer Biegebeanspruchung kein adäquates Berechnungsverfahren vor.

Um die bestehenden Tragfähigkeitspotenziale unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder mit rechteckigem Querschnitt nutzen zu können, wird ein nichtlineares Berechnungsmodell zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Tragfähigkeit entwickelt und in ein praxisgerechtes Bemessungsverfahren überführt. Grundlagen dafür sind systematisch aufeinander aufbauende Analysen zur Querschnittstragfähigkeit, -krümmung und Systemtragfähigkeit, wobei unterschiedliche Werkstoffverhalten ebenso berücksichtigt werden wie die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung für schlanke Druckglieder.

ABSTRACT

Compression members, such as columns or walls, mainly have to carry vertical loads. In addition, they experience bending moments due to the rotation of adjacent components, such as slabs or beams. If rotations occur about two axes or the compression member is, in addition to a uniaxial bending moment about the weak axis, part of the bracing system and therefore loaded with horizontal forces in direction of the strong axis, bending moments about two axes arise. Although unreinforced compression members made of concrete and masonry can resist considerable bending moments, an adequate calculation method for the determination of the load-carrying capacity in case of biaxial bending does not exist.

In order to use the existing load-carrying capabilities of unreinforced concrete and masonry compression members with a rectangular cross-section, a non-linear calculation model is developed for the realistic derivation of the load-carrying capacity and transferred into a design method for practical application. The model is based on systematic analyses of the load-carrying capacity of the cross-section, the curvature and the load-carrying capacity of the system. Herein, different material behaviours are taken into account as well as the effects of second order theory for slender compression members.

INHALTSVERZEICHNIS

Formelzeichen und Variablen.....	V
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation	1
1.2 Zielsetzung	3
1.3 Vorgehensweise.....	3
2 Werkstoffverhalten von Beton und Mauerwerk	5
2.1 Einführung	5
2.2 Beton.....	6
2.2.1 Grundlagen	6
2.2.2 Ausgangsstoffe – Zement, Gesteinskörnung, Betonzusatzmittel und -stoffe...6	
2.2.3 Tragverhalten unter einachsialer Druckbeanspruchung	7
2.2.4 Tragverhalten unter Zug- und Biegezugbeanspruchung	11
2.3 Mauerwerk.....	13
2.3.1 Grundlagen	13
2.3.2 Ausgangsstoffe – Mauersteine und Mauermörtel.....	13
2.3.3 Tragverhalten unter einachsialer Druckbeanspruchung	16
2.3.4 Tragverhalten unter Zug- und Biegezugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge.....	20
2.4 Modellierung der einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung.....	23
2.4.1 Grundlagen	23
2.4.2 Normierte einachsiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung	23
2.4.3 Vorgeschlagener Ansatz der Werkstoffkennwerte	25
2.5 Zusammenfassung	28
3 Analyse ausgewählter Berechnungs- und Bemessungsverfahren	29
3.1 Einführung	29
3.2 Historische Entwicklung	32
3.2.1 Querschnittstragfähigkeit.....	32
3.2.2 Systemtragfähigkeit	35

3.3	Analyse ausgewählter Berechnungsverfahren.....	38
3.3.1	Grundlagen	38
3.3.2	Berechnungsverfahren für Druckglieder bei einachsiger Biegebeanspruchung.....	39
3.3.3	Berechnungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung.....	47
3.3.4	Vergleich der Berechnungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung.....	57
3.4	Normative Bemessungsverfahren.....	59
3.4.1	Grundlagen	59
3.4.2	Druckglieder aus Beton	59
3.4.3	Druckglieder aus Mauerwerk	64
3.4.4	Vergleich normativer Bemessungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung.....	72
3.5	Zusammenfassung	73
4	Nichtlineares Berechnungsmodell.....	75
4.1	Einführung	75
4.2	Querschnittstragfähigkeit.....	77
4.2.1	Grundlagen	77
4.2.2	Linear-elastisches Werkstoffverhalten	79
4.2.3	Starr-plastisches Werkstoffverhalten.....	95
4.2.4	Nichtlineares Werkstoffverhalten.....	103
4.3	Querschnittskrümmung	107
4.3.1	Grundlagen	107
4.3.2	Linear-elastisches Werkstoffverhalten	109
4.3.3	Nichtlineares Werkstoffverhalten.....	119
4.4	Systemtragfähigkeit	121
4.4.1	Grundlagen	121
4.4.2	Linear-elastisches Werkstoffverhalten	125
4.4.3	Nichtlineares Werkstoffverhalten.....	154
4.4.4	Weitere mögliche Versagensmodi.....	160
4.5	Experimentelle Verifizierung	165
4.5.1	Grundlagen	165
4.5.2	Querschnittstragfähigkeit.....	165
4.5.3	Systemtragfähigkeit	172
4.6	Zusammenfassung	177

5	Nichtlineares Bemessungsverfahren.....	179
5.1	Einführung	179
5.2	Vorschlag eines nichtlinearen Bemessungsverfahrens.....	181
5.2.1	Grundlagen	181
5.2.2	Approximation der Systemtragfähigkeit	184
5.2.3	Verifizierung der Approximation der Systemtragfähigkeit.....	187
5.2.4	Modellbildung bei unterschiedlichen Exzentrizitäten an Kopf und Fuß	193
5.3	Berücksichtigung des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzepts	196
5.3.1	Grundlagen	196
5.3.2	Bemessungswerte der Druckfestigkeit	196
5.3.3	Modifizierung des γ_R -Verfahrens	197
5.3.4	Überprüfung der normenkonformen Bemessung mit dem modifizierten γ_R -Verfahren	202
5.4	Nichtlineare Bemessung auf Basis normativer Verfahren	206
5.4.1	Grundlagen	206
5.4.2	Druckglieder aus Beton	207
5.4.3	Druckglieder aus Mauerwerk	210
5.5	Vorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit.....	215
5.6	Zusammenfassung	217
6	Resümee und Ausblick.....	219
6.1	Resümee	219
6.2	Ausblick.....	222
7	Literaturverzeichnis.....	223

FORMELZEICHEN UND VARIABLEN

Die Bezeichnung der Formelzeichen und Variablen erfolgt in Anlehnung an die Bemessungsnormen DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1996-1-1 (2010). Für voneinander abweichende Bezeichnungen zwischen den beiden Normen erfolgen einheitliche Definitionen. Nicht aufgeführte Formelzeichen und Variablen sind von untergeordneter Bedeutung und werden im Text erwähnt. Allgemein zeigen die hochgestellten Indexe ^I oder ^{II} an, ob die Größe einer Berechnung nach Theorie I. oder II. Ordnung entspricht.

Lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
A ₀	spannungsfreie Querschnittsfläche infolge von Überschreitung der Bruchstauchung
A _i	Hilfsrechenwerte i
b	Querschnittsbreite
b ₀	spannungsfreie Querschnittsbreite infolge von Überschreitung der Bruchstauchung
b ₁	Hilfsrechengröße in Querschnittsbreitenrichtung
b _c	überdrückte Querschnittsbreite
b _{c,lin} ; b _{1,c,lin} ; b _{2,c,lin}	überdrückte Querschnittsbreiten bei linear-elastischem Werkstoffverhalten
b _{c,pl} ; b _{1,c,pl} ; b _{2,c,pl}	überdrückte Querschnittsbreiten bei starr-plastischem Werkstoffverhalten
b _{red}	rechnerisch reduzierte Querschnittsbreite
C	Integrationskonstante in y- und z-Richtung
C _y ; C _z	Integrationskonstante in y- bzw. z-Richtung
E ₀	Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul
E _{c0m}	mittlerer Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul
E _{c0R}	rechnerischer Mittelwert des Elastizitätsmoduls als Ursprungsmodul
E _{c0Rmod}	modifizierter rechnerischer Mittelwert des Elastizitätsmoduls als Ursprungsmodul
E _{cm}	mittlerer Elastizitätsmodul als Sekantenmodul
E _d	Bemessungswert der Einwirkungen

Formelzeichen und Variablen

$EI_{y,sec}; EI_{z,sec}$	Biegesteifigkeit um die y- bzw. z-Achse als Sekantensteifigkeit
$e_{y,o}; e_{z,o}$	Exzentrizität am Kopf in y- bzw. z-Richtung
$e_{y,u}; e_{z,u}$	Exzentrizität am Fuß in y- bzw. z-Richtung
$e_y; e_z$	Exzentrizität in y- bzw. z-Richtung
f_b	normierte Druckfestigkeit eines Mauersteins
f_c	Druckfestigkeit
f_{cd}	Bemessungswert der Druckfestigkeit
$f_{cd,EC2}$	Bemessungswert der Druckfestigkeit nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013)
$f_{cd,EC6}$	Bemessungswert der Druckfestigkeit nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012)
f_{ck}	charakteristische Druckfestigkeit
f_{cm}	mittlere Druckfestigkeit
f_{cR}	rechnerischer Mittelwert der Druckfestigkeit
f_{cRmod}	modifizierter rechnerischer Mittelwert der Druckfestigkeit
f_m	Druckfestigkeit des Mauermörtels
f_t	Zug- und Biegezugfestigkeit
f_{tk}	charakteristische Zug- und Biegezugfestigkeit
f_{tm}	mittlere Zug- und Biegezugfestigkeit
f_u	Druckfestigkeit im Bruchzustand
G	Schubmodul
G_0	Schubmodul als Ursprungsmodul
G_F	Bruchenergie
G_m	mittleres Schubmodul als Sekantenmodul
G_{rech}	rechnerischer Schubmodul
h	Druckgliedhöhe
H	Horizontalkraft
$h_{ef,y}; h_{ef,z}$	Knicklänge in y- bzw. z-Richtung
$I_y; I_z$	Flächenträgheitsmoment 2. Grades um die y- bzw. z-Achse
k_0	normierter Ursprungsmodul
K_E	Kennzahl zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls

M	Biegemoment
$M_{E,y}; M_{E,z}$	einwirkendes Biegemoment um die y- bzw. z-Achse
$M_{Ed,y}; M_{Ed,z}$	Bemessungswert des einwirkenden Biegemomentes um die y- bzw. z-Achse
$M_{R,y}; M_{R,z}$	aufnehmbares Biegemoment um die y- bzw. z-Achse
$M_{Rd,y}; M_{Rd,z}$	Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemomentes um die y- bzw. z-Achse
$M_y; M_z$	Biegemoment um die y- bzw. z-Achse
N	Drucknormalkraft
N_{crit}^{II}	Eulersche Verzweigungslast
N_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft
N_R	Normalkrafttragfähigkeit auf Querschnitts- oder Systemebene
R_{cR}	rechnerischer Mittelwert des Tragwiderstands
R_{cRmod}	modifizierter rechnerischer Mittelwert des Tragwiderstands
R_d	Bemessungswert des Tragwiderstands
S_A	Schwerpunkt der überdrückten Fläche
S_σ	Schwerpunkt der Spannung und der Normalkraft
t	Querschnittsdicke
t_0	spannungsfreie Querschnittsdicke infolge von Überschreitung der Bruchstauchung
t_1	Hilfsrechengröße in Querschnittsdickenrichtung
t_c	überdrückte Querschnittsdicke
$t_{c,lin}; t_{1,c,lin}; t_{2,c,lin}$	überdrückte Querschnittsdicke bei linear-elastischem Werkstoffverhalten
$t_{c,pl}; t_{1,c,pl}; t_{2,c,pl}$	überdrückte Querschnittsdicke bei starr-plastischem Werkstoffverhalten
t_{red}	rechnerisch reduzierte Querschnittsdicke
t_u	Querschnittsdicke parallel zur u-Achse
$t_{u,max}$	maximale Querschnittsdicke parallel zur u-Achse
$W_y; W_z$	Widerstandsmoment um die y- bzw. z-Achse

Griechische Buchstaben

α_0	geometrischer Völligkeitsgrad
α_{cc}	Dauerstandsfaktor für bewehrte Bauteile
$\alpha_{cc,pl}$	Dauerstandsfaktor für unbewehrte Bauteile
α_G	Faktor zur rechnerischen Abminderung des Schubmoduls
γ_C	Teilsicherheitsbeiwert für Beton
$\gamma_{C,pl}$	zusätzlicher Teilsicherheitsbeiwert für unbewehrte Betonbauteile
γ_{glob}	globaler Sicherheitsbeiwert für Einwirkungs- und Widerstandsseite
γ_M	Teilsicherheitsbeiwert für Mauerwerk
γ_R	Teilsicherheitsbeiwert für den Systemwiderstand
$\gamma_{R,m}$	globaler Sicherheitsbeiwert für die Widerstandsseite bei Berechnung mit Mittelwerten
$\gamma_{R,m,mod}$	auf Basis von Mittelwerten rückgerechneter globaler Sicherheitsbeiwert für die Widerstandsseite bei Berechnung mit modifizierten rechnerischen Mittelwerten
δ	Verhältnis der Schlankheiten
$\Delta e_y^{\text{II}}, \Delta e_z^{\text{II}}$	zusätzliche Exzentrizität respektive Verformung in y- bzw. z-Richtung
$\Delta \kappa_y^{\text{II}}, \Delta \kappa_z^{\text{II}}$	zusätzliche Krümmung um die y- bzw. z-Achse infolge der Verformung
ε	Stauchung
ε_f	Stauchung bei Höchstdruckspannung
ε_{fRmod}	modifizierte rechnerische Stauchung bei Höchstdruckspannung
ε_i	Stauchung an der Querschnittsecke i
ε_t	Dehnung
ε_{tf}	Dehnung bei Höchstzugspannung
ε_{tu}	Dehnung im Bruchzustand bei Zugbeanspruchung
ε_u	Stauchung im Bruchzustand
ζ	Dauerstandsfaktor für Mauerwerk
η	bezogene Stauchung
η_i	bezogene Stauchung der Querschnittsecke i
η_{max}	maximale bezogene Stauchung

η_{tf}	bezogene Dehnung bei Höchstzugspannung
η_{tu}	bezogene Dehnung im Bruchzustand bei Zugbeanspruchung
η_u	bezogene Stauchung im Bruchzustand
$\kappa_y; \kappa_z$	Krümmung um die y- bzw. z-Achse
$\kappa_{I,y}; \kappa_{II,y}; \kappa_{III,y}; \kappa_{IV,y}; \kappa_{V,y}; \kappa_{I,z}; \kappa_{II,z}; \kappa_{III,z}; \kappa_{IV,z}; \kappa_{V,z}$	Krümmung um die y- bzw. z-Achse der Fälle I bis V
$\kappa_{\Phi,y}; \kappa_{\Phi,z}$	normierte Krümmung um die y- bzw. z-Achse
$\kappa_{\Phi,I,y}; \kappa_{\Phi,II,y}; \kappa_{\Phi,III,y}; \kappa_{\Phi,IV,y}; \kappa_{\Phi,V,y}; \kappa_{\Phi,I,z}; \kappa_{\Phi,II,z}; \kappa_{\Phi,III,z}; \kappa_{\Phi,IV,z}; \kappa_{\Phi,V,z}$	normierte Krümmung um die y- bzw. z-Achse der Fälle I bis V
$\max \kappa_{\Phi,I,y}; \max \kappa_{\Phi,II,y}; \max \kappa_{\Phi,III,y}; \max \kappa_{\Phi,IV,y}; \max \kappa_{\Phi,V,y}$	maximale normierte Krümmung um die y-Achse der Fälle I bis V
$\max \kappa_{\Phi,I,z}; \max \kappa_{\Phi,II,z}; \max \kappa_{\Phi,III,z}; \max \kappa_{\Phi,IV,z}; \max \kappa_{\Phi,V,z}$	maximale normierte Krümmung um die z-Achse der Fälle I bis V
λ	normierte Schlankheit in y- und z-Richtung
$\lambda_y; \lambda_z$	normierte Schlankheit in y- bzw. z-Richtung
$\lambda_{y,lim}$	normierte Grenzschlankheit in y-Richtung beim Übergang vom Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung zum Stabilitätsversagen
$\lambda_{y,I,lim}; \lambda_{y,II,lim}; \lambda_{y,III,lim}; \lambda_{y,IV,lim}; \lambda_{y,V,lim}; \lambda_{z,I,lim}; \lambda_{z,II,lim}; \lambda_{z,III,lim}; \lambda_{z,IV,lim}; \lambda_{z,V,lim}$	normierte Grenzschlankheit in y- bzw. z-Richtung beim Übergang vom Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung zum Stabilitätsversagen der Fälle I bis V
$\mu_y; \mu_z$	normiertes Biegemoment um die y- bzw. z-Achse
ν	Poissonzahl
σ_{crit}^{II}	kritische Druckversagensspannung
σ_c	Druckspannung
σ_i	Druckspannung an der Querschnittsecke i
$\sigma_{m,max}$	maximale mittlere Druckspannung
σ_t	Zugspannung
Φ	normierte Drucknormalkraft
Φ_{crit}^{II}	normierte Eulersche Verzweigungslast

Formelzeichen und Variablen

$\Phi_{R,I,QS,c}^{II}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit beim Querschnittsversagen infolge Druckspannungsversagen nach Theorie II. Ordnung im Fall I
$\Phi_{R,I,QS,t}^{II}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit beim Querschnittsversagen infolge Biegezugspannungsversagen nach Theorie II. Ordnung im Fall I
$\Phi_{R,I,QS}^{II}; \Phi_{R,II,QS}^{II}; \Phi_{R,III,QS}^{II}; \Phi_{R,IV,QS}^{II}; \Phi_{R,V,QS}^{II}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit beim Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung der Fälle I bis V
$\Phi_{R,I,St}^{II}; \Phi_{R,II,St}^{II}; \Phi_{R,III,St}^{II}; \Phi_{R,IV,St}^{II}; \Phi_{R,V,St}^{II}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit beim Stabilitätsversagen der Fälle I bis V
Φ_E	normierte einwirkende Normalkraft
Φ_{Ed}	Bemessungswert der normierten einwirkenden Normalkraft
Φ_R	normierte Normalkrafttragfähigkeit auf Querschnitts- oder Systemebene
$\Phi_{R,I}; \Phi_{R,II}; \Phi_{R,III}; \Phi_{R,IV}; \Phi_{R,V}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit der Fälle I bis V
$\Phi_{R,I,c}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit im Fall I infolge von Druckversagen
$\Phi_{R,I,t}$	normierte Normalkrafttragfähigkeit im Fall I infolge von Biegezugversagen
Φ_{Rd}	Bemessungswert der normierten Normalkrafttragfähigkeit
$\Phi_{Rd,y}; \Phi_{Rd,z}$	Bemessungswert der normierten Normalkrafttragfähigkeit bei ausschließlich exzentrischer Beanspruchung in y- bzw. z-Richtung
$\varphi_y; \varphi_z$	Krümmungsradius um die y- bzw. z-Achse
ψ	Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten von z- zur y-Richtung
Ψ_n	normiertes Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten von z- zur y-Richtung
Ω	Korrekturfaktor

Definitionen ausgewählter bezogener Größen

$k_0 = \frac{E_0 \cdot \varepsilon_f}{f_c}$	normierter Ursprungsmodul
$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f}$	bezogene Stauchung
$\left \frac{f_t}{f_c} \right $	Betrag der bezogenen Zug- und Biegezugfestigkeit
$\frac{e_y}{t}$	bezogene Exzentrizität in y-Richtung
$\frac{e_z}{b}$	bezogene Exzentrizität in z-Richtung
$\psi = \frac{\frac{e_z}{b}}{\frac{e_y}{t}} = \frac{e_z \cdot t}{e_y \cdot b}$	Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten
$\frac{h_{ef,y}}{t}$	Schlankheit in y-Richtung
$\frac{h_{ef,z}}{b}$	Schlankheit in z-Richtung
$\lambda_y = \frac{h_{ef,y}}{t} \cdot \sqrt{\varepsilon_f}$	werkstoffnormierte Schlankheit in y-Richtung
$\lambda_z = \frac{h_{ef,z}}{b} \cdot \sqrt{\varepsilon_f}$	werkstoffnormierte Schlankheit in z-Richtung
$\delta = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} = \frac{h_{ef,y} \cdot b}{h_{ef,z} \cdot t}$	Verhältnis der Schlankheiten
$\kappa_{\Phi,y} = \frac{\kappa_y}{\Phi} \cdot \frac{b \cdot k_0}{\varepsilon_f}$	werkstoff- und normalkraftnormierte Krümmung um die y-Achse
$\kappa_{\Phi,z} = \frac{\kappa_z}{\Phi} \cdot \frac{t \cdot k_0}{\varepsilon_f}$	werkstoff- und normalkraftnormierte Krümmung um die z-Achse
$\Phi = \frac{N}{b \cdot t \cdot f_c}$	normierte Normalkraft
$\mu_y = \frac{M_y}{b^2 \cdot t \cdot f_c} = \Phi \cdot \frac{e_z}{b}$	normiertes Biegemoment um die y-Achse
$\mu_z = \frac{M_z}{b \cdot t^2 \cdot f_c} = \Phi \cdot \frac{e_y}{t}$	normiertes Biegemoment um die z-Achse

1 EINLEITUNG

1.1 Problemstellung und Motivation

Stützen oder Wände sind Druckglieder, die primär dem vertikalen Lastabtrag dienen. Zudem werden Druckglieder infolge der Durchbiegungen angrenzender Bauteile, wie Decken oder Balken, durch Biegemomente beansprucht. Sofern Verdrehungen der angrenzenden Bauteile in zwei Richtungen auftreten oder das Druckglied Teil der Gebäudeaussteifung ist und zusätzlich zu einer Biegung um die schwache Achse somit auch Horizontalkräfte in Richtung der starken Achse erfährt, sind neben der vertikalen Normalkraft auch Biegemomente um zwei Achsen zu berücksichtigen. Diese schiefe Biegebeanspruchung kann durch eine zweiachsig exzentrisch wirkende Drucknormalkraft abgebildet werden. Auch zweiachsig exzentrisch eingeleitete Auflagerkräfte aus anderen Bauteilen oder unterschiedliche Spannweiten von zweiachsig gespannten Flachdecken können Biegemomente um zwei Achsen verursachen. Beispielhafte Beanspruchungen durch die Verformungen der angrenzenden Bauteile um die schwache und starke Achse sind in Abbildung 1-1 dargestellt.

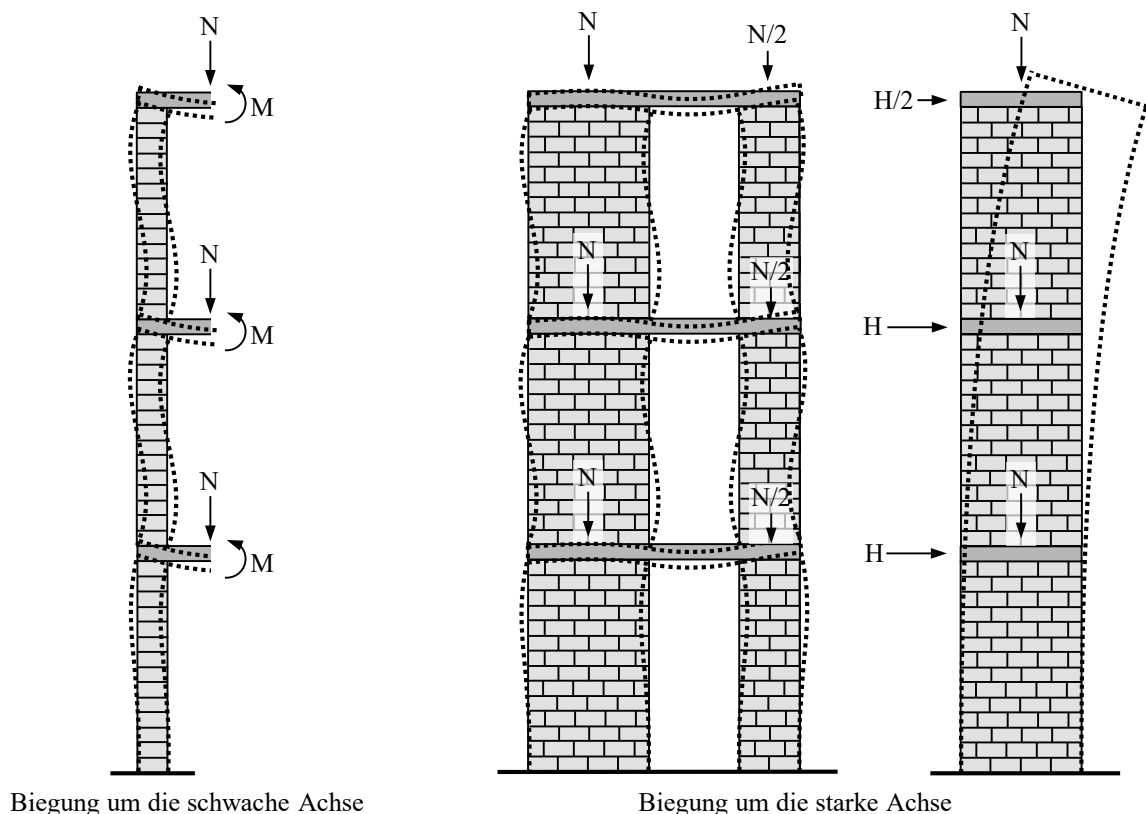


Abbildung 1-1: Beispielhafte Biegebeanspruchungen um die schwache und starke Achse

Während in Deutschland im Betonbau Druckglieder in aller Regel bewehrt ausgeführt werden, ist im Mauerwerksbau die unbewehrte Bauweise gängige Praxis. Die Anordnung einer Bewehrung ist bei überwiegend auf Druck beanspruchten Stützen oder Wänden

nicht zwingend erforderlich, da auch unbewehrte Druckglieder beachtliche Biegebeanspruchungen abtragen können. Dass eine Bewehrung abkömmlich ist, wird aus dem Grundprinzip von bewehrten Bauteilen ersichtlich: Die Werkstoffe Beton und Mauerwerk nehmen die Druckkräfte auf, wohingegen die Zugkräfte wegen der sehr geringen Zugfestigkeiten der beiden Werkstoffe von der Bewehrung abgetragen werden müssen. Sofern die Stützen und Wände annähernd zentrisch auf Druck beansprucht sind, müssen keine Zugspannungen aufgenommen werden und die Bewehrung ist obsolet. In aller Regel erhöht die Bewehrung aufgrund ihrer größeren Festigkeit auch die Tragfähigkeit des Druckgliedes, beschränkt die Rissbreite und verbessert die Duktilität beim Versagen. Diese Eigenschaften sind jedoch nicht immer erforderlich, sodass Druckglieder auch unbewehrt ausgeführt werden können. In Zeiten knapper Ressourcen wurde dies in der Baupraxis umgesetzt, wie zum Beispiel die Aussage von Stiglat verdeutlicht: *„In jener Zeit habe ich, wie mancher Ingenieur der sechziger Jahre, Hochhäuser berechnet, [...] 12- u. 14-geschossig, deren aussteifende Kernwände unbewehrt waren. [...] Und sie haben sich bewährt.“* [vgl. Polónyi (2014)]. Auch Leonhardt & Mönnig (1984) bestätigen den Einsatz von schlanken unbewehrten Wänden: *„Zahlreiche Hochhäuser wurden schon mit unbewehrten tragenden Betonwänden (Wanddicken bis herab zu 7 cm bei 2,75 m Stockwerkshöhe [...]) gebaut, so daß die Brauchbarkeit solcher Druckglieder erwiesen ist.“* Auch in jüngerer Vergangenheit wurde die Bewehrung schlanker Betonstützen kritisch hinterfragt, wie die Beiträge Polónyi (2014) und Schmidt & Curbach (2016) zeigen.

Für lediglich einachsig exzentrisch beanspruchte unbewehrte Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt aus Beton oder Mauerwerk stehen neben den normativ geregelten Verfahren in der Literatur viele unterschiedliche Ansätze zur Berechnung der Tragfähigkeit zur Verfügung. Für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder aus Beton ist normativ eine Bemessung ohne aufwendige nichtlineare Berechnung zum Teil nur für einen definierten Anwendungsbereich möglich, wohingegen für Druckglieder aus Mauerwerk die Bemessung in vereinfachter Form durchführbar ist. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Bemessung von Mauerwerksdruckgliedern nur für ausreichend lange Wände ohne nennenswerte Einflüsse der Verformungen in Wandlängsrichtung geeignet ist. Für kurze Wände oder Pfeiler ist das normative Nachweisverfahren inadäquat.

Da kein fundierter Ansatz zur Bemessung schlanker unbewehrter Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung vorliegt, wird oftmals auf Stahlbetondruckglieder zurückgegriffen, obwohl die Bewehrung für die Sicherstellung der Tragfähigkeit nicht erforderlich ist. Mit der vorliegenden Arbeit soll die derzeit bestehende Lücke geschlossen werden. Hierfür ist neben der wirklichkeitsnahen Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens mit einem nichtlinearen Berechnungsmodell auch ein für die Baupraxis geeignetes nichtlineares Bemessungsverfahren erforderlich.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die wirklichkeitsnahe Bestimmung der Tragfähigkeit unbewehrter, zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt. Dabei soll zu Gunsten der Genauigkeit weitestgehend auf vereinfachende Annahmen verzichtet werden. Für die Bestimmung der Tragfähigkeit auf Querschnitts- und Systemebene sind die Werkstoffspezifika der beiden mineralischen Baustoffe Beton und Mauerwerk zu berücksichtigen. Dies sind zum Beispiel das spröde, annähernd linear-elastische Werkstoffverhalten von Ziegelmauerwerk und das wesentlich duktilere Werkstoffverhalten von Kalksandsteinmauerwerk oder Beton. Hierfür soll ein geeignetes Werkstoffgesetz verwendet werden, welches für Beton- und Mauerwerksdruckglieder konsistent anwendbar ist.

Neben einem ausführlichen nichtlinearen Berechnungsmodell soll zudem ein Bemessungsverfahren entwickelt werden, welches in die jeweilige Bemessungsnorm integriert werden kann. Für die Sicherstellung einer normenkonformen Bemessung ist dabei das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept gemäß DIN EN 1990 (2010) und DIN EN 1990/NA (2010) zu berücksichtigen.

1.3 Vorgehensweise

In Abschnitt 2 werden die Eigenschaften der beiden mineralischen Werkstoffe Beton und Mauerwerk vorgestellt. Beginnend mit deren maßgeblichen Ausgangsstoffen, Zement und Gesteinskörnung, sowie Mauerstein und Mauermörtel werden darauf aufbauend die ähnlichen Tragverhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung analysiert. Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird das Werkstoffgesetz von DIN EN 1992-1-1 (2011) verwendet. Für Beton sind die dafür notwendigen Werkstoffkennwerte normativ geregelt, wohingegen für Mauerwerk ausschließlich die Druckfestigkeit in der Norm enthalten ist. Deshalb wird anhand von Versuchen aus der Literatur aufgezeigt, dass die gewählte Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei geeignetem Ansatz der zugehörigen Werkstoffkennwerte auch das Last-Verformungs-Verhalten von Mauerwerk zutreffend beschreibt.

Die Analyse bestehender Berechnungs- und Bemessungsverfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit von ein- und zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern erfolgt in Abschnitt 3. Zuerst wird die historische Entwicklung der Bestimmung der Querschnitts- und Systemtragfähigkeit erörtert. Anschließend werden ausgewählte theoretische Verfahren in eine allgemeingültige Formulierung überführt und ausgewertet. Weiterhin werden Bemessungsverfahren nationaler und internationaler Normen aufbereitet, um eine Auswertung der Tragfähigkeiten zu ermöglichen.

In Abschnitt 4 wird ein nichtlineares Berechnungsverfahren für die Bestimmung der Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung entwickelt. Hierfür werden systematisch aufeinander aufbauende Analysen zur Querschnittstragfähigkeit, -krümmung und Systemtragfähigkeit durchgeführt. Für linear-elastisches Werkstoffverhalten wird die Systemtragfähigkeit analytisch hergeleitet, wohingegen diese für nichtlineares Werkstoffverhalten numerisch ermittelt werden muss. Anhand der Ergebnisse experimentell durchgeführter Versuche wird gezeigt, dass die getroffene Annahme eines Druckgliedes mit homogenem Querschnitt auch für Mauerwerk aus Steinen mit hohem Lochanteil möglich ist. Zudem wird das nichtlineare Berechnungsverfahren mit bestehenden Versuchsergebnissen an schlanken Druckgliedern verifiziert. Darüber hinaus erfolgt die Untersuchung weiterer Versagensmöglichkeiten, wie zum Beispiel das Biegedrillknickversagen.

Mittels umfangreicher Berechnungen mit dem entwickelten nichtlinearen Berechnungsverfahren wird in Abschnitt 5 ein Bemessungsverfahren entwickelt. Um eine normenkonforme Bemessung zu ermöglichen, ist das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept zu berücksichtigen. Für die nichtlineare Schnittgrößenermittlung und Bemessung wird das in Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) geregelte nichtlineare Verfahren (γ_R -Verfahren) derart modifiziert, dass es sich auch zur Bemessung von unbewehrten Druckgliedern eignet. Die dabei anzusetzenden Werkstoffkennwerte werden für beide Werkstoffe angegeben. Ebenfalls wird aufgezeigt, wie das neue Bemessungsverfahren in die gültigen Regelwerke integriert werden kann und somit derzeit bestehende Defizite eliminiert werden.

Die Arbeit schließt mit den in Abschnitt 6 zusammengefassten wesentlichen Ergebnissen der durchgeführten Untersuchungen und einem Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf.

2 WERKSTOFFVERHALTEN VON BETON UND MAUERWERK

2.1 Einführung

Für die realistische Abbildung des Tragverhaltens ist eine wirklichkeitsnahe Modellierung des Werkstoffverhaltens unerlässlich. Die mineralischen Baustoffe Beton und Mauerwerk besitzen im Verhältnis zur Druckfestigkeit lediglich geringe Zugfestigkeiten. Nennenswerte Biegemomente können von unbewehrten Bauteilen dementsprechend nur bei ausreichend großen einwirkenden Drucknormalkräften aufgenommen werden. Da sich bei unbewehrten Bauteilen, anders als bei bewehrten Bauteilen, kein Kräftepaar innerhalb des Querschnittes einstellen kann, muss die Wirkungslinie der einwirkenden Kraft identisch mit der Wirkungslinie der sich im Querschnitt einstellenden Spannungsverteilung sein. Deshalb ist die realitätsnahe Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Ermittlung der Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder von essentieller Bedeutung.

Die beiden mineralischen Werkstoffe Beton und Mauerwerk sind Kompositwerkstoffe, bei denen die Werkstoffeigenschaften maßgeblich durch die zur Herstellung verwendeten Ausgangsstoffe determiniert werden. Nach einer allgemeinen Beschreibung der beiden Werkstoffe werden in Abschnitt 2.2 und 2.3 deren Ausgangsstoffe Zement und Gesteinskörnung sowie Mauerstein und Mauermörtel beleuchtet. Anschließend wird das Tragverhalten unter einachsialer Druck-, Zug- und Biegezugbeanspruchung näher erläutert. Zwar kann sich bei der zweiachsig exzentrisch wirkenden Normalkraftbeanspruchung infolge der Querkontraktion ein mehraxialer Spannungszustand einstellen, jedoch sind die überwiegenden Beanspruchungen stets einachsig. Abschnitt 2.4 beinhaltet die Modellierung der einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung, welche für die spätere Entwicklung des nichtlinearen Berechnungsmodells und Bemessungsverfahrens notwendig ist. Dabei werden Beton und Mauerwerk als homogene Werkstoffe idealisiert. Für Betonkonstruktionen wird die normativ geregelte Werkstoffbeziehung verwendet, weshalb diese auch a priori für die normengerechte nichtlineare Bemessung gültig ist (vgl. Abschnitt 5.3). Im Sinne einer konsistenten Ermittlung der Tragfähigkeiten für die beiden Baustoffe wird diese Werkstoffbeziehung auch für die Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Druckglieder aus Mauerwerk herangezogen. Für verschiedene Mauerwerksarten wird gezeigt, dass bei der Verwendung geeigneter Werkstoffparameter die Werkstoffbeziehung auch für die realistische Beschreibung des Werkstoffverhaltens von Druckgliedern aus Mauerwerk zutreffend ist. Zudem werden die anzusetzenden Werkstoffkennwerte der beiden Materialien angegeben. Dabei werden für Druckglieder aus Beton die normativ geregelten Werkstoffkennwerte verwendet, wohingegen für Mauerwerk die Kennwerte aufgrund fehlender normativer Regelungen aus der Literatur abgeleitet werden.

2.2 Beton

2.2.1 Grundlagen

Beton ist ein Gemenge aus Bindemittel und Gesteinskörnung und wird deshalb auch als künstlicher Stein bezeichnet. Zur gezielten Beeinflussung bestimmter Werkstoffeigenschaften können Betonzusatzstoffe und Betonzusatzmittel bei der Herstellung beigemischt werden. Als Bindemittel wird Zement verwendet. Vereinfachend kann Beton als ein Zweiphasensystem betrachtet werden, das beim Frischbeton aus Zementleim und Gesteinskörnung und beim erhärteten Beton aus Zementstein und Gesteinskörnung besteht [vgl. Müller & Wiens (2017)]. Dementsprechend werden die wesentlichen Werkstoffeigenschaften von erstarrtem Beton von den Eigenschaften des Zementsteins, der Gesteinskörnung und deren Verbundeigenschaften zueinander bestimmt. Betone sind in DIN EN 206 (2017) normativ geregelt. Es wird zwischen normalfestem Beton mit Zylinderdruckfestigkeiten bis zu 50 N/mm^2 , hochfestem Beton mit Zylinderdruckfestigkeiten bis zu 100 N/mm^2 und ultrahochfestem Beton mit Zylinderdruckfestigkeiten über 100 N/mm^2 unterschieden. Weitreichende Erkenntnisse über den Werkstoff Beton sind zum Beispiel ausführlich in Grübl et al. (2001) und Müller & Wiens (2017) dargestellt, weshalb nachfolgend lediglich auf die wesentlichen Grundlagen der Betonausgangsstoffe sowie auf das Tragverhalten von unbewehrten Betonbauteilen unter einachsialer Druck-, Zug und Biegezugbeanspruchung eingegangen wird.

2.2.2 Ausgangsstoffe – Zement, Gesteinskörnung, Betonzusatzmittel und -stoffe

Zement ist ein anorganisches, nichtmetallisches, hydraulisch erhärtendes Bindemittel. Mit der Zugabe von Wasser entsteht die Suspension Zementleim, welche durch die einsetzende Hydratationsreaktion erstarrt. Der entstehende Zementstein weist sehr feine Poren auf, welche die mechanischen Eigenschaften, Dichtigkeit und Dauerhaftigkeit maßgeblich beeinflussen [vgl. Müller & Wiens (2017)]. Die normative Unterscheidung von Zementen basiert gemäß DIN EN 197-1 (2011) auf deren Zusammensetzung. Hauptbestandteile können Portlandzementklinker, Hüttensand, Silikastaub, Puzzolane, Flugasche, gebrannter Schiefer und Kalkstein sein. Nebenbestandteile sind anorganische, mineralische Stoffe, welche aus der Klinkerproduktion stammen oder andere Hauptbestandteile. Neben den klassischen Normzementen gibt es sogenannte Sonderzemente, welche besondere Eigenschaften, wie zum Beispiel eine niedrige Hydratationswärme, aufweisen. Ein wesentliches, normativ geregeltes, Merkmal für Zement ist die Mindestdruckfestigkeit von $32,5 \text{ N/mm}^2$ nach 28 Tagen. Der Wasserzementwert (w/z-Wert) gibt das Massenverhältnis von Wasser zu Zement an und ist eine wesentliche Einflussgröße für die Festigkeitseigenschaften, Dauerhaftigkeit und Verarbeitbarkeit [vgl. Stark & Wicht (2013)].

Die Gesteinskörnung besteht aus einem Gemenge von gebrochenen oder ungebrochenen Körnern aus natürlichen oder künstlichen mineralischen Stoffen [vgl. Müller & Wiens (2017)]. DIN EN 12620 (2008) und DIN 1045-2 (2008) stellen eine Vielzahl von geometrischen, physikalischen und chemischen Anforderungen an die Gesteinskörnung. Diese sind unter anderem Kornform, Kornrohdichte, Wasseraufnahme, Festigkeit, Elastizitätsmodul, Wärmedehnung und Widerstandsfähigkeit gegenüber äußeren Einwirkungen. Da die Gesteinskörnung in der Regel etwa 70 % des Betonvolumens einnimmt, beeinflusst diese auch die Eigenschaften des Betons maßgeblich [vgl. Müller & Wiens (2017)]. In Abhängigkeit des Verhältnisses der mechanischen Eigenschaften von Zementstein zu Gesteinskörnung beeinflusst die Gesteinskörnung die Festigkeitseigenschaften nur unwesentlich oder auch ausschlaggebend (vgl. Abschnitt 2.2.3). Die Kornzusammensetzung wird durch die Sieblinie charakterisiert.

Betonzusatzmittel sind chemisch und/oder physikalisch wirksame Stoffe, welche in geringen Mengen zugegeben werden, um gezielt Eigenschaften des Frisch- und/oder Festbetons zu manipulieren. Nach DIN EN 934-2 (2012) dürfen Betonzusatzmittel 5 % des Massenanteils des Zements im Beton nicht übersteigen. Diese werden unterschieden in Betonverflüssiger, Fließmittel, Stabilisierer, Luftporenbildner, Erstarrungsbeschleuniger, Erhärtungsbeschleuniger, Verzögerer, Dichtungsmittel, Verzögerer/Betonverflüssiger, Verzögerer/Fließmittel, Erstarrungsbeschleuniger/Betonverflüssiger und Viskositätsmodifizierer.

Betonzusatzstoffe sind fein verteilte, chemisch oder physikalisch wirksame Stoffe, welche die Eigenschaften des Frisch- und/oder Festbetons beeinflussen. Betonzusatzstoffe dürfen das Ansteifungsverhalten, Erstarren und Erhärten sowie die Festigkeit und Dauerhaftigkeit des Betons nicht nachteilig beeinflussen. Veränderte Eigenschaften können zum Beispiel die Konsistenz, Festigkeit oder Dauerhaftigkeit sein. DIN EN 206 (2017) unterscheidet bei Betonzusatzstoffen zwei Typen: Typ I sind nahezu inaktive Zusatzstoffe, wie zum Beispiel Kalksteinmehl, während Typ II puzzolanische oder latent hydraulische Zusatzstoffe, wie zum Beispiel Hüttensand, bezeichnet.

2.2.3 Tragverhalten unter einachsialer Druckbeanspruchung

Das Tragverhalten des inhomogenen Werkstoffes Beton kann auf verschiedenen Detaillierungsebenen betrachtet werden. Dabei können zum Beispiel Struktur und Eigenschaften des Zementsteines genau erfasst oder die Zusammenwirkung von Zementstein und Gesteinskörnung abgebildet werden. Im Gegensatz dazu wird für die Bemessung von Betontragwerken in aller Regel von einem homogenisierten Baustoff mit integrelem Werkstoffgesetz ausgegangen.

Das Tragverhalten von Beton unter einachsialer Druckbeanspruchung hängt maßgeblich von den erläuterten Ausgangsstoffen (vgl. Abschnitt 2.2.2) und deren Interaktion mit-

einander ab. Die Versagensmechanismen unterscheiden sich für normalfeste und höherfeste Betone. Bei normalfesten Betonen sind die Festigkeiten und Steifigkeiten der Gesteinskörnung größer als die des Zementsteins. Dies hat zur Folge, dass die Kräfte hauptsächlich über die Gesteinskörnung abgetragen werden und die Kontaktzone die Tragfähigkeit determiniert [vgl. Grübl et al. (2001)]. Vereinfachend kann dies mit einem Modell aus Druck- und Zugstreben abgebildet werden (vgl. Abbildung 2-1).

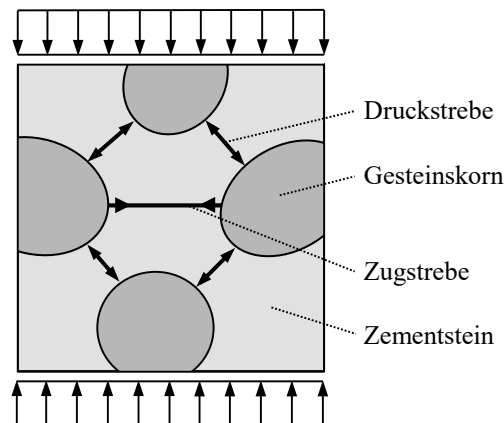


Abbildung 2-1: Tragverhalten von Beton unter einachsialer Druckbeanspruchung nach Lusche (1972)

Durch die Querdehnung entstehen senkrecht zu den Hauptdruckspannungen verlaufende Zugspannungen, welche bereits ab einer Einwirkung von ungefähr 40 % der maximal aufnehmbaren Last zu Mikrorissbildungen führen [vgl. Müller & Wiens (2017)]. Mit steigender Last schreitet die Rissbildung fort, wodurch sich auch die Steifigkeit verringert. Dieser nichtlineare Zusammenhang verleiht der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton ihren charakteristischen nichtlinearen Verlauf.

Im Vergleich zu normalfesten Betonen haben hochfeste und ultrahochfeste Betone neben besseren Verbundeigenschaften zwischen Zementstein und Gesteinskörnung auch deutlich größere Zementsteinfestigkeiten. Aufgrund des ausgewogeneren Verhältnisses von Festigkeits- zu Verbundeigenschaften nähert sich mit steigender Betondruckfestigkeit das Tragverhalten von Zementstein zu Gesteinskörnung dem eines homogenen Werkstoffes an (vgl. Abbildung 2-2). Für hochfeste und ultrahochfeste Betone verlaufen die Risse auch durch die Gesteinskörner [vgl. Müller & Wiens (2017)].

Zahlreiche Untersuchungen haben sich mit der realistischen Beschreibung der einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Betonen beschäftigt, wie zum Beispiel Rasch (1962), Saenz (1964), Cordes (1968) und Wischers (1978). Da die in DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) normativ geregelte Werkstoffbeziehung sowie die zugehörigen Werkstoffkennwerte als abgesichert gelten, werden diese im Rahmen dieser Arbeit verwendet (vgl. Abschnitt 2.4). Exemplarisch veranschaulicht Abbildung 2-2 die normativ geregelten einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen unter

Druckbeanspruchung für verschiedene Betone. Für alle Betone ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei verhältnismäßig geringen Spannungen nahezu linear. Mit zunehmender Druckspannung vergrößern sich die Dehnungen überproportional. Für Betone mit geringer Betondruckfestigkeit ist ein ausgeprägtes Nachbruchverhalten mit Entfestigung erkennbar. Je größer die maximal aufnehmbare Druckfestigkeit eines Betons ist, desto weniger ausgeprägt ist das Nachbruchverhalten. Betone mit sehr großen Festigkeiten besitzen kein Nachbruchverhalten und versagen schlagartig beim Erreichen der Höchstspannung. Zudem ist zu konstatieren, dass mit zunehmender aufnehmbarer Druckfestigkeit der Ursprungsmodul (Verhältnis von Spannung zu Dehnung im Ursprung) zunimmt. Dahingegen nimmt die Nichtlinearität und damit auch die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ab.

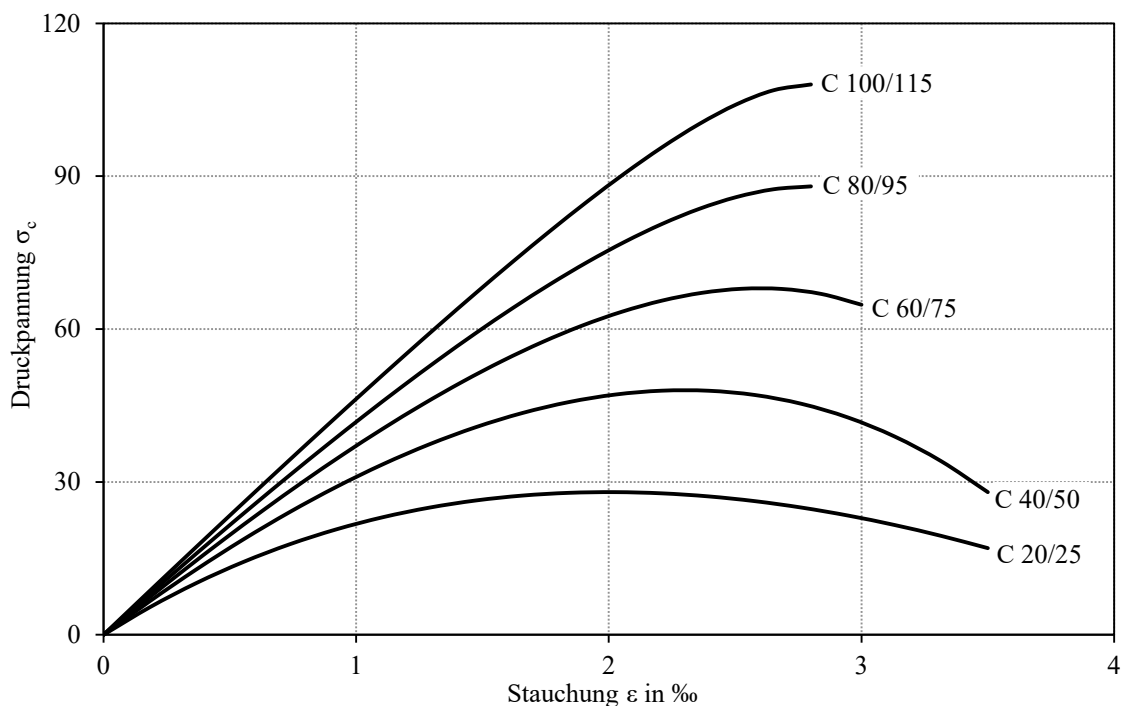


Abbildung 2-2: Einachsiale Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung verschiedener Betone nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013)

Eine wichtige Größe für die Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist der Elastizitätsmodul, welcher in Abhängigkeit der Druckfestigkeit und Dehnung bei Höchstspannung auch die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung maßgeblich beeinflusst. Wesentliche Einflussgrößen auf den Elastizitätsmodul sind die Eigenschaften der Gesteinskörnung, der Wasserzementwert, das Alter und der Feuchtezustand des Betons [vgl. Müller & Wiens (2017)]. Die fib (2010) schlägt für die Ermittlung des mittleren Elastizitätsmoduls als Ursprungsmodul E_{c0m} Gl. 2-1 vor. Für Basalt sowie dichtem Kalkstein ist der Beiwert zur Berücksichtigung des Zugschlages mit $\alpha_E = 1,2$ angegeben. Der Beiwert beträgt für quarzitisches Zuschlag $\alpha_E = 1,0$; für Kalkstein $\alpha_E = 0,9$ und für Sandstein $\alpha_E = 0,7$.

$$E_{c0m} = E_{c,0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}} \quad Gl. 2-1$$

mit $E_{c,0}$ Grundwert des Elastizitätsmoduls mit $E_{c,0} = 21.500 \text{ N/mm}^2$
 f_{cm} mittlere Druckfestigkeit in N/mm^2
 α_E Beiwert zur Berücksichtigung der Art des Zuschlages

In DIN EN 1230-13 (2014) ist die Bestimmung des Elastizitätsmoduls E_{cm} als Sekantenmodul geregelt. Durch die Prüfung nach mehreren Be- und Entlastungszyklen wird sichergestellt, dass ausschließlich elastische Verformungen zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls verwendet werden. Der mittlere Elastizitätsmodul bei 0,4-facher Druckfestigkeit wird gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) für quarzithaltige Gesteinskörnungen bestimmt zu:

$$E_{cm} = 22.000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad Gl. 2-2$$

mit E_{cm} mittlerer Elastizitätsmodul als Sekantenmodul in N/mm^2
 f_{cm} mittlere Druckfestigkeit in N/mm^2

Werden Kalkstein- und Sandsteingesteinskörnungen verwendet, sollte der Elastizitätsmodul um 10 bis 30 % verringert werden. Für Betone mit Basaltgesteinskörnungen wird eine Erhöhung des Elastizitätsmoduls um 20 % empfohlen. Die Umrechnung vom mittleren Elastizitätsmodul bei 0,4-facher Druckfestigkeit zum mittleren Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul E_{c0m} erfolgt normativ mit dem Faktor 1,05:

$$E_{c0m} = 1,05 \cdot E_{cm} \quad Gl. 2-3$$

Die Querdehnung wird mittels der Poissonzahl ν beschrieben. Im Bereich von Gebrauchsspannungen geben Müller & Wiens (2017) die Poissonzahl mit einem Wertebereich von $\nu = 0,15$ bis $0,25$ an. Zudem wird beschrieben, dass die Poissonzahl infolge der Mikrorissbildung ab circa 50 % der Druckspannung überproportional zunimmt und sich bei maximaler Druckspannung eine Poissonzahl von etwa $\nu = 0,5$ ergibt. Die fib (2010) gibt im Bereich von Druckspannungen $\sigma_c < 0,6 \cdot f_{ck}$ und Zugspannungen $\sigma_t < 0,8 \cdot f_{tk}$ einen Wertebereich von $\nu = 0,16$ bis $0,26$ an und konstatiert, dass für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ein Wert von $\nu = 0,2$ ausreichend genau ist. DIN EN 1992-1-1 (2011) differenziert zwischen ungerissenem Beton mit $\nu = 0,2$ und gerissenem Beton mit $\nu = 0$.

Die Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit den dazugehörigen Werkstoffkennwerten erfolgt in Abschnitt 2.4.

2.2.4 Tragverhalten unter Zug- und Biegezugbeanspruchung

Das Verhalten von Beton unter Zug- und Biegezugbeanspruchung ist wiederum von den Eigenschaften der Ausgangsstoffe Zementstein und Gesteinskörnung sowie von deren Interaktion miteinander abhängig. Das Tragverhalten wird maßgeblich durch die Haftzugfestigkeit zwischen Zementstein und Gesteinskörnung determiniert. Analog zum Bruchverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung bilden sich mit zunehmender Zugbeanspruchung Mikrorisse, welche das Last-Verformungs-Verhalten beeinflussen. Bei Zugspannungen bis zu circa 70 % der Zugfestigkeit haben die Mikrorisse keinen nennenswerten Einfluss auf das Verformungsverhalten, weshalb die Spannungs-Dehnungs-Beziehung in diesem Bereich nahezu linear ist [vgl. Müller & Wiens (2017)]. Der Ursprungsmodul unter Zugbeanspruchung kann als gute Näherung gleich dem Ursprungsmodul unter Druckbeanspruchung gesetzt werden [vgl. Grübl et al. (2001) und Müller & Wiens (2017)]. Mit zunehmender Beanspruchung wachsen die Risse an und die Verformungen nehmen überproportional zu. Dabei vereinigen sich mehrere Risse zu einem durchgehenden Riss, welcher nach dem Erreichen der Zugfestigkeit zu einem deutlichen Abfall in der Spannungs-Dehnungs-Beziehung führt (vgl. Abbildung 2-3). Durch die rissüberbrückende Wirkung der Gesteinskörnung ist auch im gerissenen Zustand eine Übertragung von Zugspannungen möglich [vgl. Duda (1991)].

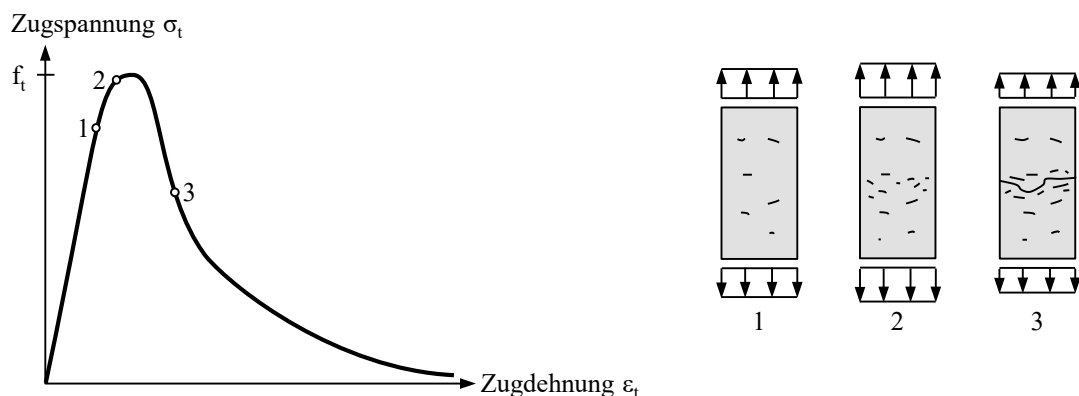


Abbildung 2-3: Spannungs-Dehnungs-Beziehung unter einachsialer Zugbeanspruchung nach Duda (1991)

Die Zugfestigkeit f_t kann gemäß Heilmann (1969) mittels der Druckfestigkeit nach Gl. 2-4 abgeschätzt werden [vgl. auch Rüsç (1975) und DIN EN 1992-1-1 (2011)]:

$$f_t = c \cdot f_c^{2/3} \quad \text{Gl. 2-4}$$

mit f_t Zugfestigkeit in N/mm^2
 f_c Druckfestigkeit in N/mm^2
 $c = 0,17$ bis $0,32$ für zentrischen Zug
 $c = 0,22$ bis $0,32$ für Spaltzug
 $c = 0,35$ bis $0,55$ für Biegezug

Dabei ist die Biegezugfestigkeit jene Spannung, die sich beim Versagen eines auf Biegung beanspruchten Querschnittes an der Randfaser ergibt. Die Biegezugfestigkeit ist von der Höhe des Querschnittes abhängig und etwa doppelt so groß wie die zentrische Zugfestigkeit [vgl. Heilmann (1969) und Grübl et al. (2001)]. DIN EN 1992-1-1 (2011) gibt Gl. 2-5 zur Bestimmung der mittleren Biegezugfestigkeit $f_{tm,fl}$ mit der Obergrenze der Biegezugfestigkeit von $f_{tm,fl} = 1,6 \cdot f_{tm}$ an.

$$f_{tm,fl} = \left(1,6 - \frac{h}{1000}\right) \cdot f_{tm} \geq f_{tm} \quad \text{mit } h \text{ in mm} \quad \text{Gl. 2-5}$$

Da auch nach der Überschreitung der Zugfestigkeit eine Kraftübertragung stattfinden kann, ist es sinnvoll, das Entfestigungsverhalten durch das bruchmechanische Modell der Bruchenergie G_F zu beschreiben [vgl. zum Beispiel Hillerborg et al. (1976), Cornelissen et al. (1986), Duda (1991) und fib (2010)]. Die Bruchenergie ist die dissipierte Energie zur Rissöffnung, bei der keine Zugspannungen über die Rissufer übertragen werden können. Dementsprechend ist die Bruchenergie die Fläche unter der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (vgl. Abbildung 2-4). Gemäß fib (2010) ist die Bruchenergie mit Gl. 2-6 und die daraus resultierenden aufnehmbaren Zugspannungen gemäß Abbildung 2-4 zu bestimmen:

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0,18} \quad \text{Gl. 2-6}$$

mit G_F Bruchenergie in N/m
 f_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit in N/mm²

Nach Gl. 2-6 nimmt mit steigender Druckfestigkeit auch die Bruchenergie zu, was jedoch nur für normalfeste Betone zutreffend ist. Für hochfeste Betone nimmt die Bruchenergie mit steigender Festigkeit nur noch sehr geringfügig zu oder bleibt unter Umständen sogar konstant [vgl. Rammel (1993) und Müller & Wiens (2017)].

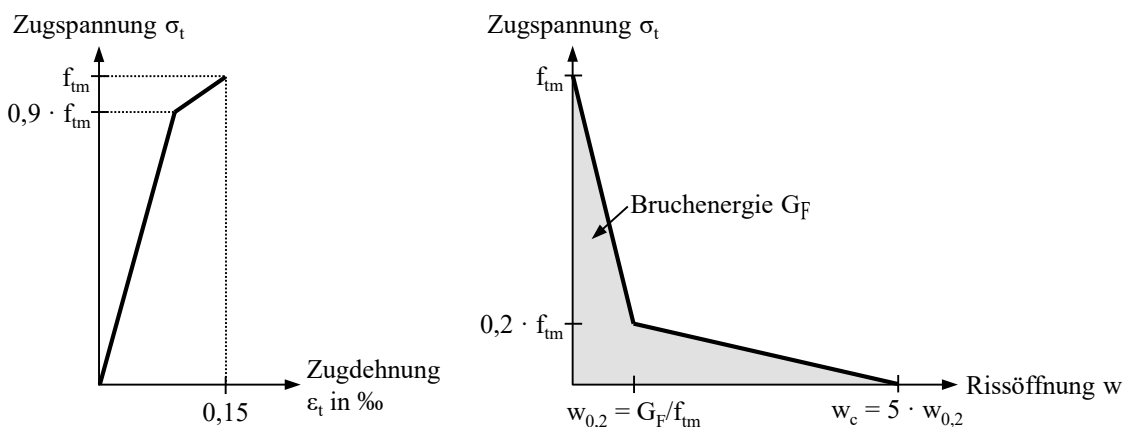


Abbildung 2-4: Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung unter einachsialer Zugbeanspruchung nach fib (2010)

2.3 Mauerwerk

2.3.1 Grundlagen

Mauerwerk ist ein aus Mauersteinen und gegebenenfalls Mauermörtel aufgeschichtetes Gefüge. Im Allgemeinen wird heutzutage Mauermörtel als ausgleichende Zwischenschicht in der Lagerfuge und teilweise auch zur Stoßfugenvermörtelung verwendet. Mauerwerk ist eine der ältesten Bauweisen der Menschheit. Während zu Beginn des Mauerwerksbaus Natursteine oder Lehm verwendet wurden, entwickelte sich die Mauerwerksbauweise im Laufe der Zeit stetig weiter. Die Grundlage des modernen Mauerwerksbaus bildet die industrielle Fertigung von künstlichen Steinen. Dabei gibt es eine Vielzahl verschiedener Mauersteine, die sich hinsichtlich Material und Geometrie (inklusive Lochbild) deutlich voneinander unterscheiden. Durch die Kombination der verschiedenen Mauersteine und Mauermörtel sowie deren Anordnung ist die Herstellung einer Vielzahl von verschiedenen Mauerwerksarten möglich. Aufgrund der vielen Kombinationsmöglichkeiten und der großen Variation der Mauersteine wird das Mauerwerk für die Bemessung als homogener Werkstoff idealisiert. Dieser Ansatz wird auch im Rahmen dieser Arbeit beibehalten, um die Variationsvielfalt zu abstrahieren und damit eine möglichst allgemeingültige Anwendbarkeit der vorliegenden Arbeit sicherzustellen. Dabei wird Mauerwerk wie ein eigenständiger Baustoff betrachtet, welcher eigene Werkstoffbeziehungen, wie zum Beispiel die Spannungs-Dehnungs-Beziehung, aufweist. Für die Werkstoffcharakteristika von Mauerwerk sind die Werkstoffeigenschaften der Ausgangsstoffe Mauerstein und Mauermörtel von essentieller Bedeutung und werden nachfolgend erläutert. Anschließend wird das Tragverhalten von Mauerwerk unter Druck-, Zug und Biegezugbeanspruchung beschrieben.

2.3.2 Ausgangsstoffe – Mauersteine und Mauermörtel

2.3.2.1 Mauersteine

In Deutschland kommen normenkonforme oder bauaufsichtlich geregelte Mauersteine aus Mauerziegel, Kalksandstein, Porenbeton sowie Beton- und Leichtbeton zum Einsatz. Die Lochbilder sind insbesondere für nicht normenkonforme, bauaufsichtlich geregelte Mauersteine sehr disparat. Außenmauerwerk aus Mauerziegeln, Porenbeton- und Leichtbetonsteinen wird zumeist in der sogenannten monolithischen Bauweise ausgeführt. Dabei wird mit Ausnahme des Innen- und Außenputzes kein weiterer Baustoff aufgebracht. Das Mauerwerk muss die bauphysikalisch geforderten Eigenschaften, wie zum Beispiel die Anforderung an den Wärmedurchgangswiderstand gemäß EnEV (2016), erfüllen. Alternativ zur monolithischen Bauweise können auch mehrschichtige Wandaufbauten zur Anwendung kommen. Dabei ist die Wärmeleitfähigkeit der Mauersteine von untergeordneter Bedeutung, da der erforderliche Wärmedurchgangswiderstand der gesamten Konstruktion

maßgeblich durch die Aufbringung einer Wärmedämmung erreicht wird. Bei diesen Wandaufbauten werden zumeist Mauersteine mit geringem Lochanteil oder Vollsteine verwendet. Der geringere Lochanteil der Steine verbessert die Tragfähigkeit. Typische Baustoffe für den mehrschichtigen Wandaufbau sind Kalksand-, Leichtbeton- und Betonsteine.

Neben der Unterscheidung der Mauersteine nach Baustoffen kann die Unterscheidung auch hinsichtlich des Lochanteils erfolgen. Mauersteine mit einem Lochanteil von bis zu 15 % werden als Vollsteine kategorisiert, wohingegen der Lochanteil bei Lochsteinen mehr als 15 % betragen darf. Auch die Unterscheidung der Mauersteine nach Formaten ist möglich. Im Allgemeinen wird zwischen den normal- und großformatigen Mauersteinen beziehungsweise Planelementen unterschieden. Ein Planelement ist ein großformatiger Vollstein mit einer Höhe ≥ 374 mm, einer Länge ≥ 498 mm und mit einem Lochanteil ≤ 15 %. Zudem müssen Planelemente die Voraussetzung zur Vermauerung mit Dünnbettmörtel erfüllen. Die Voraussetzungen hierfür sind die Einhaltung erhöhter Anforderungen an die Grenzabmessung der Mauersteinhöhe sowie Planparallelität und Ebenheit der Lagerflächen.

Für die Tragfähigkeit von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung ist neben der Druckfestigkeit auch die Zugfestigkeit der Mauersteine von entscheidender Bedeutung, da das Versagen von Mauerwerk durch die Querkzugspannungen in den Mauersteinen induziert wird (vgl. Abschnitt 2.3.3). Die normative Einteilung in Druckfestigkeitsklassen erfolgt jedoch mit Hilfe der Ergebnisse der einachsialen Prüfung der Mauersteine (senkrecht zur Lagerfuge). Das Verhältnis von Steinquerkzugfestigkeit in Dickenrichtung (horizontal) zu Steindruckfestigkeit (senkrecht zur Lagerfuge) hängt maßgeblich von den verwendeten Mauersteinen ab. In Tabelle 2-1 sind die Verhältnisse von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit für verschiedene Werkstoffe als Mittelwert und als Wertebereich angegeben. Zudem ist der Wertebereich der Querdehnungsmoduln in Tabelle 2-1 dargestellt. In Brameshuber (2017) sind differenziertere Angaben enthalten. Mauerwerk aus Natursteinen ist heutzutage für tragende Bauteile baupraktisch unbedeutend und wird deshalb nicht näher betrachtet.

Tabelle 2-1: Verhältnisse von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit und Querdehnungsmoduln verschiedener Mauersteine auf Grundlage von Brameshuber (2017)

Mauersteinart	Verhältnismittelwerte Steinzug- zu Steindruckfestigkeit		Querdehnungsmodul in N/mm ²
	Mittelwert	Wertebereich	
Mauerziegel	0,02	0,01 bis 0,08	2.700 bis 133.000
Kalksandsteine	0,05	0,03 bis 0,08	12.000 bis 100.000
Leichtbetonsteine	0,09	0,04 bis 0,21	3.600 bis 20.000
Betonsteine	0,08	0,06 bis 0,09	
Porenbetonsteine	0,12	0,06 bis 0,13	5.600 bis 25.000

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Mauersteine selbst wirkt sich auch auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Mauerwerks aus. Da jedoch umfangreiche Versuchsergebnisse zur integralen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Mauerwerks vorliegen, wird nicht auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Mauersteine eingegangen.

2.3.2.2 Mauermörtel

Mauermörtel wird nach Art, Verwendungszweck und/oder Druckfestigkeit unterschieden. Der Normalmörtel (NM) wird in der Lagerfuge mit einer Dicke von 10 bis 12 mm vermauert. Weiterentwicklungen sind der Leichtmauermörtel (LM) und der Dünnbettmörtel (DM). Der Leichtmauermörtel hat im Vergleich zum Normalmörtel eine geringere Wärmeleitfähigkeit und ist somit aus bauphysikalischer Sicht besser zu bewerten. Dünnbettmörtel kann einfach verarbeitet werden und besitzt zudem verbesserte Haftscher- und Haftzugeigenschaften im Vergleich zu den anderen Mörteln. Da der Dünnbettmörtel mit einer Lagerfugendicke von lediglich 1 bis 3 mm ausgeführt wird, werden erhöhte Anforderungen an die Maßhaltigkeit der Steine gestellt (vgl. Abschnitt 2.3.2.1). Mittelbettmörtel hat eine Dicke von circa 6 mm und ist dementsprechend zwischen Normal- und Dünnbettmörtel einzuordnen. Die Druckfestigkeiten des Mörtels sind in DIN EN 998-2 (2017) und DIN V 18580 (2007) geregelt und in Tabelle 2-2 dargestellt.

Tabelle 2-2: *Druckfestigkeit von Mauermörtel nach DIN EN 998-2 (2017) und DIN V 18580 (2007)*

Mörtelgruppe	I	II	IIa	III	IIIa	LM 21	LM 36	DM
Mörtelklasse	M 1	M 2,5	M 5	M 10	M 20	M 5	M 5	M 10
Druckfestigkeit nach DIN EN 998-2 in N/mm ²	1	2,5	5	10	20	5	5	10

Für Mauermörtel ist neben der Druckfestigkeit auch das Querdehnungsverhalten von bedeutendem Interesse. In Tabelle 2-3 sind die verschiedenen Wertebereiche des Querdehnungsmoduls für die unterschiedlichen Mörtelgruppen angegeben. Je kleiner der Querdehnungsmodul des Mauermörtels ist, desto größer werden die Querverformungen des Mörtels. Die Tragfähigkeit des Mauerwerks ist abhängig vom Verhältnis des Querdehnungsmoduls der Steine zum Querdehnungsmodul des Mauermörtels (vgl. Abschnitt 2.3.3).

Tabelle 2-3: *Querdehnungsmodul von Mauermörtel nach Brameshuber (2017)*

Mörtel	Querdehnungsmodul in N/mm ²
Normalmörtel	1.200 bis 116.000
Dünnbettmörtel	36.000 bis 49.000
Leichtmörtel	6.700 bis 48.000

2.3.3 Tragverhalten unter einachsialer Druckbeanspruchung

Wird das Mauerwerk senkrecht zur Lagerfuge druckbeansprucht, so werden Mauerstein und Mauermörtel axial gestaucht und in Abhängigkeit der Querdehnung, welche mit der Poissonzahl beschrieben wird, senkrecht zur Kraftwirkung gedehnt. Im Allgemeinen ist die Querdehnung des Mauermörtels größer als die des Mauersteines (vgl. Querdehnungsmoduln von Tabelle 2-2 mit Tabelle 2-3). Sofern keine Schubspannungen zwischen Mauerstein und Mauermörtel übertragen werden, können sich Mauerstein und Mauermörtel senkrecht zur Belastung frei ausdehnen (vgl. unbehinderte Querdehnung in Abbildung 2-5).

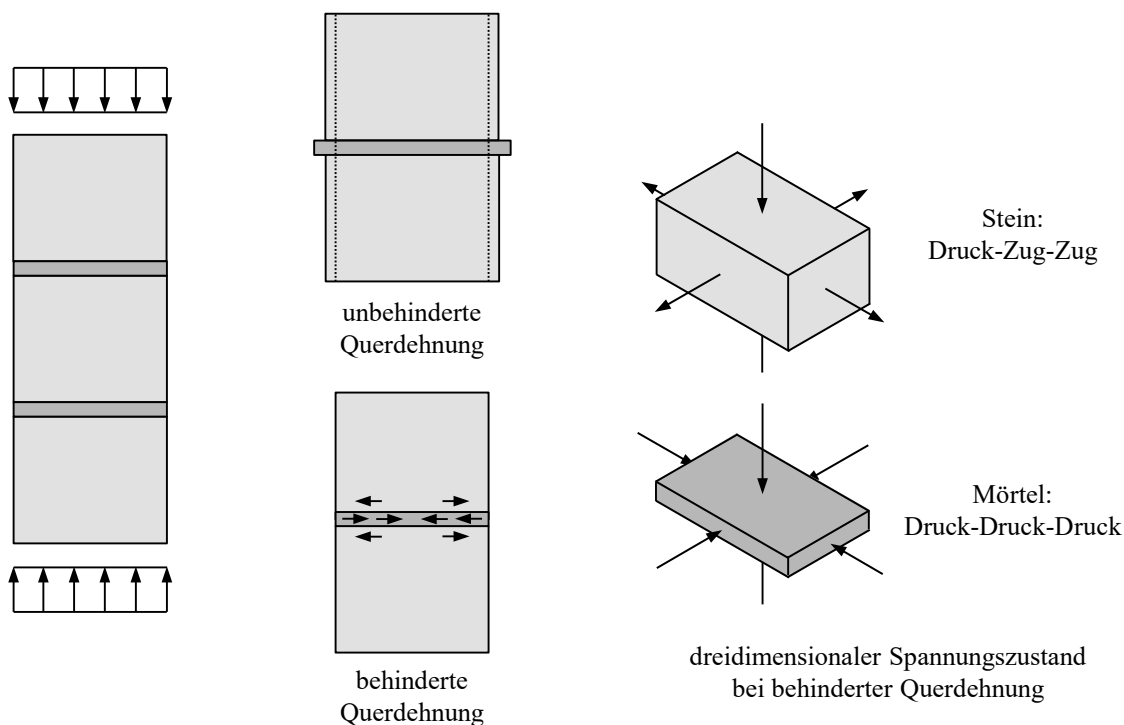


Abbildung 2-5: Mauerwerk unter Druckbeanspruchung mit und ohne Querdehnungsbehinderung nach Schneider et al. (1999)

Da in Realität jedoch auch horizontale Kräfte zwischen Mauerstein und Mauermörtel durch Reibung und Verbund übertragen werden, stellt sich der freie Verformungszustand nicht ein und es treten horizontale Zwängungen auf. Sowohl in den Mauersteinen als auch im Mauermörtel herrscht ein dreidimensionaler Spannungszustand (vgl. behinderte Querdehnung in Abbildung 2-5). Der Mauerstein wird wegen der geringen Querdehnung neben den vertikalen Druckspannungen zusätzlich durch horizontale Zugspannungen beansprucht. Diese Querkzugspannungen induzieren das Versagen des Mauerwerks. Dementsprechend hängt bei vertikaler Beanspruchung des Mauerwerks dessen Druckfestigkeit wesentlich von der Querkzugfestigkeit der Mauersteine ab. Die Querkzugfestigkeit und die vertikale Druckfestigkeit der Mauersteine korrelieren miteinander. Der dreidimensionale Druckspannungszustand in der Mörtelfuge wirkt sich positiv auf die vertikale Tragfähig-

keit der Fuge aus. Dementsprechend ist die Mauerwerksdruckfestigkeit für übliche Stein-Mörtel-Kombinationen größer als die Mörteldruckfestigkeit, jedoch geringer als die Steindruckfestigkeit. Bei Mauerwerk mit Dünnbettmörtel sind die Auswirkungen der Querdehnung des Mauermörtels wegen der wesentlich geringeren Lagerfugendicken im Vergleich zu Normalmauermörtel von untergeordneter Bedeutung. Weitere Untersuchungen zum Tragverhalten von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung sind zum Beispiel in Hilsdorf (1967), Betzler (1995), Goretzky (2000), Kickler (2003) und Pflücke (2006) enthalten.

Die Bestimmung der charakteristischen Druckfestigkeit von Mauerwerk gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012) beruht auf einer Potenzbeziehung [vgl. Mann (1983)]. Weitere Beiträge zur Bestimmung der Druckfestigkeit sind zum Beispiel in Ohler (1986), Betzler (1995), Brameshuber et al. (2012) und Jäger & Pech (2015) zu finden.

$$f_k = K \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta \quad \text{Gl. 2-7}$$

mit f_k charakteristische Druckfestigkeit des Mauerwerks in N/mm^2
 f_b normierte Druckfestigkeit eines Mauersteines in N/mm^2
 f_m Druckfestigkeit des Mauermörtels in N/mm^2
 K, α, β Korrekturfaktoren

Dabei ist die charakteristische Druckfestigkeit die Festigkeit, bei einer theoretischen Schlankheit von Null ($h_{ef,y}/t = 0$). Die Größen K , α und β sind Korrekturfaktoren, welche in Abhängigkeit der Mauerwerksart in DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012) angegeben sind. Wie bereits erwähnt, hat die Dünnbettmörtelfuge näherungsweise keinen Einfluss auf die Druckfestigkeit des Mauerwerks, weshalb für Mauerwerk mit Dünnbettmörtel in Gl. 2-7 der Term mit der Druckfestigkeit des Mauermörtels f_m entfällt ($\beta = 0$). Ein Kritikpunkt an der Vorgehensweise der Bestimmung der Druckfestigkeit von Mauerwerk gemäß Gl. 2-7 ist, dass für eine Vielzahl von Mauerwerksarten die Summe der Exponenten gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012) ungleich Eins ist ($\alpha + \beta \neq 1,0$). Somit ist Gl. 2-7 nicht dimensionslos und mechanisch nicht einwandfrei begründbar. Die Bestimmung der Korrekturfaktoren erfolgte durch die statistische Auswertung von Versuchsergebnissen.

Für die vereinfachten Berechnungsmethoden gemäß DIN EN 1996-3 (2010) stehen die charakteristischen Druckfestigkeiten, welche nach DIN EN 1996-1-1 (2010) ermittelt wurden, in tabellierter Form zur Verfügung. Dies gilt entsprechend auch für die deutschen nationalen Anwendungsdokumente DIN EN 1996-1-1/NA (2012) und DIN EN 1996-3/NA (2012). Alternativ zur Bestimmung der Mauerwerksdruckfestigkeit nach Gl. 2-7 darf diese gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) auch auf Basis der Ergebnisse von Versuchen nach DIN EN 1052-1 (1998) ermittelt werden.

Das einachsige Last-Verformungs-Verhalten von Mauerwerk ist von der verwendeten Mauerstein-Mörtel-Kombination abhängig. Für Mauerwerk aus Ziegelsteinen ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung unter einachsialer Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge eher linear, wohingegen für Mauerwerk aus Kalksandsteinen eine ausgeprägte Nichtlinearität mit Nachbruchverhalten vorherrscht. In Abhängigkeit der verwendeten Materialien versagt das Mauerwerk beim Erreichen der Höchstspannung schlagartig oder weist eine gewisse Duktilität auf. Für eine zentrische Druckbeanspruchung sind in Abbildung 2-6 die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen (σ_c - ε -Beziehung) exemplarisch für verschiedene Mauerstein-Mörtel-Kombinationen aufgetragen. Damit werden die vorherrschenden Heterogenitäten bezüglich des Verlaufes der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, der Dehnung bei Höchstspannung und der Dehnung im Bruchzustand deutlich.

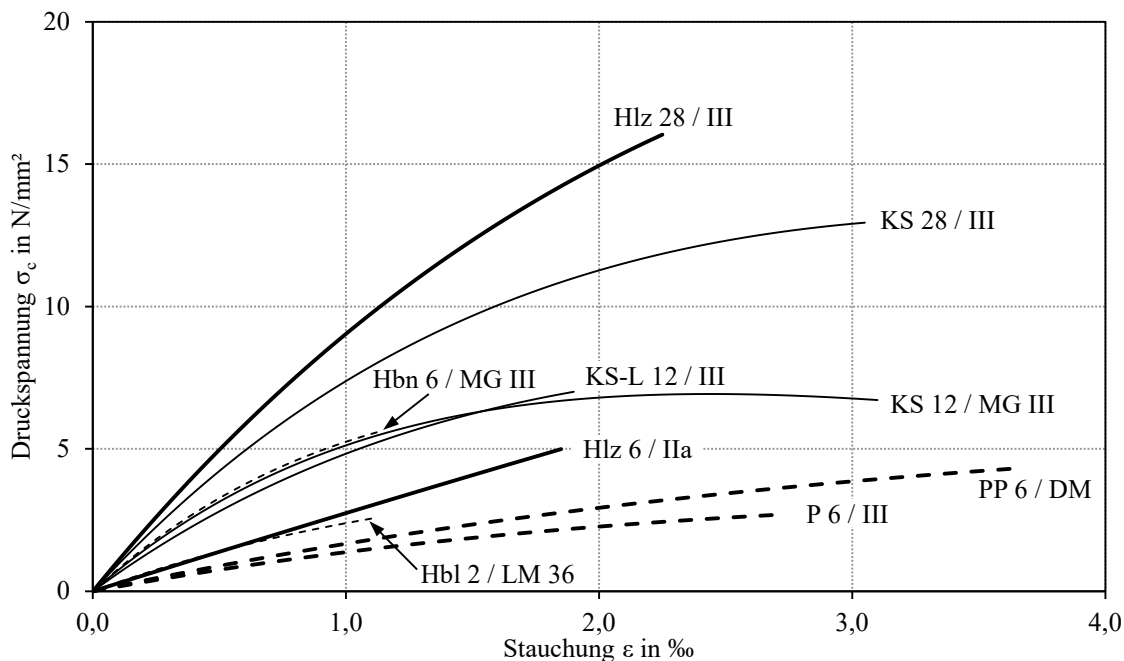


Abbildung 2-6: Spannungs-Dehnungs-Beziehungen unterschiedlicher Mauerstein-Mörtel-Kombinationen unter zentrischer Druckbeanspruchung nach Meyer & Schubert (1992)

Für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist der Elastizitätsmodul von entscheidender Bedeutung. Im Mauerwerksbau wird der Elastizitätsmodul für Druckbeanspruchungen senkrecht zur Lagerfuge üblicherweise als Sekantenmodul bei $1/3$ der Höchstspannung definiert. Dabei erfolgt die versuchstechnische Ermittlung des Elastizitätsmoduls nach mehreren Laststufen, um ausschließlich elastische Formänderungen abzubilden [vgl. DIN EN 1052-1 (1998)]. Absolute Werte des Elastizitätsmoduls von verschiedenen Versuchsdurchführungen sind in Brameshuber (2017) enthalten. Da der Elastizitätsmodul mit der Druckfestigkeit korreliert, erfolgt zumeist eine bezogene Darstellung (vgl. Tabelle 2-4).

Tabelle 2-4: Elastizitätsmodul für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung nach Brameshuber (2017)

Mauersteinart	Mauermörtel	Elastizitätsmodul
Hochlochziegel	Normalmörtel	$1170 \cdot f_c$
	Dünnbettmörtel	$1190 \cdot f_c$ bzw. $460 \cdot f_b$
	Leichtmörtel	$1480 \cdot f_c$
Kalksandsteine	Normal- und Dünnbettmörtel	$500 \cdot f_c$
Leichtbetonsteine	Normalmörtel	$1040 \cdot f_c$
	Dünnbettmörtel	$930 \cdot f_c$ bzw. $600 \cdot f_b$
	Leichtmörtel	$1240 \cdot f_b^{0,77}$
Porenbetonsteine	Normalmörtel	$520 \cdot f_c$ bzw. $570 \cdot f_b^{0,69}$
	Dünnbettmörtel	$560 \cdot f_c$; $470 \cdot f_b^{0,86}$ bzw. $350 \cdot f_b$

f_b ist die Mauersteindruckfestigkeit in N/mm^2

Gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ist der Elastizitätsmodul durch Versuche nach DIN EN 1052-1 (1998) zu bestimmen. Liegen keine Versuchsergebnisse vor, darf für Verformungsberechnungen und Schnittgrößenermittlung der Elastizitätsmodul nach Gl. 2-8 mit einem baustoffunabhängigen Wert von $K_E = 1.000$ berechnet werden.

$$E_{cm} = K_E \cdot f_{ck} \quad \text{Gl. 2-8}$$

Für das Verhältnis K_E gibt der zu DIN EN 1996-1-1 (2010) gehörende deutsche nationale Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) für die verschiedenen Mauersteinarten verschiedene Rechenwerte mit einem zugehörigen Wertebereich an. Abweichend von den Werten in Tabelle 2-5 ist für den Knicksicherheitsnachweis unter Berücksichtigung der Verformungen nach Theorie II. Ordnung in Deutschland stets ein K_E -Verhältnis von 700 zu verwenden.

Tabelle 2-5: Verhältnisse K_E zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012)

Mauersteinart	$K_E = E_{cm}/f_{ck}$	
	Rechenwert	Wertebereich
Mauerziegel	1.100	950 bis 1.250
Kalksandsteine	950	800 bis 1.250
Leichtbetonsteine	950	800 bis 1.100
Betonsteine	2.400	2.050 bis 2.700
Porenbetonsteine	550	500 bis 650

Die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung kann durch den geometrischen Völligkeitsgrad α_0 , welcher der Integration der Spannungs-Dehnungs-Beziehung gemäß Gl. 2-9 entspricht, beschrieben werden. Dabei spiegelt $\alpha_0 = 0,5$ linear-elastisches Werkstoffverhalten und der theoretische Grenzwert von $\alpha_0 = 1,0$ starr-plastisches Werkstoffverhalten wider.

$$\alpha_0 = \int_0^{\varepsilon_f} \frac{\sigma(\varepsilon)}{f_c} d\varepsilon \quad \text{Gl. 2-9}$$

In Tabelle 2-6 ist neben dem geometrischen Völligkeitsgrad die Poissonzahl ν sowie die Dehnung bei Höchstspannung ε_f bei Beanspruchung senkrecht zu den Lagerfugen dargestellt.

Tabelle 2-6: Werkstoffkennwerte für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge nach Brameshuber (2017)

Mauersteinart	geometrischer Völligkeitsgrad α_0		Poissonzahl ν		Dehnung bei Höchstspannung ε_f in ‰	
	Rechenwert	Wertebereich	Rechenwert	Wertebereich	Rechenwert	Wertebereich
Hochlochziegel	0,55	0,51 bis 0,65	0,10	0,05 bis 0,23	1,8	1,0 bis 2,6
Kalksandsteine	0,65	0,57 bis 0,75	0,10	0,07 bis 0,12	2,5	1,3 bis 3,9
Leichtbetonsteine	0,60	0,57 bis 0,68	0,20	0,11 bis 0,34	1,7	0,6 bis 4,0
Betonsteine	0,65	0,63 bis 0,70	0,20		1,0	0,5 bis 2,5
Porenbetonsteine	0,55	0,53 bis 0,60	0,25	0,17 bis 0,32	2,0	1,4 bis 3,7

Nach DIN EN 1996-1-1 (2010) darf für den Schubmodul G das 0,4-fache des Elastizitätsmoduls angenommen werden. Unter Annahme eines isotropen linear-elastischen Werkstoffverhaltens kann die Poissonzahl mit Gl. 2-10 zurückgerechnet werden, welche sich zu $\nu = 0,25$ ergibt.

$$G_m = \frac{E_{cm}}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{Gl. 2-10}$$

In DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012) sind, bis auf die Angabe, dass die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Mauerwerks unter Druckbeanspruchung in der Regel nichtlinear ist, keine konkreten Angaben zur Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung enthalten.

2.3.4 Tragverhalten unter Zug- und Biegezugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge

Wie auch bei Beton, wird bei Mauerwerk zwischen zentrischer Zug- und Biegezugfestigkeit unterschieden. Beide Festigkeiten werden in der Regel durch die Haftzugfestigkeit zwischen Mauerstein und Mauermörtel determiniert. Bei Kombinationen aus Mauerstein und Mauermörtel kann, sofern die Haftzugfestigkeit größer als die Zugfestigkeit der Mauersteine und des Mauermörtels ist, das Mauerwerk auch infolge der Überschreitung der Mauerstein- oder Mörtelfestigkeit versagen (vgl. Abbildung 2-7). Steinzugversagen tritt insbesondere bei niedrigen Festigkeiten der Mauersteine in Kombination mit einer großen Haftzugfestigkeit auf, wie es zum Beispiel bei niederfesten Porenbetonsteinen in Kombination mit Dünnbettmörtel der Fall sein kann. Da die zentrische Zugfestigkeit für die untersuchte Problemstellung der exzentrisch beanspruchten Druckglieder irrelevant ist, wird nachfolgend ausschließlich auf die Biegezugfestigkeit eingegangen.

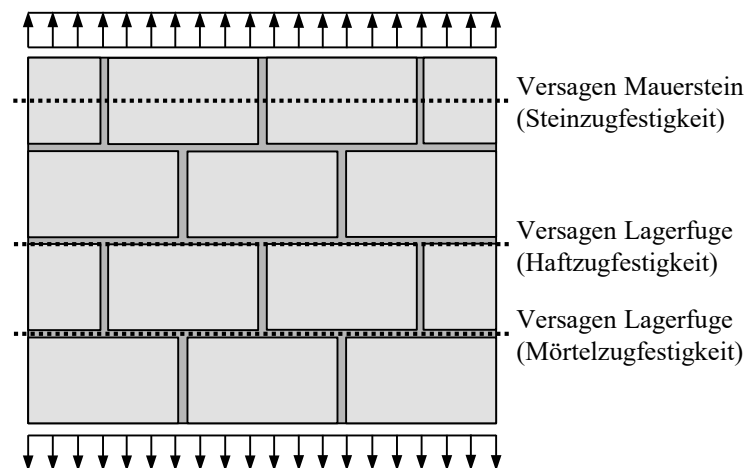


Abbildung 2-7: Zugversagen von Mauerwerk senkrecht zur Lagerfuge in Anlehnung an Pfeifer et al. (2001)

Die Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge ist von der jeweiligen Mauerstein-Mörtel-Kombination abhängig und wird im Allgemeinen experimentell bestimmt. Es gibt eine Fülle von Untersuchungen und Auswertungen zur Biegezugfestigkeit, wovon nachfolgend nur einige wenige genannt sind: Drysdale & Hamid (1982), Anstötz (1990), Mann (1992), Schmidt & Schubert (2004), Schubert & Graubohm (2007), Schmidt (2014) und Fehling et al. (2015).

Die Haftzugfestigkeit zwischen Mauerstein und Mauermörtel und damit auch die Biegezugfestigkeit ist, neben der Streuung der Werkstoffeigenschaften selbst, entscheidend von der Verarbeitungsqualität abhängig. Selbst unter Laborbedingungen ergibt sich eine große Variation der Versuchsergebnisse. Diesen Sachverhalt verdeutlicht Tabelle 2-7, in der Versuchsergebnisse der Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge (f_{xkl}) in komprimierter Form dargestellt sind [vgl. Schubert (1997) und Schmidt & Schubert (2004)].

Tabelle 2-7: Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge nach Schubert (1997) und Schmidt & Schubert (2004)

Mauersteinart	Biegezugfestigkeit f_{xkl} in N/mm ²	
	Mittelwert	Wertebereich
Ziegel	0,47	0,05 bis 1,21
Kalksandstein	0,33	0,02 bis 0,89
Leichtbeton	0,33	0,08 bis 0,77
Beton	0,42	0,23 bis 0,54
Porenbeton	0,25	0,03 bis 0,67

Gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ist die Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge f_{xkl} aus Versuchsergebnissen zu bestimmen. Liegen keine entsprechenden Auswertungen vor, so dürfen diese der Tabelle 2-8 entnommen werden, sofern der verwendete Dünnbett- oder Leichtmörtel mindestens der Mörtelklasse M5 entspricht.

Tabelle 2-8: Charakteristischer Wert der Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge f_{xkl} nach DIN EN 1996-1-1 (2010)

Mauersteinart	Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge f_{xkl} in N/mm ²			
	Normalmörtel $f_m < 5 \text{ N/mm}^2$	$f_m \geq 5 \text{ N/mm}^2$	Dünnbettmörtel $f_m \geq 5 \text{ N/mm}^2$	Leichtmörtel $f_m \geq 5 \text{ N/mm}^2$
Ziegel	0,10	0,10	0,15	0,10
Kalksandstein	0,05	0,10	0,20	nicht verwendet
Betonstein	0,05	0,10	0,20	nicht verwendet
Porenbetonstein ^{a)}	0,05	0,10	0,15	0,10
Betonwerkstein	0,05	0,10	nicht verwendet	nicht verwendet
Maßgerechter Naturstein	0,05	0,10	0,15	nicht verwendet
a) $f_{xkl} \leq 0,035 \cdot f_b$				

Der zugehörige deutsche nationale Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) ist dagegen weitaus konservativer, da die Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge für tragende Bauteile grundsätzlich nicht in Rechnung gestellt werden darf. Einzige Ausnahme stellen Wände aus Planelementen dar, die kurzzeitig senkrecht zur Wandebene beansprucht werden. Dabei darf es beim Versagen der Wand jedoch nicht zu einem größeren Einsturz oder zum Stabilitätsverlust des gesamten Tragwerkes kommen. Das typische Anwendungsbeispiel ist Ausfachungsmauerwerk mit Windbeanspruchung. In diesem Fall darf eine charakteristische Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge von $f_{xkl} = 0,2 \text{ N/mm}^2$ angesetzt werden.

Der Elastizitätsmodul bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge entspricht als gute Näherung dem Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul bei Druckbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge [vgl. Backes (1985)]. Des Weiteren sind die Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissöffnungs-Verläufe von Mauerwerk unter einachsiger Zugbeanspruchung prinzipiell identisch mit denen von Beton, weshalb der in Abbildung 2-3 dargestellte charakteristische Verlauf auch für den Werkstoff Mauerwerk gültig ist. Zugversuche, bei denen unter anderem das Nachbruchverhalten untersucht wurde, sind in Schubert & Glitza (1979), Alfes (1992), Pluijm (1997), Brameshuber et al. (2005) und Meyer (2005) zu finden. Eine allgemeingültige und anerkannte Beschreibung der Spannungs-Dehnungs- bzw. Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung liegt derzeit nicht vor.

2.4 Modellierung der einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung

2.4.1 Grundlagen

Da im Rahmen dieser Arbeit ein konsistenter Ansatz für die beiden Werkstoffe Beton und Mauerwerk verwendet werden soll, muss dieser die verschiedenen Charakteristika zutreffend beschreiben können. Dies gilt für die nichtlineare Zunahme der Dehnung mit zunehmender Spannung ebenso wie für die wirklichkeitsnahe Abbildung des Nachbruchverhaltens. In der Literatur gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Ansätzen zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton und Mauerwerk [vgl. zum Beispiel Ritter (1899), Angervo (1954), Desayi & Krishnan (1964), Sargin (1968) und Jäger et al. (2002)]. Auf eine explizite Gegenüberstellung der verschiedenen Modelle wird an dieser Stelle verzichtet, da diese in anschaulicher Form beispielsweise bereits in Glock (2004) und Bakeer (2015) abgedruckt sind.

2.4.2 Normierte einachsiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Für die Beschreibung der einachsialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird auf die etablierte Werkstoffbeziehung von DIN EN 1992-1-1 (2011) zurückgegriffen [vgl. fib (2010)]. Mit dieser Beziehung kann das nichtlineare Werkstoffverhalten von mineralischen Baustoffen hinreichend präzise beschrieben werden.

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k_0 \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k_0 - 2) \cdot \eta} \quad \text{Gl. 2-11}$$

Der Wert η bezeichnet die auf die Dehnung bei Höchstspannung ε_f bezogene Dehnung ε :

$$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_f} \quad \text{Gl. 2-12}$$

Ebenso wird die Dehnung im Bruchzustand ε_u auf die Dehnung bei Höchstspannung ε_f bezogen und mit η_u gekennzeichnet:

$$\eta_u = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_f} \quad \text{Gl. 2-13}$$

Sofern für die normierte Dehnung im Bruchzustand $\eta_u > 1,0$ gilt, wird ein Nachbruchverhalten abgebildet, wohingegen für $\eta_u = 1,0$ die Spannungs-Dehnungs-Beziehung endet, sobald die maximale Druckfestigkeit f_c erreicht wird. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung gemäß Gl. 2-11 ist maßgeblich vom normierten Ursprungsmodul k_0 abhängig. Da mit dem normierten Ursprungsmodul zugleich auch die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung definiert wird, kann k_0 auch als Völligkeitsbeiwert bezeichnet werden. Bestimmt wird der Wert k_0 mit Hilfe des Ursprungsmoduls, der Dehnung bei Höchstspannung ε_f und mit der Druckfestigkeit f_c .

$$k_0 = \frac{E_0 \cdot \varepsilon_f}{f_c}$$

Gl. 2-14

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. 2-11 ist für $k_0 = 1,0$ linear und für $k_0 = 2$ parabolisch. Für den theoretischen Grenzfall von $k_0 \rightarrow \infty$ spiegelt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Gl. 2-11 starr-plastisches Werkstoffverhalten wider. Für die bezogene Dehnung im Bruchzustand muss stets $\eta_u \leq k_0$ gelten, da sonst das Verhältnis σ_c/f_c negativ wird. Abbildung 2-8 veranschaulicht die angesetzte Spannungs-Dehnungs-Beziehung in absoluter Darstellung (links) und in normierter Darstellung (rechts).

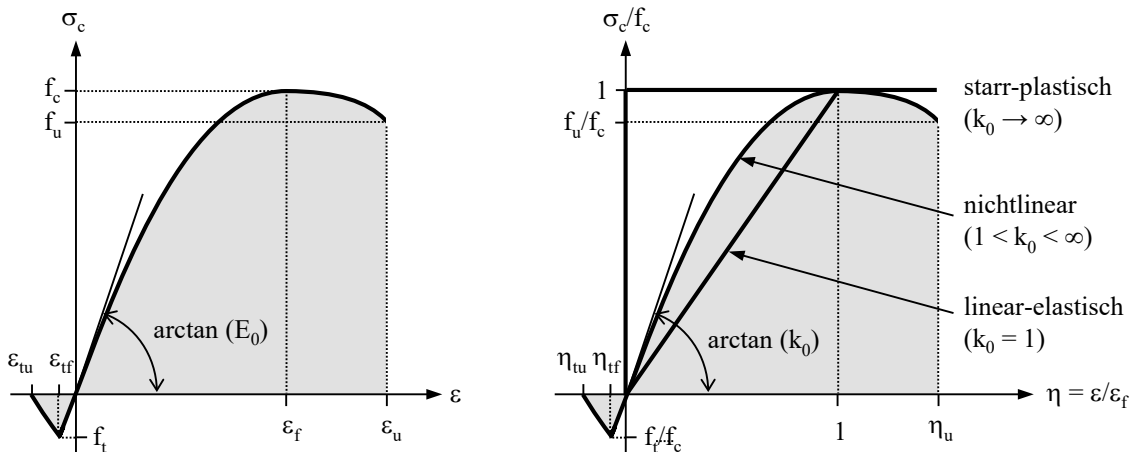


Abbildung 2-8: Nicht normierte (links) und normierte (rechts) Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und Glock (2004)

Ein theoretischer Fall der Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich ist die Modellierung mit einem sogenannten horizontalen plastischen Ast. Dabei wird bis zum Erreichen der Höchstspannung und der zugehörigen Dehnung $\eta = 1,0$ die Spannungs-Dehnungs-Beziehung unverändert gemäß Gl. 2-11 beschrieben und für größere Dehnungen ($\eta > 1,0$) wird die Spannung konstant mit $\sigma_c/f_c = 1,0$ angesetzt. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit horizontalem plastischen Ast wird im Rahmen dieser Arbeit als Modellierung mit horizontalem Ast mit $\eta_u \rightarrow \infty$ bezeichnet und ermöglicht sowohl die konsistente Ermittlung der starr-plastischen Querschnittstragfähigkeit als auch die realistische Ermittlung der Verformungen und Traglasten bei großen Schlankheiten (Stabilitätsversagen). Durch diese Modellierung wird ein kontinuierlicher Übergang der Tragfähigkeit von gedrunenen zu schlanken Druckgliedern gewährleistet. Normative Nachweisverfahren legen zumeist einen solchen Ansatz zugrunde (vgl. Abschnitt 5.4).

Die untersuchten mineralischen Baustoffe weisen im Verhältnis zur Druckfestigkeit sehr geringe Zugfestigkeiten auf. Der Einfluss der Zug- bzw. Biegezugfestigkeit auf die Tragfähigkeit der Druckglieder ist im Allgemeinen gering, weshalb im Zugbereich der Spannungs-Dehnungs-Beziehung vereinfachend ein linearer Verlauf angenommen wird. Für den Elastizitätsmodul im Zugbereich wird, wie in den Abschnitten 2.2.4 und 2.3.4 darge-

legt, als gute Näherung der Elastizitätsmodul des Druckbereiches verwendet. Dementsprechend ergibt sich die Dehnung beim Erreichen der Zugfestigkeit ε_{tf} zu:

$$\varepsilon_{tf} = \frac{f_t}{E_0} \quad \text{Gl. 2-15}$$

Das Entfestigungsverhalten im Zugbereich wird ebenso linearisiert angenommen (vgl. Abbildung 2-8) und auf die Dehnung bei Höchstzugspannung ε_{tu} bezogen. Damit kann auch das Werkstoffverhalten von Stahlfaserbeton erfasst werden. Die Entfestigung bleibt unberücksichtigt ($\eta_{tu} = 1,0$), sofern die bezogene Bruchdehnung η_{tu} nicht mit $\eta_{tu} > 1,0$ angegeben wird.

$$\eta_{tu} = \frac{\varepsilon_{tu}}{\varepsilon_{tf}} \quad \text{Gl. 2-16}$$

2.4.3 Vorgeschlagener Ansatz der Werkstoffkennwerte

Die Berechnung der Tragfähigkeit erfolgt stets mit mittleren Werkstoffkennwerten. Einzige Ausnahme ist der Vergleich der Tragfähigkeit mit normativen Bemessungsverfahren im Abschnitt 5.4. Die zugehörige Ermittlung der Werkstoffkennwerte unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes wird in Abschnitt 5.3 erläutert. Für die Modellierung der Werkstoffbeziehung sind die notwendigen Werkstoffkennwerte für Beton in DIN EN 1992-1-1 (2011) angegeben. Die Kennwerte basieren auf einer Vielzahl von Untersuchungen und sind allgemein anerkannt. Die notwendige Umrechnung vom mittleren Elastizitätsmodul als Sekantenmodul E_{cm} bei 0,4-facher mittlerer Druckfestigkeit ($0,4 \cdot f_{cm}$) zum mittleren Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul E_0 erfolgt gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) (vgl. Gl. 2-3).

Die Tabelle 2-9 enthält die gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013) normativ geregelten Werkstoffkennwerte für die unterschiedlichen Betonfestigkeitsklassen, welche für die Ermittlung der Tragfähigkeit anzusetzen sind.

Tabelle 2-9: Anzusetzende Werkstoffkennwerte für Beton nach DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013)

Größe	Betonfestigkeitsklasse															
f_{ck} in N/mm ²	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100	
f_{cm} in N/mm ²	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	108	
f_{ctm} in N/mm ²	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	
$ f_{tm}/f_{cm} $	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,05	0,05	0,05	
k_0	2,56	2,38	2,25	2,10	2,00	1,87	1,77	1,73	1,65	1,59	1,57	1,48	1,41	1,31	1,23	
ε_f in ‰	1,80	1,90	2,00	2,10	2,20	2,25	2,30	2,40	2,45	2,50	2,60	2,70	2,80	2,80	2,80	
η_u	1,94	1,84	1,75	1,67	1,59	1,56	1,52	1,46	1,43	1,28	1,15	1,04	1,00	1,00	1,00	

Für die Beschreibung der Werkstoffbeziehung für Druckglieder aus Mauerwerk kann die charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) als Grundlage verwendet werden. Da es eine Vielzahl genormter Stein-Mörtel-Kombinationen gibt, werden die charakteristischen Mauerwerksdruckfestigkeiten nicht dargestellt, sondern es wird auf DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012) verwiesen. Die Umrechnung der charakteristischen Druckfestigkeit des Mauerwerks f_{ck} als 5 %-Quantilwert auf die mittlere Druckfestigkeit f_{cm} kann gemäß DIN EN 1052-1 (1998) im Allgemeinen erfolgen:

$$f_{cm} = 1,2 \cdot f_{ck} \quad \text{Gl. 2-17}$$

Die Beschreibung der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, der Stauchung bei Höchstspannung sowie die bezogene Bruchstauchung werden auf Grundlage von Meyer & Schubert (1992) und Brameshuber (2017) gewählt. Die in Brameshuber (2017) angegebenen geometrischen Völligkeitsgrade werden mit Gl. 2-9 in Verbindung mit der verwendeten Werkstoffbeziehung nach Gl. 2-11 in die Völligkeit k_0 überführt. In Übereinstimmung mit DIN EN 1996-1-1/NA (2012) wird die Biegezugfestigkeit rechnerisch vernachlässigt. Die vorgeschlagenen Werkstoffkennwerte für die Bestimmung der Tragfähigkeit von Druckgliedern aus Mauerwerk sind in Tabelle 2-10 zusammengefasst.

Tabelle 2-10: Vorgeschlagene Werkstoffkennwerte für Mauerwerk auf Grundlage von Schubert & Glitza (1982), Schubert & Meyer (1990), Meyer & Schubert (1992), Marzahn (2000), DIN EN 1996-1-1/NA (2012) und Brameshuber (2017)

Mauersteine	bezogener Ursprungsmodul k_0	Stauchung bei Höchstspannung ε_f in ‰	bezogene Bruchstauchung η_u	bezogene Biegezugfestigkeit $ f_t/f_c $
Hochlochziegel	1,15	1,8	1,0	0,0
Kalksandstein	1,80	2,5		
Leichtbetonstein	1,40	1,7		
Betonstein	1,80	1,0		
Porenbetonstein	1,15	2,0		

In Abbildung 2-9 sind exemplarisch normierte Spannungen und Dehnungen von zentrischen Mauerwerksdruckversuchen dargestellt. Dabei wurden die Versuchsergebnisse von Schubert & Glitza (1982), Schubert & Meyer (1990) und Marzahn (2000) den verschiedenen Werkstoffen zugeordnet. Neben verschiedenen Druckfestigkeitsklassen des Normalmörtels sind auch Versuchsergebnisse von Mauerwerk mit Dünnbettmörtel und Leichtmauermörtel enthalten. Etwaige Versuchswerte bei $\eta = 1,0$ und $\sigma_c/f_c < 1,0$ repräsentieren den Abfall der aufnehmbaren Spannung direkt nach dem Erreichen der maximalen Druckfestigkeit. Insgesamt bildet die gewählte Werkstoffbeziehung die Versuchsergebnisse gut ab. Lediglich bei Mauerwerk aus Kalksandsteinen sind systematische Unterschreitungen beim Nachbruchverhalten festzustellen. Da bei Druckgliedern aus Mauerwerk gemäß Tabelle 2-10 jedoch auf einen rechnerischen Ansatz des Nachbruchverhal-

tens verzichtet wird, sind diese Abweichungen irrelevant. Trotz der großen Streuung der Versuchsergebnisse kann konstatiert werden, dass die Werkstoffbeziehung nach Gl. 2-11 die einachsiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich adäquat beschreibt. Detailliertere Aufgliederungen der Versuchsergebnisse mit Regressionsanalysen des bezogenen Ursprungsmoduls sind zum Beispiel in Glock (2004) zu finden. Des Weiteren hat Glock (2004) aufgezeigt, dass mit der vorgestellten Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung die Tragfähigkeit für schlanke Beton- und Mauerwerksdruckglieder unter ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung zutreffend abgebildet wird.

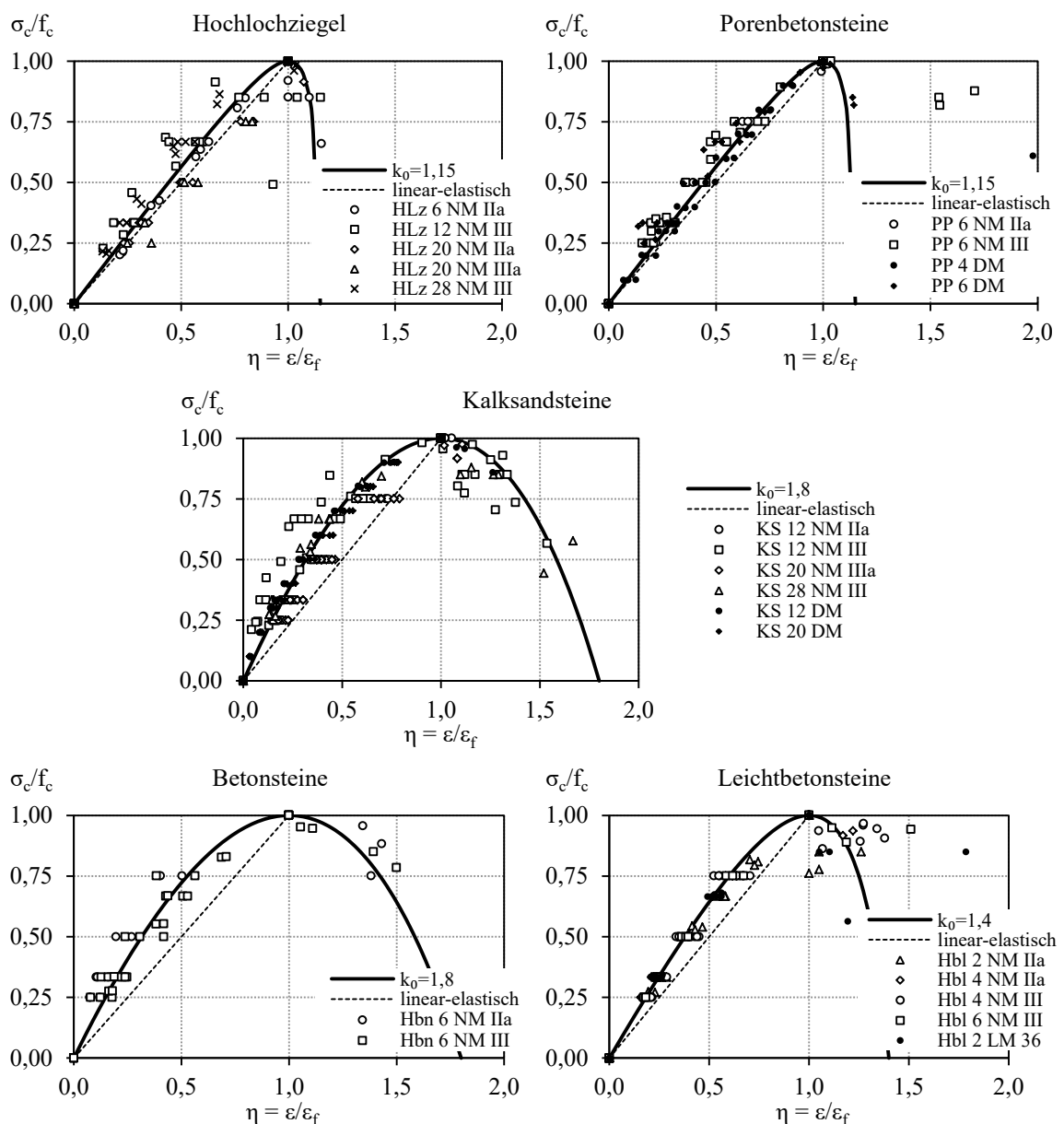


Abbildung 2-9: Auswertung zentrischer Mauerwerksdruckversuche von Schubert & Glitza (1982), Schubert & Meyer (1990) und Marzahn (2000) in Anlehnung an Glock (2004)

2.5 Zusammenfassung

Zu Beginn wurden die beiden mineralischen Werkstoffe Beton und Mauerwerk sowie die für deren Eigenschaften ausschlaggebenden Ausgangsstoffe Zement und Gesteinskörnung vorgestellt. Darauf aufbauend folgte die Analyse des vergleichbaren Last-Verformungs-Verhaltens der beiden Werkstoffe Beton und Mauerwerk hinsichtlich Druck-, Zug- und Biegezugbeanspruchung, wobei sich folgende Sachverhalte zeigten: Beide Werkstoffe weisen unter Druckbeanspruchung ein nichtlineares Tragverhalten auf, welches durch unterschiedliche Völligkeiten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschrieben werden kann. Normalfeste Betone haben unter Druckbeanspruchung eine ausgeprägt völlige Spannungs-Dehnungs-Beziehung, wobei die Völligkeit mit steigender Betondruckfestigkeit abnimmt. Beim Werkstoff Mauerwerk hängt die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung maßgeblich vom Material des Mauersteines ab. Dabei hat Ziegelmauerwerk eine nahezu linear-elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung und Mauerwerk aus Beton- und Kalksandsteinen eine annähernd parabolische Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Die Zugfestigkeiten beider Werkstoffe sind verhältnismäßig gering.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird für die realitätsnahe Bestimmung des Tragverhaltens die in DIN EN 1992-1-1 (2011) enthaltene einachsiale Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit den für Betonbauteile zutreffenden Werkstoffkennwerten gewählt. Da zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von Mauerwerk nicht alle notwendigen Werkstoffkennwerte normativ geregelt sind, muss auf in der Literatur verfügbare Erkenntnisse zurückgegriffen werden. Anhand der Auswertung bestehender Versuchsergebnisse wurde anschaulich verdeutlicht, dass mit der gewählten Werkstoffbeziehung in Kombination mit geeigneten Werkstoffkennwerten das Last-Verformungs-Verhalten von Mauerwerk zutreffend abgebildet wird.

3 ANALYSE AUSGEWÄHLTER BERECHNUNGS- UND BEMESSUNGSVERFAHREN

3.1 Einführung

Bereits im 18. Jahrhundert wurde durch Euler (1744) der Grundstein für die Berechnung von schlanken Druckgliedern gelegt. Die Eulersche Verzweigungslast und die Erkenntnis des Versagens infolge der Überschreitung der aufnehmbaren Spannungen für gedrungene Bauteile von Navier (1829) und Tetmajer (1896) bilden heute noch die Grundlage vieler Berechnungsverfahren. Ein Abriss dieser wegweisenden Arbeiten wird mit der Aufbereitung der historischen Entwicklung der Berechnung der Querschnitts- und Systemtragfähigkeit in Abschnitt 3.2 gegeben. Darauf aufbauend werden ausgewählte theoretische Berechnungsverfahren analysiert. Die verschiedenen Verfahren stellen einen Ausschnitt der vorliegenden Erkenntnisse zur Ermittlung der Tragfähigkeit ein- und zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder aus mineralischen Baustoffen dar. Anschließend werden nationale und internationale normative Bemessungsregeln untersucht. Dabei werden neben den Regelungen zur Bemessung unbewehrter Druckglieder aus Beton auch die Regelungen für unbewehrte Mauerwerksdruckglieder dargestellt. Alle Verfahren werden systematisch und allgemeingültig aufbereitet, da hierdurch die Traglasten der verschiedenen Verfahren sinnvoll miteinander verglichen und Diskrepanzen identifiziert werden können. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse fließen in die Entwicklung des nichtlinearen Bemessungsverfahrens in Abschnitt 5 ein.

Allen untersuchten Verfahren wird das Ersatzsystem gemäß Abbildung 3-1 mit konstanter Exzentrizität nach Theorie I. Ordnung zugrunde gelegt. Zudem ist in Abbildung 3-1 der als Bezugsgröße gewählte normierte Querschnitt mit der Querschnittsbreite b , der Querschnittsdicke t und dem Lastangriffspunkt mit den zugehörigen Exzentrizitäten in beide Achsrichtungen dargestellt. Da der Ersatzstab an beiden Stabenden gelenkig gelagert ist, ergeben sich identische Knicklängen in beide Achsrichtungen ($h_{\text{ef},y} = h_{\text{ef},z}$). Dies bedeutet zugleich, dass die größten Verformungen der jeweils betrachteten Achsrichtungen an der gleichen Stelle, dem kritischen Schnitt in Druckgliedhöhenmitte, auftreten. Aufgrund unterschiedlicher Verhältnisse von Querschnittsbreite zu -dicke ergeben sich unterschiedliche Schlankheiten in die jeweilige Achsrichtung ($h_{\text{ef},y}/t$ und $h_{\text{ef},z}/b$).

Sofern Verfahren untersucht werden, welche lediglich einachsige Biegung mit Normalkraft berücksichtigen, sind keine Exzentrizitäten in z -Richtung vorhanden ($e_z^I/b = 0$ und $e_y^I/t \geq 0$) und es können keine Verformungen in z -Richtungen auftreten ($\Delta e_z^{II}/b = 0$). Letzteres ist gleichbedeutend mit einer kontinuierlichen Lagerung des Druckgliedes in z -Richtung oder mit einem Druckglied mit einer unendlich großen Querschnittsbreite ($b \rightarrow \infty$). Die Verformungen in Stabmitte werden mit den zusätzlichen Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung $\Delta e_y^{II}/t$ und $\Delta e_z^{II}/t$ beschrieben.

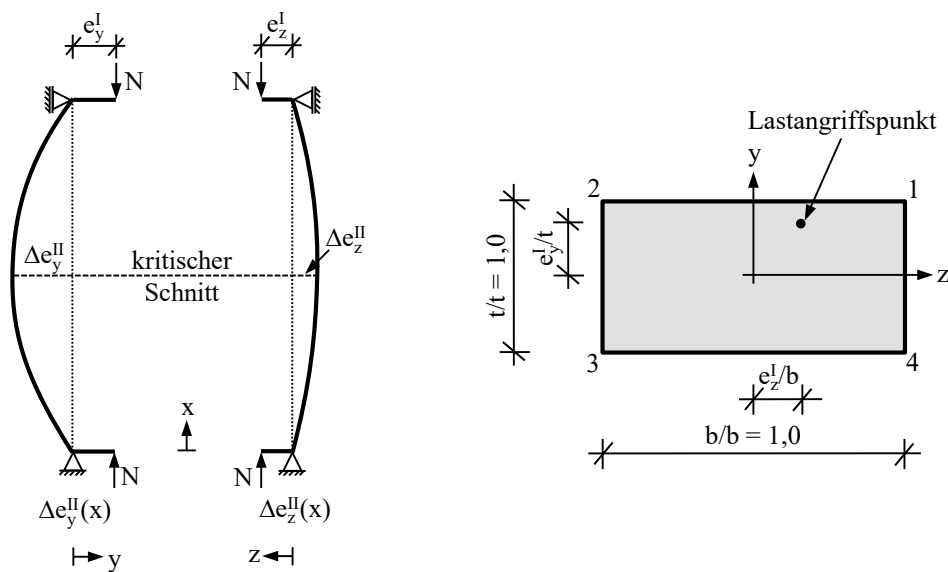


Abbildung 3-1: Ersatzsystem mit konstanten Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung und normiertem Querschnitt mit Lastangriffspunkt

Gemäß der linearen Elastizitätstheorie tritt Stabilitätsversagen mit Verzweigung beim Sonderfall des ideal zentrisch beanspruchten Druckgliedes mit ideal gerader Stabachse ein. Für exzentrisch beanspruchte Druckglieder ist die maßgebende Versagensart nach linearer Elastizitätstheorie stets das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung. Für Werkstoffe mit nichtlinearen Werkstoffeigenschaften, zu denen auch nicht oder nur bedingt biegezugfeste Materialien wie Beton und Mauerwerk zählen, kann bei exzentrischer Beanspruchung ein Stabilitätsversagen ohne Verzweigung eintreten. Durch Abbildung 3-2 werden das Querschnittsversagen nach Theorie I. und II. Ordnung sowie das Stabilitätsversagen bei einachsiger exzentrischer Beanspruchung erläutert. Neben der Momenten-Normalkraft-Interaktion der Querschnittstragfähigkeit sind verschiedene Interaktionen der Einwirkungen im kritischen Schnitt dargestellt. Bei der Berechnung nach Theorie I. Ordnung besteht aufgrund der Vernachlässigung des Verformungseinflusses ein linearer Zusammenhang zwischen Moment und Normalkraft ($M_z^I = N \cdot e_y^I$). Werden die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt, ist die Zunahme des Momentes aufgrund der nichtlinearen Verformungszunahme überproportional ($M_z^{II} = N \cdot (e_y^I + \Delta e_y^{II})$). Dieser Sachverhalt wird durch die Rissbildung und die damit verbundene Abnahme der Biegesteifigkeit verstärkt. Im Versagenszustand wird beim Querschnittsversagen nach Theorie I. oder II. Ordnung stets die maximal mögliche Querschnittstragfähigkeit des kritischen Schnittes erreicht. Dies ist durch den Schnittpunkt der Einwirkungsfunktion des kritischen Schnittes mit der Tragfähigkeitsfunktion des Querschnittes gekennzeichnet. Beim Stabilitätsversagen hingegen liegt der Punkt der maximalen Normalkraft, die Systemtragfähigkeit, innerhalb der Querschnittstragfähigkeitsfunktion. Eine weitere Steigerung der Normalkraft ist nicht möglich, da die Verformungen nach Theorie II. Ordnung stark überproportional zunehmen. Beim Stabilitätsversagen wird die werkstoffabhängige Tragfähigkeit

im kritischen Schnitt nicht ausgenutzt, was der beanspruchungsbedingten Steifigkeitsabnahme und den damit verbundenen zunehmenden Verformungen geschuldet ist. Die Besonderheiten der Momenten-Normalkraft-Interaktionen bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung werden in Abschnitt 4.4.1 ausführlich erläutert.

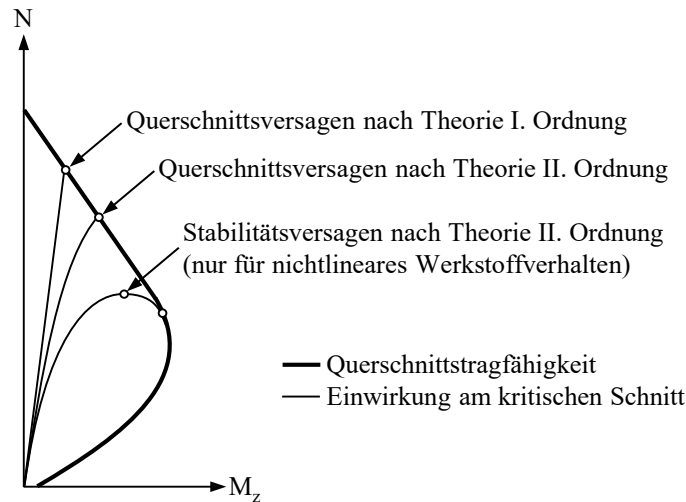


Abbildung 3-2: Momenten-Normalkraft-Interaktion eines einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes mit begrenzter Biegezugfestigkeit

Zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder können bei dominierender Beanspruchung in Richtung der stärkeren Achse infolge maßgeblicher Verformungen in Richtung der schwächeren Achse versagen. In der Literatur ist für Stahlbetondruckglieder der von Galgoul (1978) geprägte Begriff des Seitwärtsknickens geläufig, welcher nach Meinung des Verfassers der vorliegenden Arbeit jedoch nur bedingt zutreffend ist, da der Begriff lediglich das Stabilitätsversagen impliziert. Das Versagen kann auch für gedrungene Druckglieder eintreten, weshalb im Rahmen dieser Arbeit das Versagen als Seitwärtsversagen betitelt wird. Seitwärtsversagen kann sowohl bei Spannungs- als auch bei Stabilitätsversagen eintreten.

Für die systematische Aufbereitung werden folgende normierte Größen eingeführt.

Normierte Normalkraft (Druck positiv):

$$\Phi = \frac{N}{b \cdot t \cdot f_c} \quad \text{Gl. 3-1}$$

Werkstoffnormierte Schlankheit in y- und z-Richtung:

$$\lambda_y = \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \cdot \sqrt{\varepsilon_f} \quad \text{Gl. 3-2}$$

$$\lambda_z = \frac{h_{\text{ef},z}}{b} \cdot \sqrt{\varepsilon_f} \quad \text{Gl. 3-3}$$

3.2 Historische Entwicklung

3.2.1 Querschnittstragfähigkeit

Die historische Entwicklung der Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit kann für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0$) auf die Erkenntnisse aus der Geotechnik zurückgeführt werden, sofern die steifigkeitsabhängige Interaktion von Baugrund und Fundament vernachlässigt wird. Die dabei übliche Ermittlung der maximalen Eckpressung kann, bei Annahme einer vollen Ausnutzung der Tragfähigkeit, zur Berechnung der Tragfähigkeit von rechteckigen Querschnitten (Φ_R) verwendet werden.

$$\Phi_R = \frac{N_R}{b \cdot t \cdot f_c} \quad \text{Gl. 3-4}$$

Pohl (1918) gibt neben einer Tabelle zur Bestimmung der Lage der Nulllinie auch eine Tabelle zur Bestimmung der maximalen Randspannung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Rechteckquerschnitte an. Umgerechnet zur Querschnittstragfähigkeit Φ_R ergibt dies die Werte in Tabelle 3-1.

Tabelle 3-1: *Querschnittstragfähigkeit Φ_R für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit nach Pohl (1918)*

Φ_R = $N_R / (b \cdot t \cdot f_c)$		e_y/t									
		0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
e_z/b	0,00	1,00	0,77	0,63	0,53	0,45	0,37	0,30	0,22	0,15	0,07
	0,05	0,77	0,63	0,53	0,45	0,39	0,32	0,26	0,19	0,13	0,06
	0,10	0,63	0,53	0,45	0,39	0,33	0,28	0,22	0,17	0,11	0,06
	0,15	0,53	0,45	0,39	0,34	0,29	0,24	0,19	0,14	0,10	0,05
	0,20	0,45	0,39	0,33	0,29	0,24	0,20	0,16	0,12	0,08	0,04
	0,25	0,37	0,32	0,28	0,24	0,20	0,17	0,13	0,10	0,07	0,03
	0,30	0,30	0,26	0,22	0,19	0,16	0,13	0,11	0,08	0,05	0,03
	0,35	0,22	0,19	0,17	0,14	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02
	0,40	0,15	0,13	0,11	0,10	0,08	0,07	0,05	0,04	0,03	0,01
	0,45	0,07	0,06	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01

Die grafische Ermittlung der Spannungen und der Tragfähigkeit ist mit dem Verfahren von Spangenberg (1925) für beliebige Querschnittsformen möglich [vgl. auch Mohr (1928)].

Hülsendünker (1964) bereitet die Ergebnisse von Pohl (1918) grafisch auf. Bei vorgegebenen Exzentrizitäten in beide Richtungen (e_y/t und e_z/b) kann die maximale Randspannung bzw. in der hier dargestellten Form die Querschnittstragfähigkeit Φ_R abgelesen werden (vgl. Abbildung 3-3). Sofern die Ableselinie die Grenzlinie nicht schneidet, ist stets die Hälfte der Querschnittsfläche überdrückt.

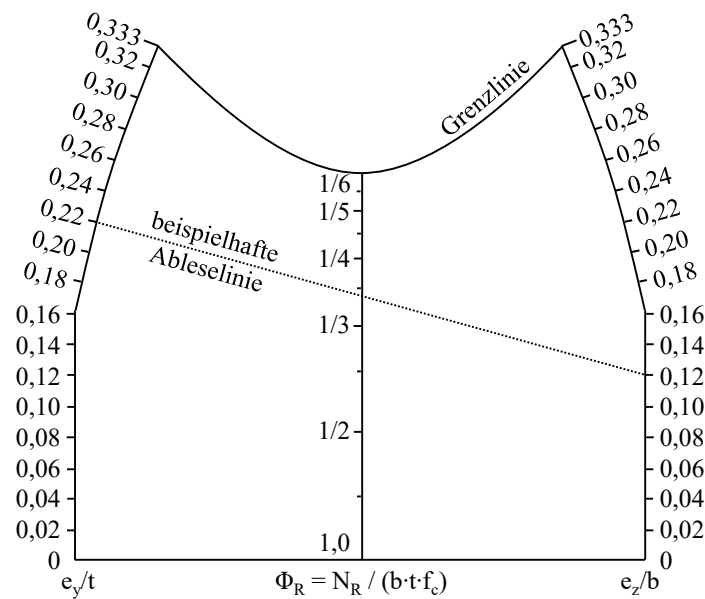


Abbildung 3-3: Nomogramm zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit rechteckiger Querschnitte bei linear-elastischem Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit nach Hülsehdücker (1964)

Wegen der nicht vorhandenen Biegezugfestigkeit reißt der Querschnitt auf, sofern eine oder beide Exzentrizitäten entsprechend groß sind. Dabei stellen sich unterschiedliche Geometrien der überdrückten Fläche ein, sodass zwischen fünf verschiedenen Fällen unterschieden werden muss (vgl. Abbildung 3-4).

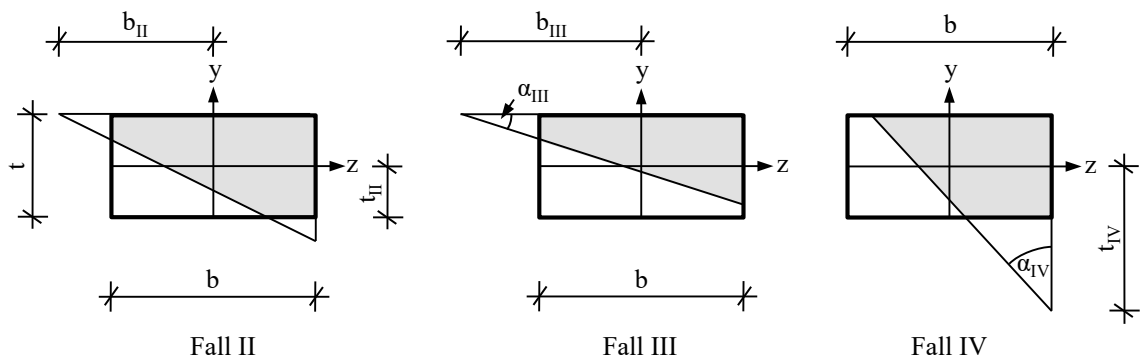


Abbildung 3-4 Darstellung der Fälle II bis IV für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit nach Fuchssteiner (1957)

Enßlin (1941) visualisiert die Fallgrenzen in Abhängigkeit der beiden Exzentrizitäten der angreifenden Last in anschaulicher Form über den Querschnitt. Dies ist für einen Querschnittsviertel in Abbildung 3-5 dargestellt.

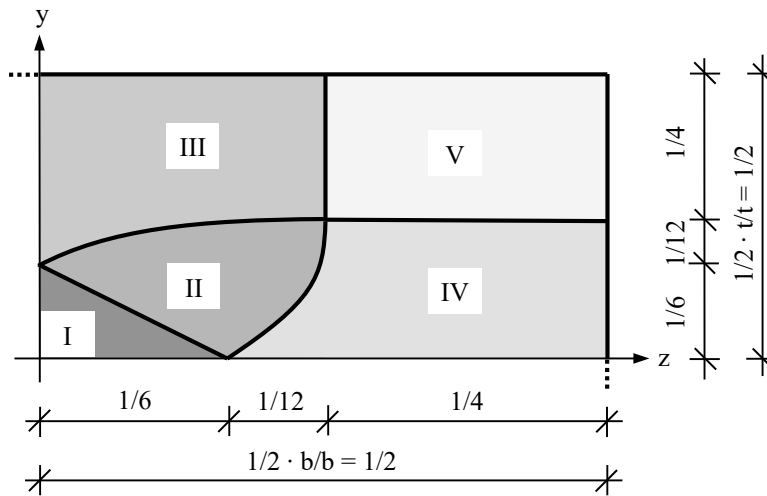


Abbildung 3-5 Querschnittsviertel zur Fallunterscheidung in Abhängigkeit der Exzentrizitäten für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit nach Enßlin (1941)

Geschlossene Lösungen für die Ermittlung der Randspannungen zweiachsig exzentrisch beanspruchter Fundamente unter der Annahme linear-elastischen Werkstoffverhaltens ohne Biegezugfestigkeit präsentiert Fuchssteiner (1957) für die Fälle I bis IV.

Für Fall I, den gänzlich ungerissenen und somit vollständig überdrückten Querschnitt, ergibt sich die Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,I}$ zu:

$$\Phi_{R,I} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{e_y}{t} + \frac{e_z}{b} \right)} \quad \text{Gl. 3-5}$$

Für Fall II stellt Fuchssteiner (1957) keine analytische Lösung, sondern eine empirische Approximationsfunktion zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit mit fünfeckiger Druckzone ($\Phi_{R,II}$) vor:

$$\Phi_{R,II} = \frac{1}{A_1 \cdot [12 - 3,9 \cdot (6 \cdot A_1 - 1) \cdot (1 - 2 \cdot A_1) \cdot (2,8 - 2 \cdot A_1)]} \quad \text{Gl. 3-6}$$

mit $A_1 = \frac{e_y}{t} + \frac{e_z}{b}$

Fall III beschreibt eine trapezförmige Druckzone, wobei die Biegung um die z-Achse dominiert. Die analytisch ermittelte Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,III}$ ist:

$$\Phi_{R,III} = \frac{\tan(\alpha_{III})}{12 \cdot b} \cdot \frac{b^2 + 12 \cdot b_{III}^2}{b + 2 \cdot b_{III}} \quad \text{Gl. 3-7}$$

mit $\tan(\alpha_{III}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{t - 2 \cdot e_y}{b_{III} + e_z}$ und $b_{III} = \frac{b}{12} \cdot \left(\frac{b}{e_z} + \sqrt{\frac{b^2}{e_z^2} - 12} \right)$

Fall IV ist mit Fall III vergleichbar, wobei die Biegung um die stärkere y-Achse überwiegt:

$$\Phi_{R,IV} = \frac{\tan(\alpha_{IV})}{12 \cdot t} \cdot \frac{t^2 + 12 \cdot t_{IV}^2}{t + 2 \cdot t_{IV}} \quad \text{Gl. 3-8}$$

mit $\tan(\alpha_{IV}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{b - 2 \cdot e_z}{t_{IV} + e_y}$ und $t_{IV} = \frac{t}{12} \cdot \left(\frac{t}{e_y} + \sqrt{\frac{t^2}{e_y^2} - 12} \right)$

Für den von Enßlin (1941) vorgestellten Fall V (vgl. Abbildung 3-5) gibt Fuchssteiner (1957) keine Beziehung zur Bestimmung der Randspannungen an. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass bei der Bemessung von Fundamenten mindestens die Hälfte der Sohlfläche überdrückt sein muss, was bei Fall V nicht zutrifft [vgl. zum Beispiel DIN 1054 (2010)]. Eine detailliertere Darstellung der Fälle sowie weiterführende Erkenntnisse folgen in Abschnitt 4.2.2.

3.2.2 Systemtragfähigkeit

Die für die Bemessung schlanker Druckglieder notwendige Grundlage der Biegelinie des elastischen Balkens legt Bernoulli. Dabei muss die Verformungsfigur des Balkens dem energetischen Minimum entsprechen. Hierfür formuliert Bernoulli das Gleichgewicht am verformten System mit Hilfe des Zusammenhangs von Moment und Krümmung [vgl. Timoshenko (1953)]. Dabei wird ideal linear-elastisches Werkstoffverhalten und ein konstanter Querschnitt über die Stablänge x vorausgesetzt. Für Biegung um die z-Achse ergibt sich folgende Gleichgewichtsbeziehung:

$$Ek_z^2 \cdot \kappa_z^{\text{II}}(x) = N \cdot e_y^{\text{II}}(x) \quad \text{Gl. 3-9}$$

Die absolute Elastizität Ek_z^2 , heute als Biegesteifigkeit EI_z bekannt, ist das Produkt aus Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment 2. Grades. Unter Annahme kleiner Verformungen ersetzt Euler (1744) die Krümmung des Querschnittes $\kappa_z^{\text{II}}(x)$ durch die 2. Ableitung der Verformung $\Delta e_y^{\text{II}}(x)$ [vgl. Nowak (1981)]. Die gesamte Exzentrizität $e_y^{\text{II}}(x)$ setzt sich aus der konstanten Exzentrizität nach Theorie I. Ordnung $e_y^{\text{I}}(x)$ und der Verformung $\Delta e_y^{\text{II}}(x)$ zusammen. Das Gleichgewicht zwischen inneren und äußeren Beanspruchungen lässt sich damit wie folgt ausdrücken:

$$EI_z \cdot \frac{d^2 \Delta e_y^{\text{II}}(x)}{dx^2} = N \cdot \left[e_y^{\text{I}}(x) + \Delta e_y^{\text{II}}(x) \right] \quad \text{mit} \quad \frac{d^2 \Delta e_y^{\text{II}}(x)}{dx^2} \approx -\kappa_z^{\text{II}}(x) \quad \text{Gl. 3-10}$$

Bei Vernachlässigung der Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung ($e_y^{\text{I}}/t = 0$) und unter der Annahme eines sinusförmigen Verlaufes der Verformung löste Euler das Verzweigungsproblem des elastischen Stabes:

$$N_{\text{crit}}^{\text{II}} = \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{h_{\text{ef},y}^2} \quad \text{Gl. 3-11}$$

Die Eulersche Verzweigungslast $N_{\text{crit}}^{\text{II}}$, die auch als Eulerhyperbel bekannt ist, lässt sich im Rahmen der in dieser Arbeit gewählten Schreibweise wie folgt ausdrücken:

$$\Phi_{\text{crit}}^{\text{II}} = \frac{\pi^2}{12 \cdot \lambda_y^2} \quad \text{Gl. 3-12}$$

Da Euler unbeschränktes linear-elastisches Werkstoffverhalten voraussetzt, strebt die Eulersche Verzweigungslast für den theoretischen Grenzfall des unendlich gedrungeenen Druckgliedes ($\lambda_y \rightarrow 0$) gegen unendlich ($\Phi_{\text{crit}}^{\text{II}} \rightarrow \infty$).

Obwohl bereits Navier (1829) erkannte, dass, abgesehen von Stabilitätsversagen schlanker Druckglieder, auch Querschnittsversagen für gedrungene Bauteile eintreten kann, wurde dieser Sachverhalt erst durch die Versuche von Tetmajer (1896) und somit erst nach Fertigstellung des Eiffelturms im Jahr 1889 weiträumig bekannt [vgl. Kollbrunner & Meister (1961)]. Navier schlägt nachfolgende eine Geradengleichung zur Begrenzung der Spannungen vor:

$$\Phi_{\text{R}}^{\text{II}} = 1,0 - 0,0139 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \quad \text{Gl. 3-13}$$

Über ein halbes Jahrhundert später stellt Tetmajer (1896) die sogenannte Tetmajer-Gerade vor, welche für Schweißbeisen lautet [vgl. Kollbrunner & Meister (1961)]:

$$\Phi_{\text{R}}^{\text{II}} = 1,01 - 0,0149 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \quad \text{Gl. 3-14}$$

Zur Vergleichbarkeit wurden Gl. 3-13 und Gl. 3-14 unter Berücksichtigung dreifacher Sicherheiten bereinigt. Es ist offensichtlich, dass die Vorschläge von Navier (1829) und Tetmajer (1896) fast identisch sind. Die Tetmajer-Gerade wird, wenn auch mit anderen Zahlenwerten, teilweise noch heute im Bereich des Maschinenbaus verwendet [vgl. Böge & Böge (2016)].

Engesser (1889) berücksichtigt das nichtlineare Werkstoffverhalten von Stahl. Hierfür ersetzte Engesser den Elastizitätsmodul der Eulerschen Verzweigungslast durch den Knickmodul T_z (vgl. Gl. 3-15).

$$\Phi_{\text{crit}}^{\text{II}} = \frac{\pi^2 \cdot T_z}{\left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t} \right)^2 \cdot f_c} \quad \text{Gl. 3-15}$$

Der Knickmodul um die z-Achse T_z setzt sich aus den Elastizitätsmoduln und den Flächenträgheitsmomenten 2. Grades der Druck- und Zugzone zusammen.

$$T_z = E_1 \cdot I_{1,z} + E_2 \cdot I_{2,z} \quad \text{Gl. 3-16}$$

mit E_1 Elastizitätsmodul der Druckzone

E_2 Elastizitätsmodul der Zugzone

$I_{1,z}$ Flächenträgheitsmoment 2. Grades der Druckzone (um die z-Achse)

$I_{2,z}$ Flächenträgheitsmoment 2. Grades der Zugzone (um die z-Achse)

Je nach Werkstoffbeziehung und wirkender Normalkraft bzw. Spannung ist der Knickmodul gleich dem Elastizitätsmodul als Ursprungsmodul oder als Tangentenmodul bei der jeweiligen Spannung und Dehnung. Kármán (1910) bestätigt die Engesser-Kurve experimentell. Des Weiteren hat Kármán (1910) auch Traglastversuche an einachsigen exzentrisch beanspruchten Druckgliedern durchgeführt und diese Ergebnisse auf analytischem Weg verifiziert.

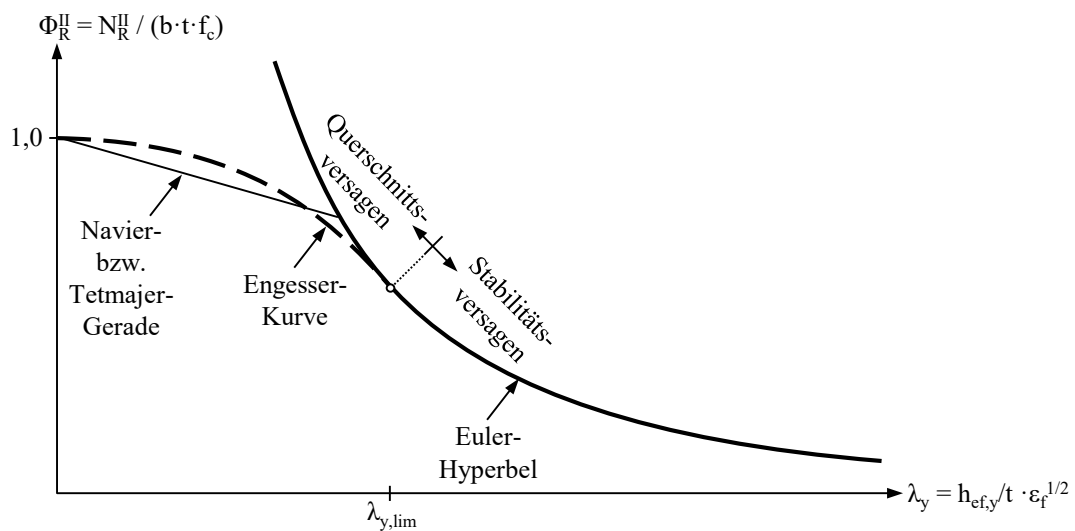


Abbildung 3-6: Systemtragfähigkeit in Abhängigkeit der Schlankheit bei zentrischer Beanspruchung nach Euler (1744), Navier (1829), Engesser (1889) und Tetmajer (1896)

Die Kurve von Engesser (1889) bildet zusammen mit der Eulerschen Verzweigungslast die Tragfähigkeit des zentrisch beanspruchten Druckgliedes wirklichkeitsnah ab (vgl. Abbildung 3-6). Mit der Engesser-Kurve wird ein konsistenter Übergang von Spannungs- zu Stabilitätsversagen erreicht. Der in Abbildung 3-6 eingetragene Wendepunkt bei $\lambda_{y,lim}$ kennzeichnet diesen Übergang.

3.3 Analyse ausgewählter Berechnungsverfahren

3.3.1 Grundlagen

Als Weiterführung der in Abschnitt 3.2 dargestellten historischen Entwicklung werden nachfolgend ausgewählte theoretische Berechnungsverfahren zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit von Beton- und Mauerwerksdruckgliedern bei ein- und zweiachsiger Biegebeanspruchung in die allgemeingültige normierte Schreibweise überführt. Da das eigene nichtlineare Berechnungsmodell nach Abschnitt 4 auf dem Ansatz der Integration der Krümmungen über die Druckgliedhöhe beruht, sind zugehörige, wichtige Arbeiten dieser Vorgehensweise vorgestellt. Abschließend werden die Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit unbewehrter Druckglieder unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung einander gegenübergestellt und ausgewertet.

Neben den nachfolgend dargestellten Verfahren gibt es zur Bestimmung der Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder unter ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung noch eine Vielzahl weiterer Berechnungsverfahren. Bemerkenswert sind dabei die auf der Differentialgleichung basierenden Ansätze. Da die vorliegende Arbeit jedoch auf dem Ansatz der Integration der Krümmungen beruht, werden wichtige Beiträge zur Bestimmung der Tragfähigkeit auf Grundlage der Differentialgleichung für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder nachfolgenden genannt, jedoch nicht näher erörtert: Angervo (1954), Kukulski & Lugez (1966), Mann (1979), Jäger et al. (2002), Vassilev & Jäger (2004), Pflücke (2006) und Bakeer (2015).

Beachtenswert sind auch die Untersuchungen zur Formoptimierung von unbewehrten und bewehrten Druckgliedern, unter anderem auch die Variation des Querschnittes über die Druckgliedhöhe, von Schmidt et al. (2013) und Henke & Fischer (2014).

Zudem sollen Arbeiten, die sich mit der Ermittlung der Tragfähigkeit von bewehrten Stahlbetondruckgliedern unter ein- oder zweiachsig exzentrischer Beanspruchung, nicht unerwähnt bleiben. Bedeutende Beiträge sind unter anderem von Kordina (1956), Habel (1962), Gaede (1968), Kordina et al. (1973), Rafla (1974), Warner (1974), Kordina et al. (1976), Galgoul (1978), Kordina & Quast (1979), Olsen & Quast (1982), Galgoul (1985), Gasser & Galgoul (1986), Naser (1996) und Allgöwer (2001). Dabei werden verschiedene vereinfachte Bemessungsverfahren vorgeschlagen, welche jedoch stets auf vereinfachten Annahmen beruhen. Quast (2004) konstatiert, dass die Bemessung von Druckgliedern aus Stahlbeton nur für wenige einfache Fälle (vgl. Verfahren gemäß Abschnitt 3.4.2.1) oder nur mit besonderen Bemessungshilfsmitteln [vgl. Allgöwer (2001)] erfolgen kann. Zudem manifestiert Quast (2004) in Bezug auf bewehrte Druckglieder: „*Druckglieder mit zweiachsiger Lastausmitte werden [...] besser mit Programmen bemessen, die auf fragwürdige Vereinfachungen verzichten.*“

3.3.2 Berechnungsverfahren für Druckglieder bei einachsiger Biegebeanspruchung

3.3.2.1 Haller und Kirtschig

Haller (1949) bestimmt die Tragfähigkeit einachsig exzentrischer beanspruchter unbewehrter Mauerwerkswände mit beliebiger Spannungs-Dehnungs-Beziehung [vgl. auch Haller (1969a) und Haller (1969b)]. Hierfür reduziert Haller den Ersatzstab auf eine Gleichgewichtsbetrachtung an der am meisten beanspruchten Stelle, dem kritischen Schnitt in Stabhöhenmitte. Haller nimmt einen sinusförmigen Verlauf der Krümmungen über die Stabhöhe an und kann somit die Verformung und Krümmung über die Stabhöhe ermitteln:

$$\Delta e_y^{\text{II}}(x) = \Delta e_y^{\text{II}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{h_{\text{ef},y}} \cdot x\right) \quad \text{Gl. 3-17}$$

$$\kappa_z^{\text{II}}(x) \approx -\frac{d^2 \Delta e_y^{\text{II}}(x)}{dx^2} = \Delta e_y^{\text{II}} \cdot \frac{\pi^2}{h_{\text{ef},y}^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{h_{\text{ef},y}} \cdot x\right) \quad \text{Gl. 3-18}$$

Im kritischen Schnitt in Wandhöhenmitte lässt sich die gesamte Exzentrizität e_y^{II} nach Theorie II. Ordnung in Abhängigkeit der zugehörigen Krümmungen bestimmen:

$$e_y^{\text{II}} = e_y^{\text{I}} + \Delta e_y^{\text{II}} = e_y^{\text{I}} + \frac{h_{\text{ef},y}^2}{\pi^2} \cdot \kappa_z \quad \text{mit} \quad \kappa_z = \frac{(\eta_1 - \eta_4) \cdot \varepsilon_f}{t} \quad \text{Gl. 3-19}$$

Dabei sind η_i die bezogenen Randdehnungen ($\eta_i = \varepsilon_i / \varepsilon_f$) an der Ecke i des Querschnittes im kritischen Schnitt (vgl. Abbildung 3-1).

Die normierte Normalkraft wird in Abhängigkeit der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, welche durch den Völligkeitsbeiwert α_R repräsentiert wird, und der bezogenen überdrückten Dicke t_c/t bestimmt:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \alpha_R \cdot \frac{t_c}{t} \quad \text{Gl. 3-20}$$

Die Bestimmung der Tragfähigkeit erfolgt iterativ. In Abhängigkeit der beliebig gewählten Spannungs-Dehnungs-Beziehung ohne Biegezugfestigkeit wird bei vorgegebenen bezogenen Randdehnungen des kritischen Schnittes (η_1 und η_4) die Normalkrafttragfähigkeit (Gl. 3-20) und die zugehörige Exzentrizität e_y^{II} bestimmt. Ebenso kann mit Gl. 3-19 die Exzentrizität e_y^{II} nach Theorie II. Ordnung bestimmt werden. Stimmen die beiden ermittelten Exzentrizitäten überein, so ist das Gleichgewicht am kritischen Schnitt gewahrt. Wird die maximal mögliche bezogene Randdehnung $\eta_1 = \eta_u$ erreicht, ist der Querschnitt gänzlich ausgenutzt und es tritt Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung auf. Ist

die Ermittlung eines Gleichgewichtszustands nur für Dehnungen von $\eta_l < \eta_u$ möglich, so versagt das Druckglied infolge von Stabilitätsversagen.

Kirtschig (1975), Kirtschig et al. (1975) und Kirtschig (1976) setzen eine parabelförmige Spannungs-Dehnungs-Beziehung zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Mauerwerkswänden in das Verfahren von Haller (1949) ein. Etwaiges Nachbruchverhalten wird ebenso wie Biegezugfestigkeiten vernachlässigt. Aufgrund der unterschiedlichen Spannungs- und Dehnungsverteilung des ungerissenen und gerissenen Querschnittes muss bei der Ermittlung der Tragfähigkeit stets zwischen ungerissenem und gerissenem Zustand unterschieden werden. Für den ungerissenen Querschnitt kann die Systemtragfähigkeit ($\Phi_{R,un}^II$) gemäß Kirtschig (1975), Kirtschig et al. (1975) und Kirtschig (1976) wie folgt dargestellt werden [vgl. Glock (2004)]:

$$\Phi_R^II = \max \left\{ \frac{1}{\eta_l - \eta_4} \cdot \left[\left(\eta_l^2 - \eta_4^2 \right) - \frac{1}{3} \cdot \left(\eta_l^3 - \eta_4^3 \right) \right] \right\} \quad Gl. 3-21$$

$$\frac{e_y^I}{t} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \left(\eta_l^3 - \eta_4^3 \right) - \frac{1}{4} \cdot \left(\eta_l^4 - \eta_4^4 \right)}{\left(\eta_l - \eta_4 \right) \cdot \left[\left(\eta_l^2 - \eta_4^2 \right) - \frac{1}{3} \cdot \left(\eta_l^3 - \eta_4^3 \right) \right]} - \frac{\eta_4}{\eta_l - \eta_4} - \frac{1}{2} - \frac{\eta_l - \eta_4}{\pi^2} \cdot \lambda_y^2 \quad Gl. 3-22$$

Für den gerissenen Querschnitt lässt sich die Systemtragfähigkeit infolge von Querschnittsversagen ($\eta_l = 1,0$) nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{R,QS,cr}^II$ geschlossen lösen:

$$\Phi_{R,QS,cr}^II = \frac{4}{9} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \right) \cdot \left[1 + \sqrt{1 - \frac{6 \cdot \lambda_y^2}{\pi^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \right)^2}} \right] \quad Gl. 3-23$$

Dagegen ist die Tragfähigkeit $\Phi_{R,St,cr}^II$ für das Stabilitätsversagen ($\eta_l < 1,0$) bei gerissenem Querschnitt wieder iterativ zu ermitteln:

$$\Phi_{R,St,cr}^II = \max \left\{ \eta_l \cdot \left(1 - \frac{\eta_l}{3} \right) \cdot \frac{3 - \eta_l}{4 - \eta_l} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \right) \cdot \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot \frac{4 - \eta_l}{3 - \eta_l} \cdot \eta_l \cdot \lambda_y^2}{\pi^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \right)^2}} \right] \right\} \quad Gl. 3-24$$

Kirtschig (1975), Kirtschig et al. (1975) und Kirtschig (1976) führen die Auswertung der Systemtragfähigkeiten für unterschiedliche Dehnungen ε_f durch, da sie nicht die vorteilhafte Normierung auf die werkstoffnormierte Schlankheit $\lambda_y = h_{ef,y}/t \cdot \varepsilon_f^{1/2}$ verwenden. Die Systemtragfähigkeit ist in Abhängigkeit der Schlankheit und der Exzentrizität e_y^l/t in Abbildung 3-7 grafisch aufbereitet.

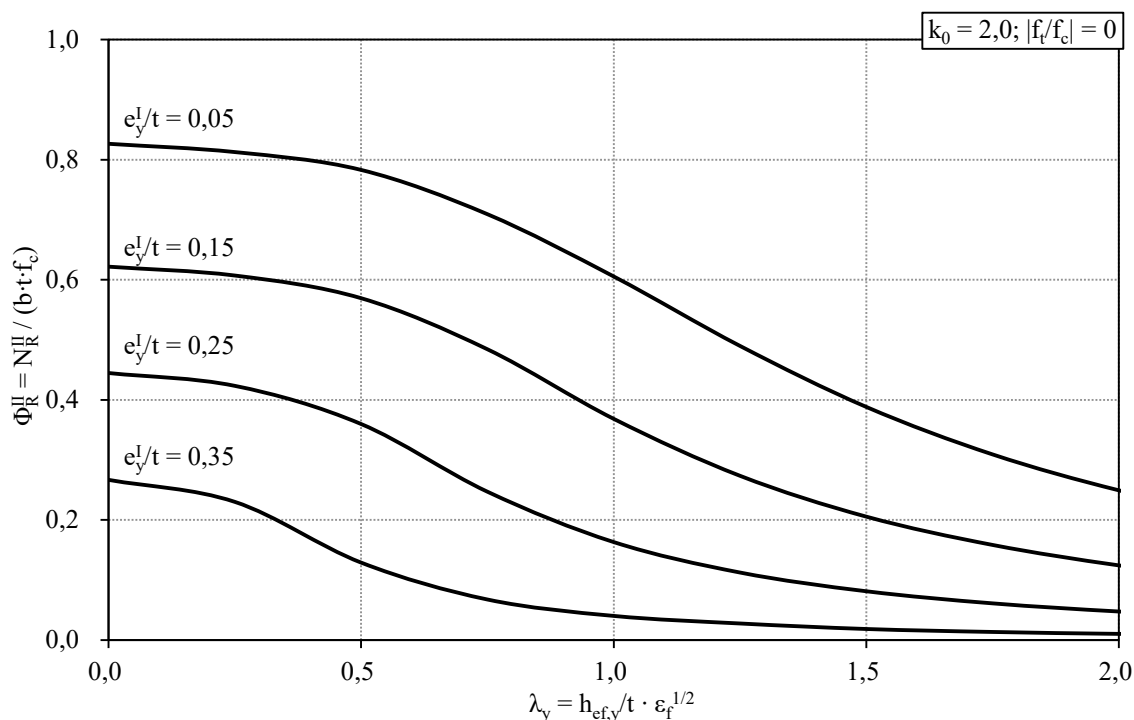


Abbildung 3-7: Systemtragfähigkeit für parabolisches Werkstoffverhalten ($k_0 = 2,0$) ohne Biegezugfestigkeit nach Kirtschig (1975), Kirtschig et al. (1975) und Kirtschig (1976)

Um auf die iterative Ermittlung der Tragfähigkeit verzichten zu können gibt Kirtschig vereinfachte Traglastfunktionen an [vgl. Kirtschig (1975), Kirtschig et al. (1975), Kirtschig (1976) und Kirtschig & Anstötz (1991)], von denen ein Approximationsvorschlag mit Exponentialfunktion Eingang in DIN EN 1996-1-1 (2010) findet (vgl. Abschnitt 3.4.3).

3.3.2.2 Kordina & Quast und Bastgen

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit ausschließlich einachsiger exzentrisch beanspruchter bewehrter Stahlbetondruckglieder entwickeln Kordina und Quast das Verfahren mit Nennkrümmungen, das auch als Modellstützenverfahren bekannt ist [vgl. Quast (1970a), Quast (1970b), Kordina & Quast (1979) und Quast (2004)]. Das Verfahren ist seit Jahrzehnten etabliert und ist auch in der aktuellen Norm zur Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen DIN EN 1992-1-1 (2011) enthalten. Die Grundlage des Bemessungs-

ansatzes ist das Gleichgewicht zwischen innerem und äußerem Biegemoment am kritischen Schnitt (vgl. Abbildung 3-8).

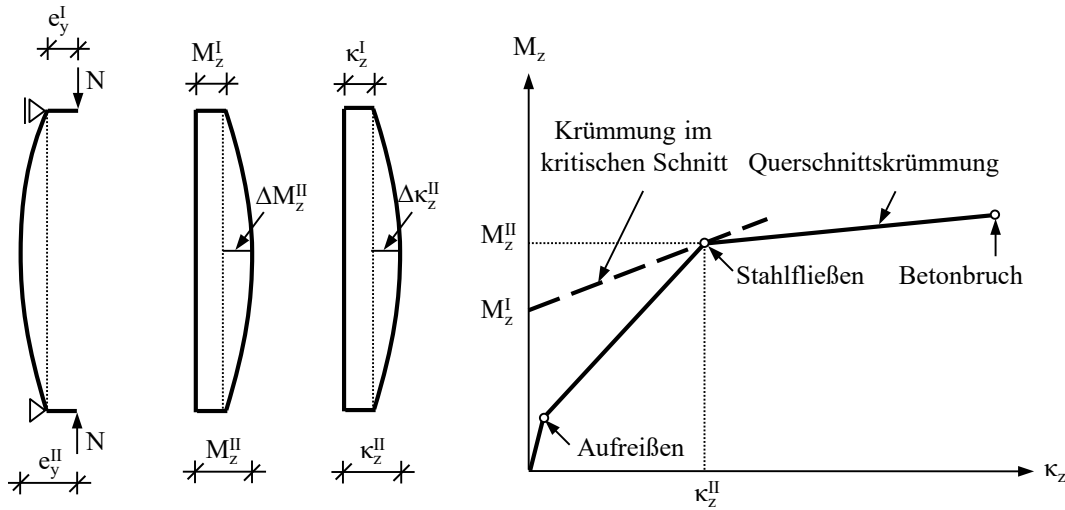


Abbildung 3-8: Ersatzstab mit Momenten- und Krümmungsverlauf (links) und Momenten-Krümmungs-Beziehung des kritischen Schnittes (rechts) nach Kordina & Quast (1979)

Das innere Biegemoment wird durch die Momenten-Krümmungs-Beziehung auf Querschnittsebene beschrieben. Das äußere Biegemoment ergibt sich in Abhängigkeit der Normalkraft, Exzentrizität nach Theorie I. Ordnung e_y^I sowie der Zusatzexzentrizität nach Theorie II. Ordnung Δe_y^{II} :

$$M_z^{II} = N \cdot (e_y^I + \Delta e_y^{II}) \quad \text{Gl. 3-25}$$

Die Ermittlung der Durchbiegung Δe_y^{II} erfolgt mit der zweifachen Integration der Krümmung über die Stabhöhe x :

$$\Delta e_y^{II} = \int \int \kappa_z^{II}(x) dx dx \quad \text{Gl. 3-26}$$

Vereinfachend kann für den Verlauf der Krümmungen über die Stabhöhe ein parabel- oder sinusförmiger Verlauf angenommen werden (vgl. Abschnitt 3.3.2.1). Damit vereinfacht sich Gl. 3-26 zu einer Beziehung, die nur noch von den Krümmungen κ_z^{II} und κ_z^I am kritischen Schnitt abhängt:

$$\Delta e_y^{II} = C_y \cdot h_{ef,y}^2 \cdot \left(\kappa_z^{II} + \frac{1}{4} \cdot \kappa_z^I \right) \quad \text{Gl. 3-27}$$

Dabei wird die Integrationskonstante C_y näherungsweise für einen parabolischen oder sinusförmigen Krümmungsverlauf mit einem Wert von 1/10 angenommen. Da die Krümmung nach Theorie II. Ordnung κ_z^{II} nicht a priori bekannt ist, wurden Vergleichsrechnungen für unterschiedliche Belastungssituationen, Bewehrungsgrade und Systeme

durchgeführt. Dabei stellt sich heraus, dass die Krümmung im Versagenszustand mit dem Erreichen der Fließdehnung des Bewehrungsstahls (ε_y) und unter der Annahme eines inneren Hebelarms, der dem 0,9-fachen der statischen Höhe der Bewehrung ($0,9 \cdot d_y$) entspricht, abgeschätzt werden kann. Dabei kann auf den Ansatz der Krümmungen nach Theorie I. Ordnung verzichtet werden ($\kappa_z^I = 0$).

$$\kappa_z^{\text{II}} = \frac{2 \cdot \varepsilon_y}{0,9 \cdot d_y} \quad \text{Gl. 3-28}$$

Somit kann die Verformung Δe_y^{II} direkt ermittelt werden:

$$\Delta e_y^{\text{II}} = \frac{h_{\text{ef},y}^2}{10} \cdot \frac{2 \cdot \varepsilon_y}{0,9 \cdot d_y} \quad \text{Gl. 3-29}$$

Konservative Tragfähigkeiten resultieren für Systemtragfähigkeiten, die größer sind als die aufnehmbare Normalkraft N_{bal} bei maximal aufnehmbarem Biegemoment. Dies wird mit dem Grenzfall des zentrisch beanspruchten Querschnittes deutlich, bei dem keine Krümmung vorhanden ist. Somit wird mit Gl. 3-28 die Tragfähigkeit durch die Überschätzung der Krümmung im Versagenszustand unterschätzt, weshalb der Korrekturfaktor K_2 bei der normativen Regelung des Modellstützenverfahrens in DIN 1045-1 (2001) eingeführt wurde. Gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) dürfen Verformungen vernachlässigt werden, wenn deren Auswirkungen die Tragfähigkeit um nicht mehr als 10 % verringern. Deshalb existiert für kleine Schlankheiten eine Erhöhung der Traglast durch den Korrekturfaktor K_1 . Dieser stellt einen kontinuierlichen Übergang von der Systemtragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung zur Querschnittstragfähigkeit sicher. Für große Schlankheiten in Kombination mit kleinen Exzentrizitäten liefert das Modellstützenverfahren konservative Ergebnisse, da die Fließdehnung der Bewehrung im Versagenszustand nicht erreicht wird [vgl. Quast (2007)]. Ein weiterer Korrekturfaktor, der dieses Defizit des Verfahrens beseitigt, ist in Grziwa (2017) vorgeschlagen. Des Weiteren ist anzumerken, dass die Bemessung des Druckgliedes auf Querschnittsebene erfolgt und somit stets die maximale Biegetragfähigkeit im Bruchzustand $M_{\text{zu}}(\max \kappa_z)$ zugrunde gelegt wird. Dieses Biegemoment kann sich jedoch nur bei der maximalen Krümmung im Bruchzustand ($\max \kappa_z$) einstellen, welche im Allgemeinen im Versagenszustand nicht erreicht wird. Diese Unschärfe kann jedoch in Kombination mit anderen Annahmen des Modellstützenverfahrens in der Regel vernachlässigt werden.

Aufbauend auf den Erkenntnissen von Quast (1970a) überträgt Bastgen (1978) die Gleichgewichtsbeziehung zwischen inneren und äußeren Momenten auf die Ermittlung der Systemtragfähigkeit unbewehrter Mauerwerkswände unter einachsiger exzentrischer Beanspruchung. Hierfür stellt Bastgen (1978) die Momenten-Krümmungs-Beziehung für eine parabolische Spannungs-Dehnungs-Beziehung ohne Biegezugfestigkeit auf. Mit Hil-

fe der Abschätzung gemäß Gl. 3-27 ermittelte Bastgen die Systemtragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung.

3.3.2.3 Glock

Glock (2004) analysiert die Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände unter ausschließlich einachsig exzentrischer Drucknormalkrafteinwirkung. Hierfür leitet Glock die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit für den ungerissenen und gerissenen Querschnitt analytisch her. Auf der Grundlage der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung, mit der Abschätzung des Krümmungsverlaufes über die Druckgliedhöhe (vgl. Abschnitt 3.3.2.1 und 3.3.2.2) und mit der Einführung von geeigneten Normierungen, ermittelt Glock die Systemtragfähigkeit. Die Herleitung der Systemtragfähigkeit erfolgt getrennt für Stabilitätsversagen der gerissenen Wand und Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung der ungerissenen und gerissenen Wand. Die Integrationskonstante C_y ist für einen sinusförmigen Krümmungsverlauf mit $C_y = 1/\pi^2$ anzunehmen.

Für die Systemtragfähigkeit des ungerissenen Druckgliedes $\Phi_{R,QS,un}^{II}$ infolge von Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung gilt:

$$\Phi_{R,QS,un}^{II} = \frac{1}{2} + \frac{1}{24 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{e^I}{t} - \sqrt{\left(1 + 6 \cdot \frac{e^I}{t} + 12 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \right)^2 - 48 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} \right] \quad Gl. 3-30$$

$$\text{für } \lambda_y \leq \lambda_{y,un/cr} = \frac{1}{\sqrt{6 \cdot C_y}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|} - \frac{6 \cdot \frac{e^I}{t}}{1 + \left| \frac{f_t}{f_c} \right|}} \quad Gl. 3-31$$

Die Schlankheit $\lambda_{y,un/cr}$ kennzeichnet den Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Druckglied. Das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung kann auch für den gerissenen Querschnitt eintreten. Die zugehörige Beziehung zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit $\Phi_{R,QS,cr}^{II}$ repräsentiert Gl. 3-32.

$$\Phi_{R, QS, cr}^{\Pi} = \frac{3}{8} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e^I}{t} \right) \cdot \frac{\left(1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right)^2}{1 - 2 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right|} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{16 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2}{3 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e^I}{t} \right)^2} \cdot \frac{\left(1 + \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right)}{1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|}} \right) \quad Gl. 3-32$$

$$\text{für } \lambda_{y, un/cr} < \lambda_y \leq \lambda_{y, lim} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e^I}{t}}{\sqrt{6 \cdot C_y}} \cdot \sqrt{\frac{\left(1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right) \cdot \left(1 - 3 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right)}{1 - 2 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^2}} \quad Gl. 3-33$$

Sofern die vorhandene Schlankheit λ_y größer als die Grenzschlankheit $\lambda_{y, lim}$ ist, versagt das Druckglied infolge von Stabilitätsversagen. Für dieses Versagen gibt Glock (2004) ein nicht geschlossen gelöstes Gleichungssystem mit den zwei Unbekannten Systemtragfähigkeit $\Phi_{R, St, cr}^{\Pi}$ und normierter Querschnittskrümmung ($\kappa_{\Phi, y}^{\Pi} = \kappa_y^{\Pi} \cdot t \cdot k_0 / (\Phi \cdot \epsilon_f)$) an.

$$0 = \frac{e^I}{t} + C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 3} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 2}} \cdot \left[\sqrt{2 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 2} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 2} + \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^2} \cdot \left(\Phi_{R, St, cr}^{\Pi 2} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 2} - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^2 \right) - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^3 \right] \quad Gl. 3-34$$

$$0 = C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi} - \frac{\Phi_{R, St, cr}^{\Pi 4} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 2} - 2 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 2} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi} \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^2 - 2 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^4}{3 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 3} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 3} \cdot \sqrt{2 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 2} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 2} + \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^2}} + \frac{2 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right|^3}{3 \cdot \Phi_{R, St, cr}^{\Pi 3} \cdot \kappa_{\Phi, y}^{\Pi 3}} \quad Gl. 3-35$$

Bei Vernachlässigung der Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0,0$) kann das Gleichungssystem, bestehend aus Gl. 3-34 und Gl. 3-35, geschlossen gelöst werden. Somit ergibt sich für das Stabilitätsversagen einachsrig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit linear-elastischen Werkstoffen ohne Biegezugfestigkeit die Systemtragfähigkeit $\Phi_{R, St, cr}^{\Pi}$ nach Gl. 3-36.

$$\Phi_{R,St,cr}^{\Pi} = \frac{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t}\right)^3}{12 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} \quad Gl. 3-36$$

$$\text{für } \lambda_y > \lambda_{y,lim} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t}}{\sqrt{6 \cdot C_y}} \quad Gl. 3-37$$

Glock (2004) entwickelt ein numerisches Modell zur Ermittlung der Traglast unbewehrter Wände mit nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Dieses Modell teilt den Ersatzstab in mehrere kürzere Einzelstäbe auf und kann somit auf eine Abschätzung des Verlaufes der Krümmung verzichten. Bei unendlich feiner Unterteilung des Ersatzstabs berechnet das Modell die theoretische Traglast exakt. Damit verifiziert Glock die Abschätzung des Krümmungsverlaufes über die Höhe mittels der Integrationskonstante C_y sowie das analytische Modell für linear-elastisches Werkstoffverhalten.

Abbildung 3-9 zeigt die Gegenüberstellung der Traglasten nach der analytischen Berechnung mit $C_y = 1/\pi^2$ mit der genaueren numerischen Berechnung ($C_y = \text{numerisch}$). Die gute Übereinstimmung zwischen analytischer und numerischer Berechnung verdeutlicht, dass mit der sinusförmigen Abschätzung des Krümmungsverlaufes die Systemtragfähigkeit zutreffend ermittelt wird.

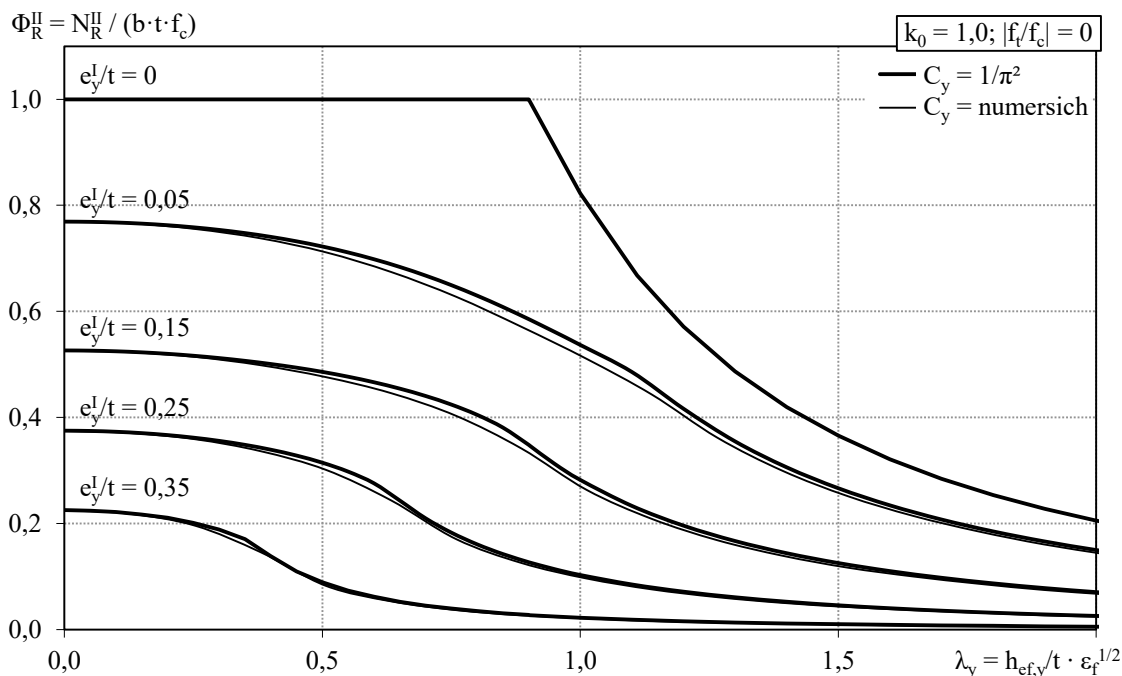


Abbildung 3-9: Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ($k_0 = 1,0$) ohne Biegezugfestigkeit nach Glock (2004)

Weiterhin unterbreitet Glock (2004) verschiedene Approximationen zur Traglastermittlung einachsiger exzentrisch beanspruchter Wände. Ein vereinfachter Vorschlag zur Ermittlung der Tragfähigkeit wird nachfolgend dargestellt. Dabei wird die Systemtragfähigkeit Φ_R^{II} mit Hilfe der Querschnittstragfähigkeit Φ_R^{I} auf Grundlage einer natürlichen Exponentialfunktion abgeschätzt.

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{\Phi_R^{\text{I}}}{0,3 \cdot \left(\frac{\lambda_y}{1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t}} \right)^{\frac{5}{2}} + 1} \quad \text{Gl. 3-38}$$

$$\text{mit } \Phi_R^{\text{I}} = V \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) \quad \text{Gl. 3-39}$$

$$V = 1 + \frac{e^{-6[\eta_u \cdot (k_0 + 1) + 1] \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t}} - 1}{\frac{k_0 + 2}{k_0} \cdot [\eta_u \cdot (k_0 + 1) + 1]^2 + 1} \quad \text{Gl. 3-40}$$

Die Querschnittstragfähigkeit Φ_R^{I} approximiert Glock (2004) in Abhängigkeit der Exzentrizität und dem Plastizitätsfaktor V . Letzteres spiegelt für unbewehrte Rechteckquerschnitte das Verhältnis von aufnehmbarer Druckbeanspruchung zu theoretischer Obergrenze der Tragfähigkeit bei starr-plastischem Werkstoffverhalten und gleichen Exzentrizitäten wider. Dabei hat Glock für die Modellierung des Werkstoffverhaltens die in Abschnitt 2.4 erläuterte Spannungs-Dehnungs-Beziehung ohne rechnerische Berücksichtigung einer Biegezugfestigkeit zugrunde gelegt.

3.3.3 Berechnungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung

3.3.3.1 Habel

Habel (1958) beschäftigt sich mit dem Versagen in und senkrecht zur Beanspruchungsebene. Hierfür untersucht Habel unbewehrte und bewehrte Betonstützen, bei denen nur eine Exzentrizität in z -Richtung ($e_z/b > 0$) vorhanden ist, welche Biegung um die stärkere Achse erzeugt. Da planmäßig keine Biegung um die schwächere Achse vorliegt, gilt für die Exzentrizitäten in y -Richtung $e_y^{\text{I}}/t = 0$. Bei diesen Beanspruchungen können im ausgeleiteten Zustand Biegemomente um zwei Achsen auftreten, sodass es zum Seitwärtsversagen kommen kann. Basierend auf den Erkenntnissen von Engesser (1889) (vgl. Abschnitt 3.2.2) ermittelt Habel die Systemtragfähigkeit für unbewehrte Betonstützen. Hier-

für teilt Habel den Querschnitt in Streifen auf und ermittelt die Systemtragfähigkeit (Gl. 3-15) für eine parabelförmige Spannungs-Dehnungs-Beziehung ohne Biegezugfestigkeit unter Berücksichtigung der jeweiligen Knickmodule (Gl. 3-16).

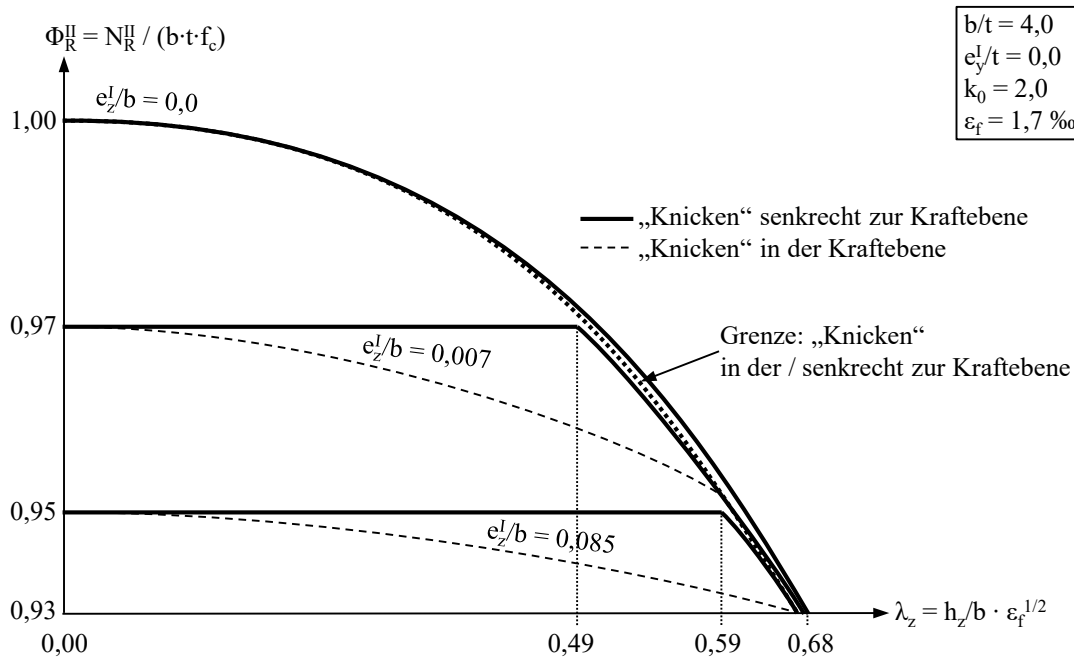


Abbildung 3-10: Systemtragfähigkeit unbewehrter Betonstützen nach Habel (1958)

In Abbildung 3-10 ist die Abgrenzung zwischen „Knicken“ in der und „Knicken“ senkrecht zur Kraftebene eingezeichnet. Für den Bereich links dieser Grenze wird das Versagen durch „Knicken“ in der Kraftebene verursacht, wohingegen der Bereich rechts der Grenze das Versagen durch „Knicken“ senkrecht zur Kraftebene widerspiegelt. Dabei ist jedoch zu beachten, dass es sich bei dem von Habel (1958) verwendeten Begriff „Knicken“ in keinem der untersuchten Fälle um Stabilitätsversagen handelt. Bei den verhältnismäßig kleinen Schlankheiten wird stets die Querschnittstragfähigkeit im ausgelenkten Zustand erreicht, sodass Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung die maßgebende Versagensart ist.

Habel (1958) schlussfolgert für unbewehrte Betondruckglieder, dass die rechnerischen Tragfähigkeiten für „Knicken“ in Kraftebene zu den Tragfähigkeiten für „Knicken“ senkrecht zur Kraftebene nur bis zur Grenzlinie geringfügig voneinander abweichen. Somit kann gemäß Habel (1958) das „Knicken“ in Kraftebene vernachlässigt werden und dementsprechend die Exzentrizität e_z^I/b bei der Bemessung gänzlich unberücksichtigt bleiben. Es ist jedoch offensichtlich, dass diese Vereinfachung nur für bestimmte b/t -Verhältnisse gültig sein kann und für den Grenzfall $h_{ef,y} \cdot b / (h_{ef,z} \cdot t) = 1,0$ die Tragfähigkeit überschätzt. Zudem ist die strikt getrennte Betrachtung der beiden Versagensebenen und die damit verbundene Vernachlässigung der Exzentrizität senkrecht zur Versagensebene kritisch zu hinterfragen, da beide Exzentrizitäten die Spannungs- und Dehnungsverteilung und damit

auch die Verformungen in beide Richtungen beeinflussen. Weiterhin ist auf den begrenzten Untersuchungsbereich von Habel hinzuweisen (geringe Exzentrizitäten in z-Richtung e_z^I/b und keine Exzentrizität in y-Richtung $e_y^I/t = 0,0$). Im Bauwesen fand die Erkenntnis von Habel (1958), dass Versagen senkrecht zur Belastungsebene (Seitwärtsversagen) eintreten kann, jedoch keinerlei Berücksichtigung [vgl. Grzeschkowitz (1988)].

3.3.3.2 Lau und Yang sowie Phipps, Swailes und Bell

Lau (1990) stellt neben experimentellen Untersuchungen (vgl. Abschnitt 4.5.3) ein numerisches Verfahren zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit für unbewehrte Druckglieder aus Mauerwerk mit komplexen Querschnittsgeometrien (sogenannte „Geometric Cross Sections“) vor. Dabei untersucht Lau eine Vielzahl von verschiedenen Querschnittsformen, welche im Grundriss zum Beispiel Rechteck-, L-, H- und X-förmig sind, mit unterschiedlichen Belastungs- und Lagerungssituationen. Grundlagen des Verfahrens, das Verfahren selbst sowie dazu durchgeführte Bauteilversuche sind auch in Phipps (1987), Phipps & Lau (1989), Phipps & Lau (1990), Bell & Phipps (1991), Phipps et al. (1993), Phipps et al. (1994a) und Phipps et al. (1994b) wiederzufinden. Zur Bestimmung der Tragfähigkeit auf Querschnittsebene wird zunächst die Lage der Spannungsnulllinie angenommen. Sofern die Exzentrizitäten so gering sind, dass der Querschnitt ungerissen ist, liegt die Spannungsnulllinie außerhalb des Querschnittes. Mit der Lage der Spannungsnulllinie und der Annahme der Querschnittsdehnung an einer Ecke des Querschnittes wird der zugehörige Spannungsverlauf ermittelt. Dabei wird entweder eine parabelförmige Spannungs-Dehnungs-Beziehung oder ein Spannungsblock mit dem 0,75-fachen der maximalen Druckfestigkeit angenommen. Biegezugfestigkeiten werden vernachlässigt. Mit der Unterteilung des Querschnittes in mehrere Streifen werden Normalkraft und Momente bzw. die Exzentrizitäten additiv ermittelt.

$$\Phi_R = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \sigma_i}{A \cdot f_c} \quad \text{Gl. 3-41}$$

$$e_y = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \sigma_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \sigma_i} \quad \text{und} \quad e_z = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \sigma_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \sigma_i} \quad \text{Gl. 3-42}$$

- mit A_i Fläche des Streifens i
 σ_i Mittlere Spannung des Streifen i
 y_i Mittlerer Abstand des Streifen vom Schwerpunkt in y-Richtung
 z_i Mittlerer Abstand des Streifen vom Schwerpunkt in z-Richtung

Die Lage der Spannungsnulllinie wird iterativ so lange korrigiert bis sich die gewünschten Exzentrizitäten eingestellt haben. Neben dem Querschnitt wird das Druckglied selbst auch in mehrere Höhenabschnitte diskretisiert. In jedem Höhenabschnitt werden die Krümmungen ermittelt, mit denen die Verformungen und somit auch die Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung bestimmt werden (vgl. Gl. 3-26). Dabei werden die zu Beginn angenommenen Dehnungen sukzessive bis zum Versagen gesteigert. Zusammenfassend kann konstatiert werden, dass diese Vorgehensweise einer numerischen Berechnung nach der Finite-Elemente-Methode entspricht.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen führt Yang (1995) eigene experimentelle Versuche zur Bestimmung der Tragfähigkeit durch (vgl. Abschnitt 4.5.3). Des Weiteren optimiert Yang (1995) die numerische Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit [vgl. auch Yang et al. (1997)]. Hierfür teilt er den Querschnitt in Dreiecke auf und bestimmt damit die Tragfähigkeit auf Querschnittsebene. Weiterhin optimiert er die Abschätzung der Spannungsnulllinienlage, indem er die Lage auf Grundlage der Gesetzmäßigkeiten der linearen Elastizitätstheorie abschätzt.

In den Arbeiten von Lau und Yang sind keine Tragfähigkeitsfunktionen für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder dargestellt. Des Weiteren sind nur die Grundprinzipien der numerischen Modelle dargestellt, sodass eine Berechnung der Systemtragfähigkeit nicht ohne eigene umfangreiche Programmierung durchgeführt werden kann.

3.3.3.3 Shi und Liu

In Shi & Liu (1991a) und Shi & Liu (1991b) wird die Systemtragfähigkeit unbewehrter Mauerwerksdruckglieder unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung auf Grundlage rechnerischer Exzentrizitäten abgeschätzt. Hierfür sind zunächst die Abminderungen der Tragfähigkeiten in beide Achsrichtungen unter zentrischer Beanspruchung ($\Phi_{0,y}^{\text{II}}$ und $\Phi_{0,z}^{\text{II}}$) zu bestimmen. Die Abminderungsfunktion basiert dabei auf der chinesischen Bemessungsnorm GBJ 3-88 (1988), welche Biegezugfestigkeiten vernachlässigt.

$$\Phi_{0,y}^{\text{II}} = \frac{1}{1 + \eta_0 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t}} \quad \text{Gl. 3-43}$$

$$\Phi_{0,z}^{\text{II}} = \frac{1}{1 + \eta_0 \cdot \frac{h_{\text{ef},z}}{b}} \quad \text{Gl. 3-44}$$

$$\text{mit } \eta_0 = \frac{1}{370 \cdot \sqrt{f_m}} \quad \text{Gl. 3-45}$$

Neben den Schlankheiten ($h_{ef,y}/t$ bzw. $h_{ef,z}/b$) sind die Abminderungen gemäß Gl. 3-43 und Gl. 3-44 vom Beiwert η_0 abhängig. Der Beiwert berücksichtigt die Mörtelfestigkeit und darf vereinfachend für die Mörtelfestigkeiten von 0,4; 1,0; 2,5 bzw. $> 5,0 \text{ N/mm}^2$ mit 0,0045; 0,0030; 0,0020 bzw. 0,0015 angesetzt werden. Anschließend können die rechnerischen Exzentrizitäten $\Delta e_{y,rech}^{\text{II}}$ und $\Delta e_{z,rech}^{\text{II}}$ mit der Tragfähigkeitsabminderung des zentrisch beanspruchten Druckgliedes ($\Phi_{0,y}^{\text{II}}$ und $\Phi_{0,z}^{\text{II}}$) und den Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung (e_y^{I}/t und e_z^{I}/b) nach Gl. 3-46 und Gl. 3-47 ermittelt werden. Zu beachten ist, dass die rechnerischen Exzentrizitäten nicht den tatsächlichen Verformungen nach Theorie II. Ordnung entsprechen.

$$\frac{\Delta e_{y,rech}^{\text{II}}}{t} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\Phi_{0,y}^{\text{II}}} - 1} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} - 0,2 \right) \right] \quad \text{Gl. 3-46}$$

$$\frac{\Delta e_{z,rech}^{\text{II}}}{b} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\Phi_{0,z}^{\text{II}}} - 1} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \cdot \left(\frac{e_z^{\text{I}}}{b} - 0,2 \right) \right] \quad \text{Gl. 3-47}$$

Die Bestimmung der Systemtragfähigkeit des Druckgliedes Φ_R^{II} erfolgt auf Querschnittsebene. Hierfür werden drei verschiedene Ansätze (A, B, und C) vorgestellt (vgl. Gl. 3-48 bis Gl. 3-50).

$$\Phi_{R,A}^{\text{II}} = \frac{1}{1 + 12 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{\Delta e_{y,rech}^{\text{II}}}{t} \right)^2 + 12 \cdot \left(\frac{e_z^{\text{I}}}{b} + \frac{\Delta e_{z,rech}^{\text{II}}}{b} \right)^2} \quad \text{Gl. 3-48}$$

$$\Phi_{R,B}^{\text{II}} = \left[1 - 1,3 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{\Delta e_{y,rech}^{\text{II}}}{t} \right) \right] \cdot \left[1 - 1,3 \cdot \left(\frac{e_z^{\text{I}}}{b} + \frac{\Delta e_{z,rech}^{\text{II}}}{b} \right) \right] \quad \text{Gl. 3-49}$$

$$\Phi_{R,C}^{\text{II}} = \frac{1}{1 + \frac{\left(e_y^{\text{I}} + \Delta e_{y,rech}^{\text{II}} \right)^2 + \left(e_z^{\text{I}} + \Delta e_{z,rech}^{\text{II}} \right)^2}{i_u^2}} \quad \text{Gl. 3-50}$$

$$\text{mit } \alpha^{\text{I}} = \arctan \left(\frac{e_z^{\text{I}}}{e_y^{\text{I}}} \right) \quad \text{Gl. 3-51}$$

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} \quad \text{Gl. 3-52}$$

$$I_u = I_y \cdot \sin^2(\alpha^{\text{I}}) + I_z \cdot \cos^2(\alpha^{\text{I}}) \quad \text{Gl. 3-53}$$

Dabei ist α^I der Winkel zwischen der y-Achse und der verdrehten u-Achse (Hauptachse), basierend auf den Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung. Das Flächenträgheitsmoment 2. Grades um die u-Achse ist I_u und der Trägheitsradius um die u-Achse ist i_u .

Die bezogenen rechnerischen Exzentrizitäten $\Delta e_{y,rech}^{\text{II}}/t$ und $\Delta e_{z,rech}^{\text{II}}/b$ gemäß Gl. 3-46 und Gl. 3-47 können auch Werte größer als 0,5 annehmen, sodass der rechnerische Lastangriffspunkt nach Theorie II. Ordnung außerhalb des Querschnittes liegt. Beim Ansatz B ist keine Tragfähigkeit vorhanden ($\Phi_{R,B}^{\text{II}} = 0$), wenn die rechnerische Gesamtexzentrizität in einer Richtung einen Wert von circa 0,77 übersteigt ($e_y^I/t + \Delta e_{y,rech}^{\text{II}}/t \approx 0,77$ oder $e_z^I/b + \Delta e_{z,rech}^{\text{II}}/b \approx 0,77$). Wird die Schlankheit dennoch weiter gesteigert, resultieren daraus größere rechnerische Exzentrizitäten und die Tragfähigkeit steigt wieder an ($\Phi_{R,B}^{\text{II}} > 0$). Dieser als Defekt zu bezeichnende Effekt tritt bei den Ansätzen A und C nicht auf, da die Exzentrizitäten quadriert werden und somit stets positiv sind, was wiederum zu einer stetigen Verkleinerung der Traglast führt.

$$\Phi_R^{\text{II}} = N_R^{\text{II}} / (b \cdot t \cdot f_c)$$

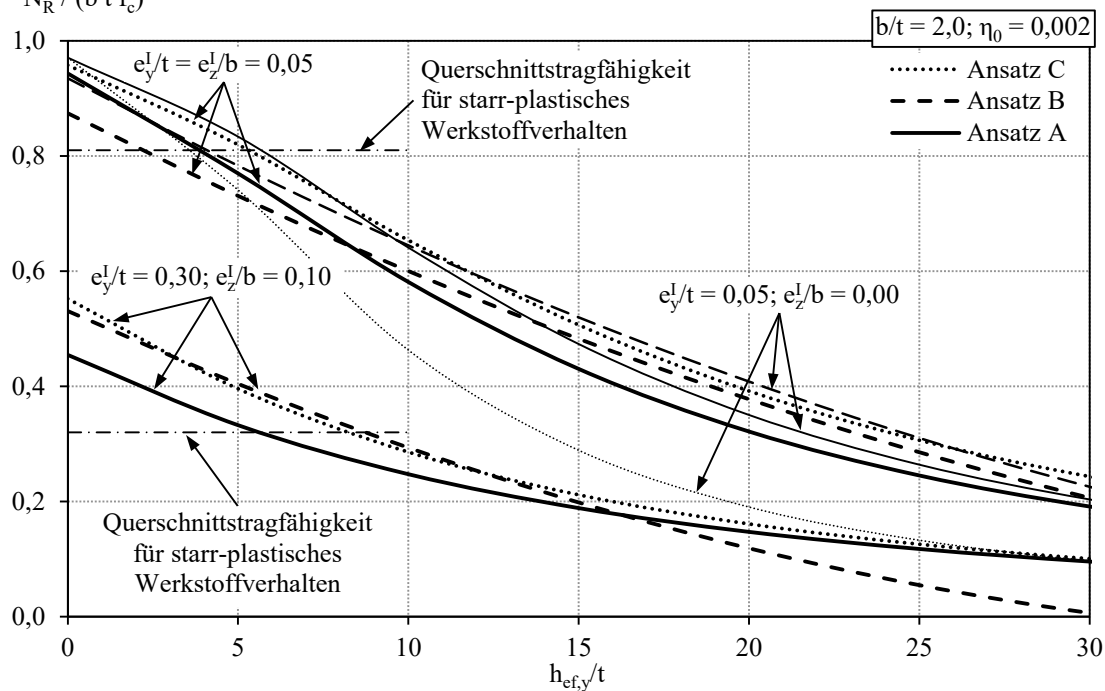


Abbildung 3-11: Systemtragfähigkeit für die verschiedenen Ansätze nach Shi & Liu (1991a) und Shi & Liu (1991b)

In Abbildung 3-11 sind die Traglasten nach den verschiedenen Ansätzen A bis C in Abhängigkeit der Schlankheit $h_{ef,y}/t$ und der Exzentrizitäten dargestellt. Dabei entsprechen die Traglasten bei einer Schlankheit von $h_{ef,y}/t = 0$ der Querschnittstragfähigkeit. Für die in Abbildung 3-11 vorliegenden Exzentrizitäten ($e_y^I/t = 0,05$ bzw. $0,3$ und $e_z^I/b = 0,05$ bzw. $0,10$) sind die zugehörigen Querschnittstragfähigkeiten für starr-plastisches Werkstoffverhalten $\Phi_R^I = 0,81$ bzw. $0,32$ (vgl. Abschnitt 4.2.3.2). Die plastische Querschnittstragfähigkeit stellt die Obergrenze der Tragfähigkeit dar, welche theoretisch nicht überschritten

werden kann. Alle drei Ansätze überschreiten diesen oberen Grenzwert deutlich und sind somit kritisch zu hinterfragen. Weiterhin ist zu festzustellen, dass der Ansatz C für den Grenzfall des einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes geringere Traglasten liefert als für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder (vgl. $e_y^I/t = e_z^I/b = 0,05$ mit $e_y^I/t = 0,05$ und $e_z^I/b = 0,00$ in Abbildung 3-11). Dies entspricht nicht der Realität, da mit zunehmender Exzentrizität in eine Richtung in Verbindung mit konstanter Exzentrizität in die andere Richtung die Tragfähigkeit abnehmen muss. Ansatz A und B weisen diesen Defekt nicht auf. Weiterhin erfasst kein Ansatz die Auswirkungen des Verhältnisses von Querschnittsbreite zu –dicke (b/t) auf die Systemtragfähigkeit zutreffend.

3.3.3.4 Morton

Morton (1991) beschäftigt sich mit dem Tragverhalten unbewehrter Mauerwerksdruckglieder mit komplexen Querschnittsgeometrien („Geometric Cross Section“) unter ausschließlich einachsig exzentrisch wirkenden Druckkräften. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit wird vereinfachend angenommen, dass ein direkt proportionaler Zusammenhang zwischen dem Verhältnis von einwirkender Normalkraft zur Querschnittstragfähigkeit ($\Phi_E/\Phi_{R,I}^I$) und dem Verhältnis der einwirkenden Normalkraft zur Eulerschen Verzweigungslast (Φ_E/Φ_{crit}^{II}) besteht (vgl. Abbildung 3-12).

Zur Bestimmung der Tragfähigkeit wird linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit angesetzt. Für die Anwendung des Verfahrens muss sich das Druckglied stets im ungerissenen Zustand befinden. Bei dem unterstellten linear-elastischen Werkstoffverhalten ist das Verfahren somit nur für aufnehmbare Systemtragfähigkeiten von $\Phi_R^{II} \geq 0,5$ gültig. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit wird ein Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Druckfestigkeit von $E/f_c = 900$ vorgeschlagen.

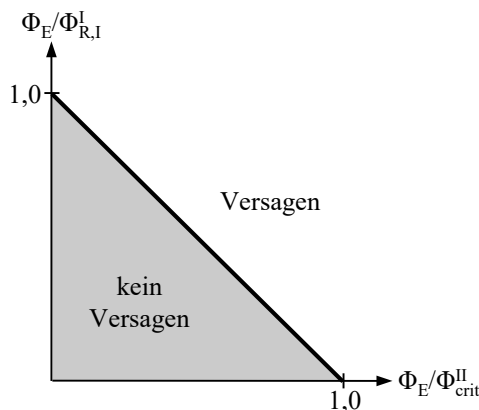


Abbildung 3-12: Ansatz des Verhältnisses von Spannungs- zu Stabilitätsversagen nach Morton (1991)

Das Verfahren von Morton (1991) kann zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Druckgliedern unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung erweitert werden, sofern für die Querschnittstragfähigkeit die zweite Exzentrizität berücksichtigt wird.

In der hier gewählten Schreibweise lässt sich die Systemtragfähigkeit wie folgt ausdrücken:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{1}{\frac{1}{\Phi_{R,I}^{\text{I}}} + \frac{1}{\Phi_{\text{crit}}^{\text{II}}}} \quad \text{Gl. 3-54}$$

Dabei ist die Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,I}^{\text{I}}$ nach Gl. 3-5 und die Eulersche Verzweigungslast $\Phi_{\text{crit}}^{\text{II}}$ nach Gl. 3-12 zu ermitteln.

Abbildung 3-13 veranschaulicht die Systemtragfähigkeiten für verschiedene Belastungssituationen in Abhängigkeit der Schlankheit $h_{\text{ef},y}/t$. Für das gerissene Druckglied ($\Phi_R^{\text{II}} < 0,5$) sind die Tragfähigkeiten nicht aufgetragen, da das Verfahren für diese Fälle nicht gültig ist. Die Querschnittstragfähigkeiten bei der Schlankheit von $h_{\text{ef},y}/t = 0$ werden für das unterstellte Werkstoffverhalten korrekt abgebildet (vgl. Abschnitt 4.2.2). Da das Verfahren von Morton nur für den ungerissenen Querschnitt gültig ist, wird nur ein kleiner Bereich der möglichen Exzentrizitäten und Schlankheiten abgedeckt (vgl. Abbildung 3-13). Zudem hat das Verhältnis von Querschnittsbreite zu -dicke (b/t) fälschlicherweise keinen Einfluss auf die Systemtragfähigkeit. Ausgehend vom Grenzfall des quadratischen Druckgliedes ($b/t = 1$) muss die Tragfähigkeit mit zunehmenden b/t -Verhältnis ansteigen, da die Steifigkeit in z -Richtung zunimmt und damit die Verformungen nach Theorie II. Ordnung abnehmen.

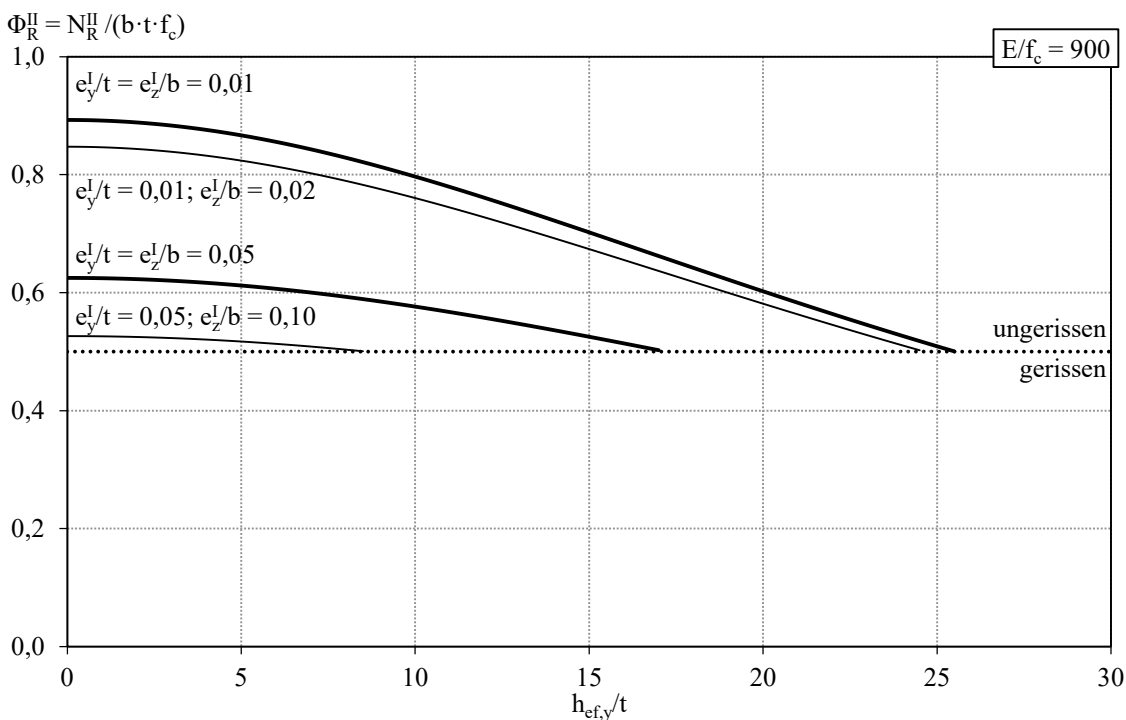


Abbildung 3-13: Systemtragfähigkeit nach Morton (1991)

3.3.3.5 Yu, Shi und Song

Yu et al. (1997) führt die Ermittlung der Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter unbewehrter Mauerwerkspfeiler zunächst auf ein einachsig exzentrisches Druckglied zurück. Dabei wird zur Bestimmung der Exzentrizitäten in eine Achsrichtung (u-Achse) eine quadratische Interaktion verwendet (vgl. Abbildung 3-14).

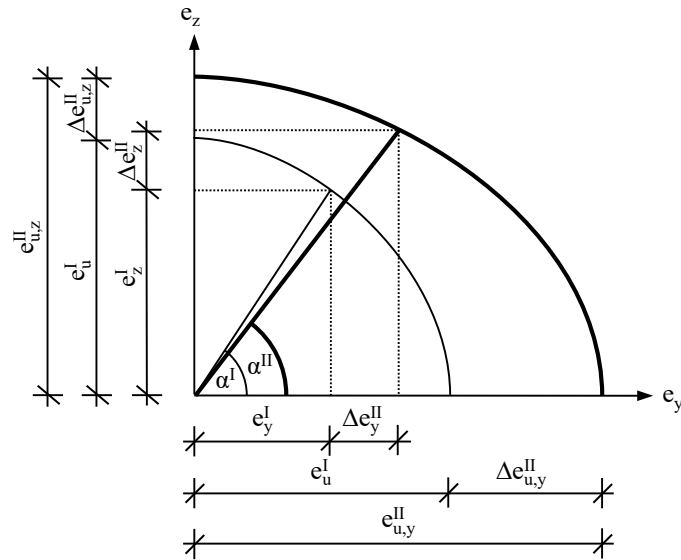


Abbildung 3-14: Interaktion der Exzentrizitäten nach Yu et al. (1997)

Zunächst ist die rechnerische Exzentrizität e_u^I mit Hilfe der Interaktion sowie dem zugehörigen Winkel α^I nach Theorie I. Ordnung zu ermitteln:

$$e_u^I = \sqrt{e_y^{I2} + e_z^{I2}} \quad \text{Gl. 3-55}$$

$$\alpha^I = \arctan\left(\frac{e_z^I}{e_y^I}\right) \quad \text{Gl. 3-56}$$

Die rechnerischen Normalkrafttragfähigkeiten ($\Phi_{R,y}^{II}$ und $\Phi_{R,z}^{II}$) sind für beide Achsrichtungen unter Berücksichtigung der jeweiligen Schlankheit ($h_{ef,y}/t$ bzw. $h_{ef,z}/b$) und rechnerischen Exzentrizität e_u^I , welche auf die jeweilige Querschnittsabmessung (t bzw. b) bezogen wird, zu bestimmen. Der Traglastabminderung infolge der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung liegt nichtlineares Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeiten zugrunde. Die Abminderung wurde an Versuchsergebnissen von einachsig exzentrisch beanspruchten Wänden sowie an der Traglastabminderung der chinesischen Norm GBJ 3-88 (1988) kalibriert.

Für die rechnerischen Normalkrafttragfähigkeiten $\Phi_{R,y}^{\text{II}}$ und $\Phi_{R,z}^{\text{II}}$ gilt:

$$\Phi_{R,y}^{\text{II}} = 0,75 \cdot \left(1 - 1,5 \cdot \frac{e_u^{\text{I}}}{t}\right) - \frac{\left(40 - \frac{h_{\text{ef},y}}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t}\right)^2}{40.000} \quad \text{Gl. 3-57}$$

$$\Phi_{R,z}^{\text{II}} = 0,75 \cdot \left(1 - 1,5 \cdot \frac{e_u^{\text{I}}}{b}\right) - \frac{\left(40 - \frac{h_{\text{ef},z}}{b}\right) \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},z}}{b}\right)^2}{40.000} \quad \text{Gl. 3-58}$$

In Analogie zur Normalkrafttragfähigkeit werden die sich nach Theorie II. Ordnung ergebenden rechnerischen Exzentrizitäten $e_{u,y}^{\text{II}}$ und $e_{u,z}^{\text{II}}$ wie folgt bestimmt:

$$e_{u,y}^{\text{II}} = e_u^{\text{I}} + \Delta e_{u,y}^{\text{II}} = e_u^{\text{I}} + 0,065 \cdot \left(1 - \frac{e_u^{\text{I}}}{t}\right) \cdot t - \frac{\left(40 - \frac{h_{\text{ef},y}}{t}\right) \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t}\right)^2}{55.000 \cdot \left(1 - \frac{e_u^{\text{I}}}{t}\right)} \cdot t \quad \text{Gl. 3-59}$$

$$e_{u,z}^{\text{II}} = e_u^{\text{I}} + \Delta e_{u,z}^{\text{II}} = e_u^{\text{I}} + 0,065 \cdot \left(1 - \frac{e_u^{\text{I}}}{b}\right) \cdot b - \frac{\left(40 - \frac{h_{\text{ef},z}}{b}\right) \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},z}}{b}\right)^2}{55.000 \cdot \left(1 - \frac{e_u^{\text{I}}}{b}\right)} \cdot b \quad \text{Gl. 3-60}$$

Mit den rechnerischen Exzentrizitäten ($e_{u,y}^{\text{II}}$ und $e_{u,z}^{\text{II}}$) wird anschließend der Winkel α^{II} zur Abschätzung der maßgebenden Versagensrichtung ermittelt (vgl. Abbildung 3-14).

$$\alpha^{\text{II}} = \arctan \left(\frac{e_{u,z}^{\text{II}}}{e_{u,y}^{\text{II}}} \cdot \tan(\alpha^{\text{I}}) \right) \quad \text{Gl. 3-61}$$

Für $\alpha^{\text{II}} < 45^\circ$ ist die y-Richtung die maßgebende Verformungsrichtung und dementsprechend für $\alpha^{\text{II}} > 45^\circ$ die z-Richtung. Die Tragfähigkeit Φ_R^{II} kann in Abhängigkeit der Richtung der maßgebenden Verformungen ermittelt werden:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{500}{\frac{500 \cdot \cos(\alpha^{\text{I}})}{\Phi_{R,y}^{\text{II}}} + \frac{\sin(\alpha^{\text{I}})}{\Phi_{R,z}^{\text{II}}}} \quad \text{für } \alpha^{\text{II}} \leq 45^\circ \quad \text{Gl. 3-62}$$

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{500}{\frac{\cos(\alpha^{\text{I}})}{\Phi_{R,y}^{\text{II}}} + \frac{500 \cdot \sin(\alpha^{\text{I}})}{\Phi_{R,z}^{\text{II}}}} \quad \text{für } \alpha^{\text{II}} \geq 45^\circ \quad \text{Gl. 3-63}$$

In Abbildung 3-15 sind die Systemtragfähigkeiten in Abhängigkeit der Schlankheit $h_{ef,y}/t$ und der Exzentrizitäten dargestellt. Für den Sonderfall der einachsigen Biegung um die schwache Achse ($e_y^I/t = 0,05$; $e_z^I/b = 0,00$) ergeben sich nach dem Berechnungsverfahren geringere Traglasten als für die zweiachsige Biegung ($e_y^I/t = e_z^I/b = 0,05$) (vgl. Abbildung 3-15). Dies ist nicht plausibel, da mit zunehmender Exzentrizität in die eine Richtung bei gleichbleibender Exzentrizität in die andere Richtung die Tragfähigkeit abnehmen muss.

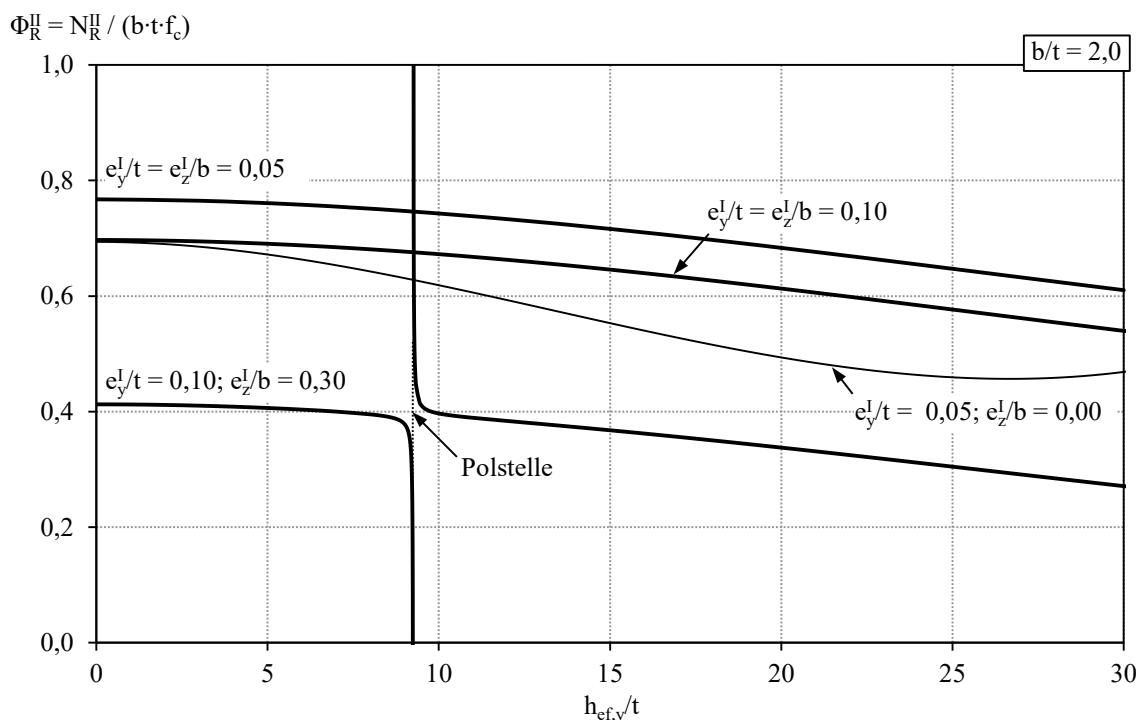


Abbildung 3-15: Systemtragfähigkeit nach Yu et al. (1997)

Ein weiteres Defizit dieses Verfahrens ist, dass ab einer Schlankheit ($h_{ef,y}/t$ bzw. $h_{ef,z}/b$) von 26,7 die Tragfähigkeit mit zunehmender Schlankheit bei bestimmten Fällen anwachsen kann (vgl. $e_y^I/t = 0,05$ und $e_z^I/b = 0,00$ in Abbildung 3-15). Dies ist dem kubischen Abzugsterm in Gl. 3-57 und Gl. 3-58 geschuldet. Weiterhin kommt es bei definierten Kombinationen von Exzentrizitäten und Schlankheiten zu Polstellen in der Traglastfunktion (vgl. $e_y^I/t = 0,10$ mit $e_z^I/b = 0,30$ in Abbildung 3-15). Zusammenfassend kann konstatiert werden, dass der Ansatz nicht konsistent ist und nur für bestimmte Kombinationen von Exzentrizitäten und Schlankheiten annähernd korrekte Ergebnisse liefern kann.

3.3.4 Vergleich der Berechnungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung

Die Gegenüberstellung der Systemtragfähigkeiten wird durch die durchgeführte systematische Aufbereitung und Normierung der theoretischen Berechnungsverfahren ermöglicht. Dabei werden ausschließlich Verfahren, die zur Ermittlung der Tragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder geeignet sind, miteinander verglichen.

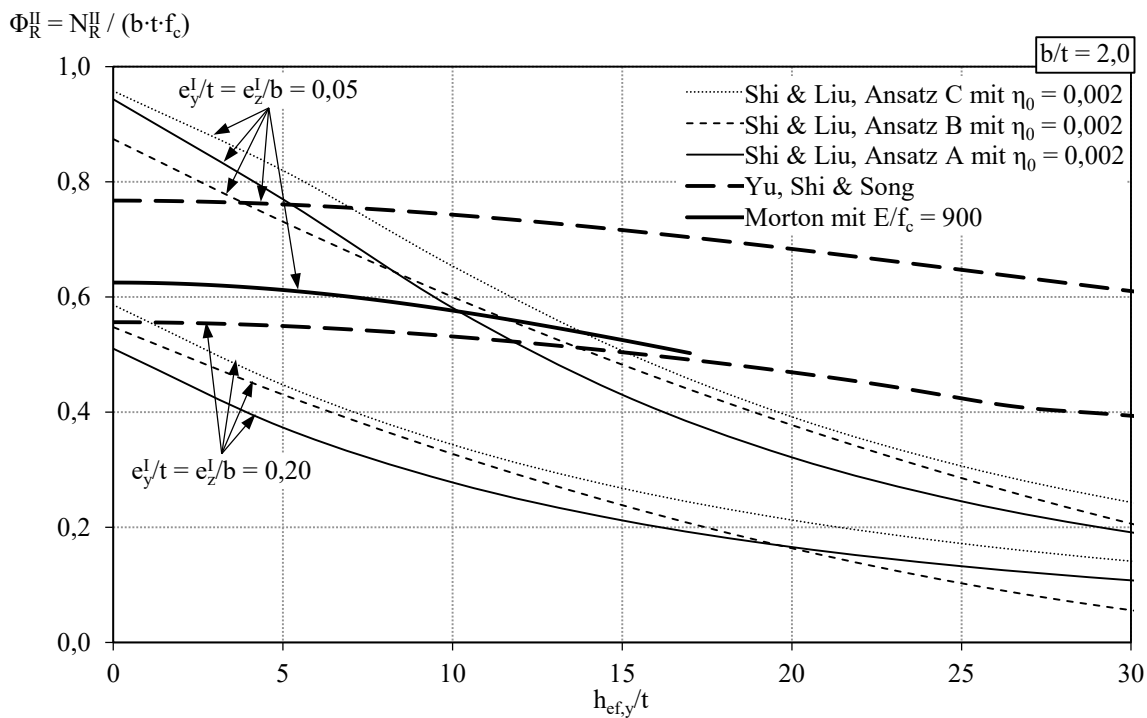


Abbildung 3-16 Vergleich der Systemtragfähigkeiten zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder auf Grundlage verschiedener Berechnungsverfahren

Das Verfahren nach Morton ist ausschließlich für ungerissene Druckglieder gültig. Unter Berücksichtigung des angesetzten linear-elastischen Werkstoffverhaltens ohne Biegezugfestigkeit sind somit keine Tragfähigkeiten von $\Phi_R^{\text{II}} < 0,5$ zulässig. In Abbildung 3-16 ist deshalb für das Verfahren nach Morton auch keine Traglastfunktion für die Exzentrizitäten von $e_y^I/t = e_z^I/b = 0,2$ aufgetragen. Für die Exzentrizitäten $e_y^I/t = e_z^I/b = 0,1$ endet die Traglastfunktion beim Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Querschnitt.

Mit der Gegenüberstellung der Tragfähigkeiten der verschiedenen Berechnungsverfahren in Abbildung 3-16 wird ersichtlich, dass sich bereits ohne jeglichen Einfluss der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung bei $h_{\text{ef},y}/t = 0$ signifikante Tragfähigkeitsunterschiede ergeben. Diese Abweichungen steigen mit zunehmender Schlankheit an und betragen für schlanke Druckglieder zum Teil ein Vielfaches. Weitere Defizite der einzelnen Verfahren, wie zum Beispiel die Überschreitung der Querschnittstragfähigkeit, inkonsistenter Übergang von ein- zu zweiachsiger Beanspruchung oder eine Polstelle in der Traglastfunktion, wurden bereits bei den jeweiligen Verfahren dargestellt. Zudem kann keines der vorgestellten Verfahren unterschiedliche Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der beiden Werkstoffe Beton und Mauerwerk realitätsnah berücksichtigen. Dementsprechend können die unterschiedlichen Tragfähigkeiten nicht zutreffend ermittelt werden. Die vorstehende Analyse der bestehenden Verfahren verdeutlicht die Notwendigkeit eines theoretischen Berechnungsmodells, mit dem eine wirklichkeitsnahe Ermittlung der Systemtragfähigkeit ermöglicht wird.

3.4 Normative Bemessungsverfahren

3.4.1 Grundlagen

Da theoretische Berechnungsverfahren für die baupraktische Anwendung in der Regel ungeeignet sind, werden zumeist vereinfachte Verfahren zur normativen Bemessung verwendet. Im Allgemeinen werden diese aus theoretischen Ansätzen und/oder anhand von Versuchsergebnissen abgeleitet. Nachfolgend werden verschiedene normative Verfahren zur Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit aufbereitet, um die Gegenüberstellung der Systemtragfähigkeiten zu ermöglichen. Neben den national und europäisch gültigen Normen werden auch amerikanische, kanadische und australische Normen zur Bemessung von unbewehrten Druckgliedern analysiert. Dabei werden zuerst die Regelungen für Druckglieder aus Beton und anschließend die für Druckglieder aus Mauerwerk betrachtet. Abschließend werden die Tragfähigkeiten der verschiedenen Normen gegenübergestellt.

3.4.2 Druckglieder aus Beton

3.4.2.1 Europäische Norm EN 1992-1-1

Auf europäischer Ebene ist die Bemessung bewehrter und unbewehrter Betonbauteile in DIN EN 1992-1-1 (2011) geregelt. Die europäische Norm ist nur in Verbindung mit den jeweils zugehörigen nationalen Anhängen, in denen die Regelungen übernommen, ergänzt, gestrichen oder mit nicht in Konflikt stehenden Informationen ergänzt werden, gültig. Dabei wird das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept verwendet. Für die Bemessung unbewehrter Betonbauteile ist, ohne Berücksichtigung des nationalen Anhangs, ein Teilsicherheitsbeiwert für das Material auf der Widerstandsseite von $\gamma_C = 1,5$ geregelt. Dahingegen setzt der deutsche nationale Anhang für unbewehrte Betonbauteile einen Wert von $\gamma_C = 0,85/0,7 \cdot 1,5 \approx 1,82$ fest (vgl. Abschnitt 5.3.2).

Für die einachsige Biegung mit Normalkraft ergibt sich der Bemessungswert der normierten Querschnittstragfähigkeit zu:

$$\Phi_{Rd,y}^I = 1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \quad \text{Gl. 3-64}$$

Die europäische Regelung gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) ohne nationalen Anhang setzt zur Berechnung der Querschnittstragfähigkeit starr-plastisches Werkstoffverhalten an. Sofern die Schlankheit $h_{ef,y}/t < 2,5$ ist, dürfen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung vernachlässigt werden.

Wenn die Schlankheit $h_{\text{ef},y}/t \geq 2,5$ ist, darf der Bemessungswert der Systemtragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung einer Exzentrizität vereinfacht berechnet werden:

$$\Phi_{\text{Rd},y}^{\text{II}} = 1,14 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) - 0,02 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \leq 1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \quad \text{Gl. 3-65}$$

Rechnerisch dürfen keine höheren Festigkeitsklassen als Normalbeton C35/45 bzw. Leichtbeton LC20/22 ausgenutzt werden und die Schlankheit unbewehrter Wände und Stützen aus Ortbeton darf nicht größer als $h_{\text{ef},y}/t = 25$ sein.

Für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder dürfen vereinfachend getrennte Nachweise in die beiden Hauptrichtungen, ohne Beachtung der zweiachsigen Lastexzentrizität, geführt werden [vgl. DBV (2011)]. Für getrennte Nachweise in beide Hauptrichtungen sind folgende Anwendungsgrenzen einzuhalten:

$$\frac{e_z^{\text{I}} \cdot t}{e_y^{\text{I}} \cdot b} \leq 0,2 \quad \text{oder} \quad \frac{e_z^{\text{I}} \cdot t}{e_y^{\text{I}} \cdot b} \geq 5,0 \quad \text{Gl. 3-66}$$

$$0,5 \leq \frac{b \cdot h_{\text{ef},y}}{t \cdot h_{\text{ef},z}} \leq 2,0 \quad \text{Gl. 3-67}$$

Der deutsche nationale Anhang DIN EN 1992-1-1/NA (2013) schränkt diese Nachweisführung ein, indem für Exzentrizitäten von $e_z^{\text{I}}/b > 0,2$ nur getrennte Nachweise geführt werden dürfen, wenn für den Nachweis der Tragfähigkeit in Richtung der schwächeren y-Achse eine reduzierte Querschnittsbreite b_{red} berücksichtigt wird.

$$\frac{b_{\text{red}}}{b} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b}} \leq 1,0 \quad \text{Gl. 3-68}$$

Die Reduzierung der Bauteilbreite basiert auf linear-elastischem Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit. Dies hat zur Folge, dass für den Grenzfall einer unendlich großen Exzentrizität ($e_z^{\text{I}}/b \rightarrow \infty$, entspricht ausschließlicher Biegebeanspruchung) die Hälfte des Querschnittes überdrückt ist. Diese Annahme kann für Bauteile mit Bewehrung zutreffend sein, ist jedoch für unbewehrten Beton wegen der sehr geringen und bei der Bemessung meist vernachlässigten Biegezugfestigkeit kritisch zu bewerten. Die Anwendungsgrenzen nach Gl. 3-66 und die rechnerische Querschnittsreduzierung nach Gl. 3-68 werden für positive Exzentrizitäten in Abbildung 3-17 veranschaulicht.

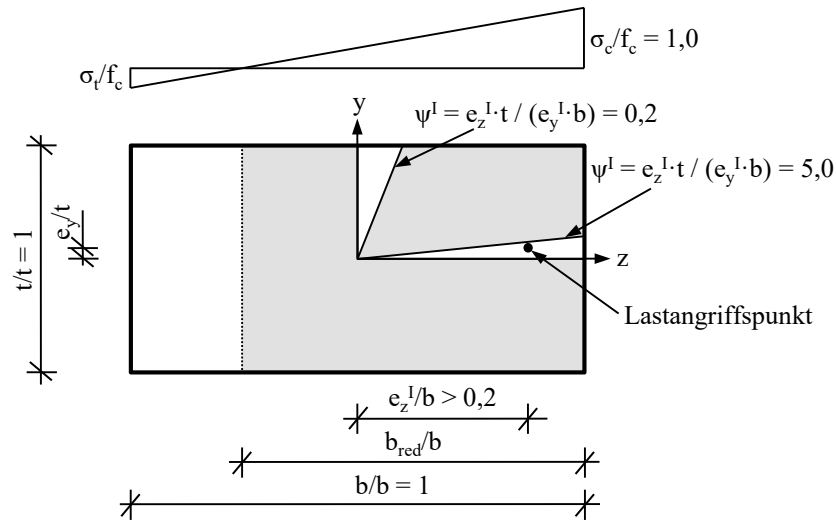


Abbildung 3-17 Rechnerisch reduzierte Querschnittsbreite für positive Exzentrizitäten nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013)

Eine detaillierte Analyse der Systemtragfähigkeit gemäß getrennter Nachweise in beide Hauptrichtungen ist in Abschnitt 5.4.2 enthalten.

Sofern die Anwendungsgrenzen gemäß Gl. 3-66 und Gl. 3-67 nicht eingehalten sind, darf der Nachweis der Tragfähigkeit von Druckgliedern mit rechteckigem Querschnitt mit der Interaktion zwischen einwirkendem und aufnehmbarem Biegemoment um die jeweiligen Achse ($M_{Ed}^{\text{II}}/M_{Rd}$) wie folgt geführt werden:

$$\left(\frac{M_{Ed,z}^{\text{II}}}{M_{Rd,z}} \right)^a + \left(\frac{M_{Ed,y}^{\text{II}}}{M_{Rd,y}} \right)^a \leq 1,0 \quad \text{Gl. 3-69}$$

für unbewehrte Druckglieder mit

$$a = 1,0 \text{ für } \Phi_{Ed} = N_{Ed} / (b \cdot t \cdot f_{cd}) = 0,1$$

$$a = 1,5 \text{ für } \Phi_{Ed} = N_{Ed} / (b \cdot t \cdot f_{cd}) = 0,7$$

$$a = 2,0 \text{ für } \Phi_{Ed} = N_{Ed} / (b \cdot t \cdot f_{cd}) = 1,0$$

(lineare Interpolation für Zwischenwerte)

Für einen Wert von $a = 1,0$ ergibt sich eine lineare Interaktion und für $a = 2,0$ eine quadratische Interaktion der Ausnutzungen der Biegemomente um die jeweilige Achse. Obwohl diese Interaktion zur Bemessung bewehrter Druckglieder entwickelt wurde, ergeben sich nach Gl. 3-69 für bewehrte Druckglieder nicht immer befriedigende Ergebnisse [vgl. Galgoul (1985) und Fingerloos et al. (2016)].

Mit der Traglastfunktion gemäß Gl. 3-65 und dem dabei zugrunde gelegten starrplastischen Werkstoffverhalten kann die Momenteninteraktion gemäß Gl. 3-69 nach der Normalkrafttragfähigkeit aufgelöst werden.

Der Bemessungswert der Systemtragfähigkeit ergibt sich zu:

$$\Phi_{Rd}^{\text{II}} = 1 - 2 \cdot \left[\left(\frac{e_{y,\text{rech}}^{\text{I}}}{t} \right)^a + \left(\frac{e_{z,\text{rech}}^{\text{I}}}{b} \right)^a \right]^{\frac{1}{a}} \quad \text{Gl. 3-70}$$

$$\text{mit } \frac{e_{y,\text{rech}}^{\text{II}}}{t} = 1,14 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + 0,01 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t} - 0,07 \leq \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \quad \text{Gl. 3-71}$$

$$\frac{e_{z,\text{rech}}^{\text{II}}}{t} = 1,14 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} + 0,01 \cdot \frac{h_{\text{ef},z}}{b} - 0,07 \leq \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \quad \text{Gl. 3-72}$$

Dabei sind $e_{y,\text{rech}}^{\text{II}}/t$ und $e_{z,\text{rech}}^{\text{II}}/b$ rechnerische Exzentrizitäten, welche nicht den wirklichen Exzentrizitäten im ausgelenkten Zustand entsprechen. Es ist anzumerken, dass Gl. 3-70 nicht normativ geregelt ist. Die Traglastfunktion nach Gl. 3-70 unterschätzt, mit Ausnahme sehr kleiner Schlankheiten, die Tragfähigkeit zum Teil deutlich [vgl. Abschnitt 5.4.2 und Förster (2017)].

3.4.2.2 Amerikanische Norm ACI 318

Die amerikanische Norm ACI 318M-14 (2015) regelt die Bemessung bewehrter und unbewehrter Betonbauteile. Zur Ermittlung der aufnehmbaren Lasten ist auf der Widerstandsseite ein Teilsicherheitsbeiwert zu berücksichtigen. Dieser ist für unbewehrte Betonbauteile mit $\gamma_c = 1/0,60 \approx 1,67$ anzunehmen. Für die Bemessung wird linear-elastisches Werkstoffverhalten mit begrenzter Zugfestigkeit unterstellt. Im Gegensatz zu unbewehrten Wänden ist die Ausführung unbewehrter Stützen gemäß ACI 318M-14 (2015) grundsätzlich ausgeschlossen. Die Schlankheit unbewehrter Wände darf $h_{\text{ef},y}/t \leq 24$ nicht überschreiten und die Mindestexzentrizität der Normalkraft beträgt $e_y^{\text{I}}/t = 0,10$. Sofern die Lastexzentrizität gering ist ($e_y^{\text{I}}/t \leq 1/6$), darf der Bemessungswert der Systemtragfähigkeit vereinfacht ermittelt werden:

$$\Phi_{Rd}^{\text{II}} = 0,45 - 0,00044 \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t} \right)^2 \quad \text{Gl. 3-73}$$

Wenn die Exzentrizität e_y^{I}/t größer als $1/6$ ist, muss die daraus resultierende Momentenbeanspruchung explizit bei der Bemessung berücksichtigt werden. Dabei wird die Ausnutzung infolge annähernd zentrischer Last mit einem Biegemomentenanteil überlagert.

Bei überwiegender Druckbeanspruchung gilt folgende Beziehung:

$$\frac{N_{Ed}}{b \cdot t \cdot f_{cd} \cdot \left[0,6 - 0,00059 \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2 \right]} + \frac{M_{Ed,y}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot \frac{b \cdot t^2}{6}} \leq 1,0 \quad Gl. 3-74$$

Sofern neben der Biegung um die y-Achse auch die Biegung um die z-Achse in analoger Weise berücksichtigt wird, kann Gl. 3-74 erweitert und anschließend mit den entsprechenden Normierungen nach der Systemtragfähigkeit aufgelöst werden. Normativ ist die zweiachsige Biegung jedoch nicht explizit geregelt.

$$\Phi_{Rd}^{II} = \frac{1}{\frac{1}{0,6 - 0,00059 \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2} + 7,05 \cdot \frac{e_y^I}{t} + 7,05 \cdot \frac{e_z^I}{b}} \quad Gl. 3-75$$

Es ist anzumerken, dass aus der vereinfachten Abschätzung der Tragfähigkeit gemäß Gl. 3-73 größere Traglasten resultieren als die vermeintlich genauere Bestimmung der Tragfähigkeit gemäß Gl. 3-75.

3.4.2.3 Kanadische Norm CSA S23.3

Die Bemessung bewehrter und unbewehrter Bauteile aus Beton ist in der kanadischen Norm CSA S23.3-14 (2014) geregelt. Bei der Bemessung ist auf der Widerstandsseite ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_c = 1/0,65 \approx 1,54$ in Rechnung zu stellen. Für die Bemessung unbewehrter Bauteile ist von linear-elastischem Werkstoffverhalten mit begrenzter Biegezugfestigkeit auszugehen. Für Wände, bei denen die einwirkende Kraft im mittleren Drittel der Wanddicke ($e_y^I/t \leq 1/6$) angreift, ist der Bemessungswert der Systemtragfähigkeit wie folgt zu ermitteln:

$$\Phi_{Rd}^{II} = \alpha_1 \cdot \left[0,45 - 0,00044 \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2 \right] \quad Gl. 3-76$$

Dabei ist α_1 ein Faktor zur Reduzierung der maximal zulässigen Randspannungen in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit:

$$\alpha_1 = 0,85 - 0,0015 \cdot f_c \geq 0,67 \quad \text{mit } f_c \text{ in N/mm}^2 \quad Gl. 3-77$$

In CSA S23.3-14 (2014) sind keine Regelungen zur Bestimmung der Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung enthalten.

3.4.2.4 Australische Norm AS 3600

Die australische Norm AS 3600 (2009) schließt die Verwendung unbewehrter Druckglieder für tragende Bauteile aus.

3.4.3 Druckglieder aus Mauerwerk

3.4.3.1 Europäische Norm EN 1996

Die europäischen Normen zur Bemessung von Mauerwerk sind DIN EN 1996-1-1 (2010) und DIN EN 1996-3 (2010). Es wird in beiden Normen das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept verwendet. Die maximale zulässige Schlankheit eines Druckgliedes beträgt $h_{ef,y}/t = 27$. In beiden Regelwerken ist eine Mindestexzentrizität von $e_y^I/t = 0,05$ zu berücksichtigen.

Zunächst wird auf die allgemeinen Regeln zur Bemessung gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ohne nationalen Anhang eingegangen. Empfohlen werden Teilsicherheitsbeiwerte im Bereich von $1,5 \leq \gamma_M \leq 3,0$. Die normativ geregelte Systemtragfähigkeit Φ_{Rd}^II unter ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung gemäß Gl. 3-78 basiert auf den Arbeiten von Kirtschig et al. (vgl. Abschnitt 3.3.2.1). Werkstoffunabhängig wird dabei ein Verhältnis von $E/f_k = 1.000$ empfohlen [vgl. DIN EN 1996-1-1 (2010)].

$$\Phi_{Rd,y}^II = \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} \right) \cdot e^{-\frac{u^2}{2}}$$
$$\text{mit } u = \frac{\lambda_{y,EC6} - 0,063}{0,73 - 1,17 \cdot \frac{e_y^I}{t}} \quad \text{und} \quad \lambda_{y,EC6} = \frac{h_{ef,y}}{t} \cdot \sqrt{\frac{f_k}{E}} \quad \text{Gl. 3-78}$$

Europäische Regeln zur Bemessung bei zweiachsiger Biegung mit Axialdruck sind in DIN EN 1996-1-1 (2010) nicht enthalten. Auch die nationalen Anhänge der Anrainerländer Deutschlands (Belgien, Dänemark, England, Frankreich, Italien, Niederlande, Österreich, Polen, Schweiz und Tschechische Republik) sowie die nationalen Anhänge der für den europäischen Mauerwerksbau wichtigen Länder England und Italien beinhalten keine Regelungen zum Nachweis einer zweiachsigen Biegebeanspruchung mit Drucknormalkraft [vgl. ČSN EN 1996-1-1+A1 NA (2014), ČSN EN 1996-3/NA (2008), DS/EN 1996-1-1 DK NA (2013), DS/EN 1996-3/AC (2009), NA to BS EN 1996-1-1 (2005), NA to BS EN 1996-3 (2006), NEN-EN 1996-3+C1/NB (2011), NF EN 1996-1-1/NA (2009), NF EN 1996-3/NA (2009), PN-EN 1996-1-1 (2010), PN-EN 1996-3/NA (2010), SN EN 1996-1-1/NA (2014), UNI EN 1996-1-1 (A. n.) (2007), UNI EN 1996-3 (A. n.) (2006), prNBN EN 1996-1-1 - ANB (2009), ÖNORM B 1996-1-1 (2009) und ÖNORM B 1996-3 (2009)].

Die europäische Traglastfunktion gemäß Gl. 3-78 ist in Kritik geraten, da diese für kleine Verhältnisse von E/f_k mit zunehmender Festigkeit abnehmende Tragfähigkeiten liefert. Dieser Sachverhalt ist beispielsweise in Christiansen (2012), Jäger et al. (2014), Graubner & Förster (2015), Graubner et al. (2015) und Bakeer (2016) dargestellt. Für die Bemessung unbewehrter Mauerwerkswände liegen neue Vorschläge vor, welche dieses Defizit nicht mehr aufweisen [vgl. Graubner & Förster (2015) und Bakeer (2016)]. Die ungerechtfertigte Tragfähigkeitsreduzierung ist dem Sachverhalt geschuldet, dass zur Bestimmung des empirischen Bemessungsansatzes keine kleinen E/f_k -Verhältnisse berücksichtigt wurden. Die Traglastfunktion wurde lediglich für einen Bereich von $E/f_k \approx 700$ bis 1.000 kalibriert und liefert für größere E/f_k -Verhältnisse konservative Ergebnisse [vgl. Graubner & Förster (2015)].

Derzeit wird eine neue Generation der Eurocodes erarbeitet. Voraussichtlich soll in diesem Zuge die derzeit gültige Traglastfunktion (vgl. Gl. 3-78) für ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) durch einen Vorschlag von Bakeer (2016) ersetzt werden. Bei diesem Vorschlag kommt für das Querschnittsversagen eine weiterentwickelte empirische Approximationsfunktion auf Grundlage von Johnson et al. (1916) und für das Stabilitätsversagen eine geringfügig adjustierte Funktion, die von Glock (2004) für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit analytisch hergeleitet wurde (vgl. Gl. 3-36), zur Anwendung. Für gedrungene Druckglieder wird starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit unterstellt. Die von Bakeer (2016) für DIN EN 1996-1-1 (2010) vorgeschlagene Traglastfunktion für ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder lautet:

$$\Phi_{R,y}^{\text{II}} = \begin{cases} \Phi_{y,\text{pl}}^{\text{I}} - \frac{\lambda_y^2}{3,15 \cdot \Phi_{y,\text{pl}}^{\text{I}}} & \text{für } \lambda_{y,\text{lim}} < \Phi_{y,\text{pl}}^{\text{I}} \cdot \sqrt{1,575} \\ \frac{0,79 \cdot \Phi_{\text{pl},y}^{\text{I}^3}}{\lambda_y^2} & \text{für } \lambda_{y,\text{lim}} \geq \Phi_{y,\text{pl}}^{\text{I}} \cdot \sqrt{1,575} \end{cases} \quad \text{Gl. 3-79}$$

$$\text{mit } \Phi_{y,\text{pl}}^{\text{I}} = 1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \quad \text{Gl. 3-80}$$

Der deutsche nationale Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) ersetzt die europäische Traglastfunktion mit einer linearen Funktion zur Ermittlung der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung bei einachsig exzentrischer Beanspruchung in y-Richtung. Dieser Bemessungsansatz wurde von Mann (1991) entwickelt [vgl. auch Mann (1992)]. Dabei wird bei gedrunenen Druckgliedern die Querschnittstragfähigkeit für starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit erreicht.

Die Systemtragfähigkeit gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) ist wie folgt zu bestimmen:

$$\Phi_{\text{Rd},y}^{\text{II}} = 1,14 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) - 0,024 \cdot \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \leq 1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \quad \text{Gl. 3-81}$$

Die Traglastfunktion gemäß Gl. 3-81 kann auch als Erweiterung der Navier- bzw. Tetmajer-Geraden angesehen werden (vgl. Abschnitt 3.2.2). Der mathematisch simple Ansatz ermöglicht die unkomplizierte Übertragung auf andere Problemstellungen [vgl. zum Beispiel Graubner et al. (2014a) und Förster & Graubner (2016)]. Der anzusetzende Teilsicherheitsbeiwert für das Material ist $\gamma_{\text{M}} = 1,5$.

Für die Bestimmung der Tragfähigkeit unter ausschließlich exzentrischer Druckbeanspruchung in z-Richtung wird für den Traglastfaktor $\Phi_{\text{Rd},z}^{\text{I}}$ starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit zugrunde gelegt. Dabei bleiben die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung in z-Richtung gänzlich unberücksichtigt.

$$\Phi_{\text{Rd},z}^{\text{I}} = 1 - 2 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} = \frac{b_{\text{c,pl}}}{b} \quad \text{Gl. 3-82}$$

Für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder ist die Multiplikation der beiden achsenbezogenen Traglastfaktoren festgeschrieben [vgl. Graubner et al. (2008)]. Diese Interaktion ist ausschließlich im deutschen nationalen Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) geregelt.

$$\Phi_{\text{Rd}}^{\text{II}} = \Phi_{\text{Rd},y}^{\text{II}} \cdot \Phi_{\text{Rd},z}^{\text{I}} = \Phi_{\text{Rd},y}^{\text{II}} \cdot \frac{b_{\text{c,pl}}}{b} \quad \text{Gl. 3-83}$$

Die Beziehung für den Traglastfaktor um die starke Achse (Gl. 3-82) entspricht gleichzeitig dem Verhältnis von überdrückter Breite zur Querschnittsbreite ($b_{\text{c,pl}}/b$). Deshalb kann die Interaktion gemäß Gl. 3-83 auch als ein Tragfähigkeitsnachweis in y-Richtung mit reduzierter Querschnittsbreite ($b_{\text{c,pl}}/b$) aufgefasst werden (vgl. Abschnitt 5.2). Die Interaktion nach Gl. 3-83 basiert jedoch nicht auf genaueren Traglastberechnungen, bei denen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung in beide Achsrichtungen berücksichtigt wurden, sondern lediglich auf einer Betrachtung auf Querschnittsebene ohne Berücksichtigung etwaiger Verformungen.¹ Die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung werden gemäß Gl. 3-83 nur in y-Richtung berücksichtigt. Folglich wurde die bestehende Regelung ausschließlich für ausreichend lange Wände entwickelt, bei denen die Verformungen in z-Richtung unbedeutend klein sind. Die normative Regelung ist somit nicht für die Bemessung

¹ Da keine Literatur zur Entwicklung der Regelung vorhanden ist wird auf die persönliche Korrespondenz des Verfassers mit dem maßgeblich beteiligten Bearbeiter im Normungsgremium Prof. Dr.-Ing. E. Gunkler (E-Mail vom 15.07.2015) verwiesen.

sung von Druckgliedern, bei denen nennenswerte Verformungen in z-Richtung auftreten geeignet (vgl. Abschnitt 5.4.3). Ein ingenieurmäßiger Ansatz ist, die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung in beide Richtungen zu berücksichtigen und die Tragfähigkeit mit der Interaktion gemäß Gl. 3-83 zu ermitteln. Dieser Ansatz ist jedoch für schlanke Druckglieder äußerst konservativ (vgl. Abschnitt 5.2.2). Detaillierte Auswertungen zur Systemtragfähigkeit sind in Abschnitt 5.4.3 enthalten.

Gemäß Jäger (2012) darf das durch die Exzentrizität e_z^I/b induzierte Biegemoment um die y-Achse vernachlässigt werden, wenn der Traglastfaktor in y-Richtung größer als der Traglastfaktor in z-Richtung ist ($\Phi_{Rd,y}^II > \Phi_{Rd,z}^I$). Es ist offensichtlich, dass die Vereinfachung von Jäger (2012) nur für Druckglieder, bei denen die maßgeblichen Verformungen nach Theorie II. Ordnung in y-Richtung auftreten, gültig sein kann. Für Belastungs- und Schlankheitskombinationen, bei denen die maßgeblichen Verformungen in z-Richtung auftreten (zum Beispiel $e_y^I/t < e_z^I/b$ und $\lambda_y = \lambda_z$), resultiert der Vorschlag von Jäger (2012) in zu große Tragfähigkeiten, da Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung in z-Richtung gänzlich unberücksichtigt bleiben.

Bei den vereinfachten Berechnungsmethoden gemäß dem deutschen nationalen Anhang DIN EN 1996-3/NA (2012) wird zur Abschätzung der Tragfähigkeit bei ausschließlich in y-Richtung exzentrisch wirkender Druckbeanspruchung ein Ansatz mit parabolischer Abminderung infolge der Schlankheit verwendet:

$$\Phi_{Rd,y}^II = 0,85 \cdot \frac{a}{t} - 0,0011 \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2 \quad Gl. 3-84$$

Dabei ist a/t das Verhältnis von Deckenaufлагertiefe a zu Wanddicke t . In DIN EN 1996-3 (2010) ohne nationalen Anhang ist Gl. 3-84 mit einem festen Verhältnis von $a/t = 1,0$ wiederzufinden. Dabei ist zu beachten, dass der Traglastfaktor normativ auf die belastete Querschnittsfläche bezogen ist, sodass sich der Traglastfaktor in der hier gewählten konsistenten Schreibweise wie folgt ausdrücken lässt:

$$\Phi_{Rd,y}^II = \frac{a}{t} \cdot \left[0,85 - 0,0011 \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2 \right] \quad Gl. 3-85$$

Die vereinfachten Berechnungsmethoden enthalten weder ohne noch mit nationalem Anhang Regelungen zum Traglastfaktor um die starke Achse. Da jedoch kein Mischungsverbot innerhalb von DIN EN 1996 besteht, darf der Traglastfaktor für ausschließlich exzentrische Beanspruchung in y-Richtung gemäß der vereinfachten Berechnungsmethoden auch für die Interaktion nach Gl. 3-83 verwendet werden. Da die vereinfachten Berechnungsmethoden die meisten Einflüsse auf die Traglast nur rudimentär erfassen, ist die Anwendung nur in gewissen Grenzen möglich. In Graubner & Förster (2014) wurde auf-

gezeigt, dass Gl. 3-84 bei praxisüblichen Fällen auch für sehr schlanke Wände konservative Ergebnisse liefert und somit auch für eine Vielzahl von Fällen außerhalb des Anwendungsbereiches von DIN EN 1996-3/NA (2012) angewandt werden kann [vgl. auch Graubner et al. (2014b)]. Die Simplizität der vereinfachten Bemessungsmethoden ermöglicht es zudem, den Traglastnachweis in einfach handhabbare Tragfähigkeitstabellen zu übertragen [vgl. Graubner et al. (2017)].

3.4.3.2 Amerikanische Norm TMS 402/602

In TMS 402/602-16 (2016) ist die Bemessung von bewehrtem und unbewehrtem Mauerwerk normativ geregelt. Es wird von linear-elastischem Werkstoffverhalten mit begrenzter Biegezugfestigkeit ausgegangen, wobei der Querschnitt stets ungerissen bleiben muss. Der Elastizitätsmodul ist für die Bemessung von Ziegelmauerwerk mit $E = 700 \cdot f_c$ und für Betonsteinmauerwerk mit $E = 900 \cdot f_c$ zu berechnen. Es sind Mindestexzentrizitäten von $e_y/t = 0,10$ bzw. $e_z/b = 0,10$ zu beachten. Der Nachweis der Tragfähigkeit kann auf Kraft- oder Spannungsebene erfolgen. Bei der Bemessung auf Kraftebene wird das Teilsicherheitskonzept verwendet. Dabei sind jedoch keine Angaben zur Bemessung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder enthalten. Für die Bemessung auf Spannungsebene wird explizit angegeben, wie die zweiachsige Biegebeanspruchung berücksichtigt werden soll. Dabei wird das globale Sicherheitskonzept verwendet, bei dem normativ ein globaler Sicherheitsbeiwert von $\gamma_{\text{glob}} = 4,0$ in Rechnung zu stellen ist. Für den nachfolgenden Vergleich der normativen Tragfähigkeiten in Abschnitt 3.4.4 wird der globale Sicherheitsbeiwert vereinfachend jeweils hälftig auf die Einwirkungs- und Widerstandsseite aufgeteilt. Für die Ermittlung der Tragfähigkeit wird ein zweiteiliger Ansatz verwendet, wobei eine Abminderung der Traglast infolge Theorie II. Ordnung am annähernd zentrisch gedrückten Stab und die zweite Abminderung infolge der Lastexzentrizitäten erfolgt. Zusätzlich wird die Verzweigungslast nach Euler unter Berücksichtigung der Exzentrizität ($N_{\text{crit,e/t}}^{\text{II}}$ bzw. $\Phi_{\text{crit,e/t}}^{\text{II}}$) als Obergrenze eingeführt.

$$\frac{N_E}{\Phi_{R,a}^{\text{II}}} + \frac{6 \cdot M_{E,z}}{\Phi_R^{\text{I}}} \leq 1,0 \quad \text{und} \quad N_E \leq N_{\text{crit,e/t}}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 3-86}$$

Der Widerstand für die zentrische Axialbeanspruchung $\Phi_{R,a}^{\text{II}}$ ist in Abhängigkeit der Schlankheit $h_{\text{ef},y}/t$ zu ermitteln, wobei in Querschnitts- und Stabilitätsversagen unterschieden wird:

$$\Phi_{R,a}^{\text{II}} = 1,0 - 0,00061 \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t} \right)^2 \quad \text{für } \frac{h_{\text{ef},y}}{t} \leq 28,6 \quad \text{Gl. 3-87}$$

$$\Phi_{R,a}^{\text{II}} = \frac{408}{\left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t} \right)^2} \quad \text{für } \frac{h_{\text{ef},y}}{t} > 28,6 \quad \text{Gl. 3-88}$$

Die aufnehmbare Normalkraft $\Phi_{R,I}^{\text{I}}$ für den stets ungerissenen Querschnitt wird auf Basis des ungerissenen Querschnittes gemäß Navier (1829) ermittelt (vgl. Abschnitt 3.2.1):

$$\Phi_{R,I}^{\text{I}} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \quad \text{Gl. 3-89}$$

Bei exzentrischer Beanspruchung darf die zulässige Randspannung um den Faktor 4/3 erhöht werden, da die aufnehmbaren Randspannungen bei einer Biegedruckbeanspruchung größer sind als bei zentrischer Druckbeanspruchung [vgl. TMS 402/602-16 (2016)]. Dies bestätigen auch die Versuche von Yokel & Dikkers (1971), Yokel & Dikkers (1973), Fattal & Cattaneo (1976) und Hatzinikolas et al. (1978) [vgl. TMS 402/602-16 (2016)]. Mit der gewählten Schreibweise für die Bestimmung der Systemtragfähigkeit ergibt sich folgende Beziehung:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\Phi_{R,a}^{\text{II}}} + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \leq \Phi_{\text{crit},e/t}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 3-90}$$

Dabei ist die reduzierte Eulersche Verzweigungslast ($\Phi_{\text{crit},e/t}^{\text{II}}$) als Obergrenze der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Exzentrizität e_y^{I}/t wie folgt zu ermitteln:

$$\Phi_{\text{crit},e/t}^{\text{II}} = \frac{\pi^2 \cdot \frac{E}{f_c} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right)^3}{12 \cdot \left(\frac{h_{\text{ef},y}}{t} \right)^2} \quad \text{Gl. 3-91}$$

3.4.3.3 Kanadische Norm CSA S304.1

Die kanadische Norm CSA S304-14 (2014) regelt die Bemessung von unbewehrtem und bewehrtem Mauerwerk auf Grundlage des Teilsicherheitskonzepts. Der Teilsicherheitsbeiwert für unbewehrtes Mauerwerk beträgt $\gamma_M = 1/0,60 \approx 1,67$. Bei der Bemessung sind Mindestexzentrizitäten von e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,10$ zu berücksichtigen und die Exzentrizitäten dürfen maximal e_y^{II}/t bzw. $e_z^{II}/b \leq 0,33$ betragen. Der Elastizitätsmodul ist für Ziegel- und Betonsteinmauerwerk mit $E = 850 \cdot f_c \leq 20.000 \text{ N/mm}^2$ anzunehmen und für Kalksandsteinmauerwerk soll der Elastizitätsmodul mittels Versuchen bestimmt werden.

Die Ermittlung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung basiert auf der linearen Elastizitätstheorie. In Abhängigkeit des Verhältnisses der einwirkenden Normalkraft zur effektiven Verzweigungslast werden die Biegemomente nach Theorie II. Ordnung um die jeweilige Achse ermittelt.

$$M_{Ed}^{II} = \frac{M_{Ed}^I}{1 - \frac{1}{\gamma_\lambda} \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{crit,ef}}} \quad \text{Gl. 3-92}$$

$N_{crit,ef}$ entspricht einer effektiven Eulerschen Verzweigungslast, wobei nicht die volle, sondern nur die 0,4-fache Biegesteifigkeit ($= 0,4 \cdot EI$) in Rechnung gestellt werden darf. Zusätzlich ist dabei ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_\lambda = 1/0,65 \approx 1,54$ für die Auswirkungen der Schlankheit zu berücksichtigen. Mit Hilfe der gewählten Normierungen und einem Elastizitätsmodul von $E = 850 \cdot f_c$ lassen sich die Bemessungswerte der Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung bei Vernachlässigung des Kriechens wie folgt ausdrücken:

$$e_{y,d}^{II} = \frac{e_y^I}{1 - 0,00358 \cdot \gamma_\lambda \cdot \Phi_E \cdot \left(\frac{h_{ef,y}}{t} \right)^2} \quad \text{Gl. 3-93}$$

$$e_{z,d}^{II} = \frac{e_z^I}{1 - 0,00358 \cdot \gamma_\lambda \cdot \Phi_E \cdot \left(\frac{h_{ef,z}}{b} \right)^2} \quad \text{Gl. 3-94}$$

Der Nachweis der schiefen Biegebeanspruchung mit Axialdruck erfolgt auf Basis einer linearen Interaktion der Ausnutzungen der Momente um die jeweilige Achse:

$$\frac{M_{Ed,y}^{II}}{M_{Rd,y}} + \frac{M_{Ed,z}^{II}}{M_{Rd,z}} \leq 1,0 \quad \text{Gl. 3-95}$$

Dabei sind $M_{E,y}^{II}$ und $M_{E,z}^{II}$ die einwirkenden Biegemomente unter Berücksichtigung der Auswirkung nach Theorie II. Ordnung und $M_{R,y}$ und $M_{R,z}$ sind die aufnehmbaren Biege-

momente für ausschließlich einachsige exzentrische Beanspruchung in Abhängigkeit der einwirkenden Normalkraft. Für diese Querschnittsbemessung darf neben einer parabolischen und einer trapezförmigen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen auch vereinfacht eine starr-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung verwendet werden. Biegezugfestigkeiten sind zu vernachlässigen. Unter Berücksichtigung starr-plastischen Werkstoffverhaltens kann Gl. 3-95 mit Hilfe der gewählten Normierungen wie folgt ausgedrückt werden:

$$\Phi_{R,d}^{\text{II}} = 0,85 \cdot \left[1 - 2 \cdot \left(\frac{e_{y,d}^{\text{II}}}{t} + \frac{e_{z,d}^{\text{II}}}{b} \right) \right] \quad \text{Gl. 3-96}$$

Dabei ist berücksichtigt, dass bei Druckfestigkeiten von $f_c \leq 20 \text{ N/mm}^2$ und unter der Annahme starr-plastischen Werkstoffverhaltens normativ nur die 0,85-fache Druckfestigkeit in Rechnung gestellt werden darf.

3.4.3.4 Australische Norm AS 3700

In der australischen Norm AS 3700 (2011) ist die Bemessung von unbewehrtem und bewehrtem Mauerwerk geregelt. Dabei ist für Druckglieder auf der Widerstandsseite ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_M = 1/0,75 \approx 1,33$ für Mauerwerk aus Vollsteinen bzw. ein Wert von $\gamma_M = 1/0,5 = 2,0$ für Mauerwerk aus Lochsteinen anzusetzen.

AS 3700 (2011) regelt die Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder für übliche Fälle mit vereinfachten Beziehungen. Für Wände und Stützen mit angrenzenden Stahlbetondecken darf die vereinfachte Abschätzung der Systemtragfähigkeit nach Gl. 3-97 erfolgen:

$$\Phi_{Rd,y}^{\text{II}} = 0,95 - 0,02 \cdot \frac{h_{ef,y}}{t} \leq 0,67 \quad \text{Gl. 3-97}$$

Dabei wird explizit angemerkt, dass ein mögliches Versagen prinzipiell in beide Achsrichtungen zu berücksichtigen ist. Angaben, wie die Beanspruchung senkrecht zur jeweilig betrachteten Achsrichtung bei der Bemessung in Rechnung gestellt werden soll, fehlen jedoch.

Des Weiteren ist normativ ein genaueres Verfahren zur Ermittlung der Tragfähigkeit angegeben. Die Systemtragfähigkeit wird in Abhängigkeit der Exzentrizität e_y/t und der Schlankheit $h_{ef,y}/t$ berechnet:

$$\Phi_{Rd,y}^{\text{II}} = 1,2 \cdot \left(1 - 1,98 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) - 0,0333 \cdot \left(1 - 1,47 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) \cdot \frac{h_{ef,y}}{t} \leq 1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \quad \text{Gl. 3-98}$$

Auch bei der Bemessung mit dem genaueren Verfahren ist das Versagen in beide Achsrichtungen zu berücksichtigen. Hier fehlen jedoch ebenfalls weitere Angaben, wie die Biegebeanspruchung um die jeweilig andere Achse einberechnet werden soll.

3.4.4 Vergleich normativer Bemessungsverfahren für Druckglieder bei zweiachsiger Biegebeanspruchung

Die Aufbereitung der verschiedenen nationalen und internationalen normativen Regelungen zur Bemessung unbewehrter Druckglieder in Abschnitt 3.4.2 und 3.4.3 ermöglicht eine Gegenüberstellung der Systemtragfähigkeiten. Abbildung 3-18 stellt die normierten Tragfähigkeiten für Exzentrizitäten von $e_y^I/t = e_z^I/b = 0,1$ und ein Verhältnis der Schlankheiten von $b/t = 4,0$ gegenüber. Dabei sind die Tragfähigkeiten auf Grundlage der verschiedenen normativen Verfahren, welche die Bemessung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder ermöglichen, aufgetragen.

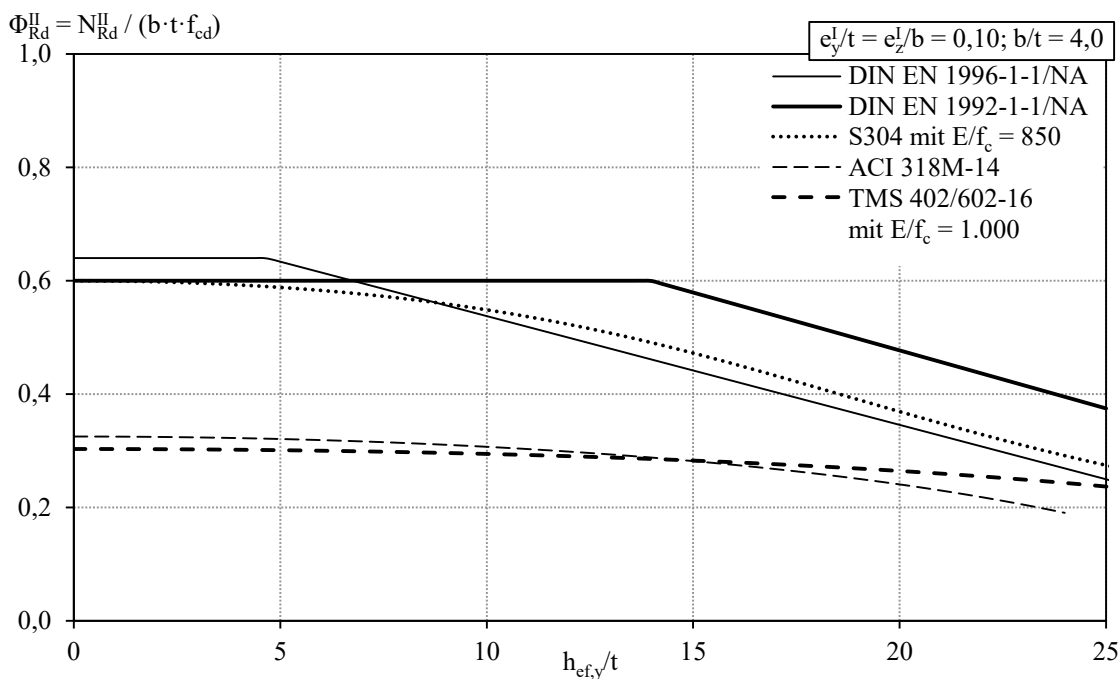


Abbildung 3-18 Vergleich der Systemtragfähigkeiten auf Grundlage nationaler und internationaler Normen

Die Traglastkurve gemäß der amerikanischen Norm ACI 318M-14 zur Bemessung unbewehrter Betondruckglieder endet bei einer Schlankheit von $h_{ef,y}/t = 24$, da normativ keine größeren Schlankheiten zulässig sind. Für die Querschnittstragfähigkeit bei $h_{ef,y}/t = 0$ resultieren alle Verfahren in ähnlichen Systemtragfähigkeiten. Ausschließlich die amerikanischen Normen ACI 318M-14 und TMS 402/602-16 ergeben weitaus geringere, konservative Tragfähigkeiten. Mit zunehmender Schlankheit nähern sich die Tragfähigkeiten gemäß den amerikanischen Normen zur Bemessung von Betonbauteilen (ACI 318M-14 und TMS 402/602-16) den Tragfähigkeiten der anderen Verfahren an. Auch die europäischen und kanadischen Verfahren (DIN EN 1996-1-1/NA, DIN EN 1992-1-1/NA und S304) weisen zum Teil deutliche Tragfähigkeitsunterschiede auf. Insgesamt ist festzuhalten, dass die Tragfähigkeiten der verschiedenen normativen Verfahren erheblich voneinander abweichen, was die Notwendigkeit eines konsistenten Bemessungsverfahrens unterstreicht.

3.5 Zusammenfassung

Erste Berechnungen der Randspannungen und damit auch der Querschnittstragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter rechteckiger Querschnitte wurden bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts durchgeführt. Für definierte Fälle wurde die Querschnittstragfähigkeit berechnet und in grafische Hilfsmittel zur Bemessung überführt. Bereits Mitte des 18. Jahrhunderts erfolgten analytische Untersuchungen zur Tragfähigkeit schlanker Druckglieder unter ausschließlich zentrischer Beanspruchung. Die Möglichkeit, dass gedrungene Druckglieder auch infolge von Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung versagen können, wurde jedoch erst ein knappes Jahrhundert später entdeckt.

Wie die Analyse der verschiedenen theoretischen Berechnungsverfahren zeigte, wurden bereits viele Untersuchungen zu einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern aus mineralischen Baustoffen durchgeführt. Dabei bleibt festzuhalten, dass sich die Systemtragfähigkeit mit verschiedenen Verfahren ausreichend genau ermitteln lässt. Besonders hervorzuheben ist die Arbeit von Glock (2004), welche unter anderem die analytische Herleitung der Tragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit und ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit enthält.

Die Analysen der in der Literatur bestehenden Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter unbewehrter Druckglieder zeigten, dass die Verfahren stets auf vereinfachten Ansätzen beruhen. Dabei ließen sich unterschiedliche Defizite, wie beispielsweise der inkonsistente Übergang von einachsig zu zweiachsig exzentrischer Beanspruchung oder Polstellen der Traglastfunktionen, feststellen. Bei der Gegenüberstellung der Systemtragfähigkeiten gemäß den verschiedenen Verfahren ergaben sich beachtliche Differenzen. Weiterhin wurde deutlich, dass sich lediglich eine Arbeit rudimentär mit dem Versagen infolge maßgeblicher Verformungen in die schwache Achsrichtung bei dominierender Beanspruchung in die starke Achsrichtung – dem Seitwärtsversagen – beschäftigt.

Neben theoretischen Berechnungsverfahren wurden auch Bemessungsverfahren verschiedener nationaler und internationaler Normen analysiert. Bei den existierenden normativen Regelungen zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder ergaben sich große Tragfähigkeitsunterschiede. Zudem bleibt festzuhalten, dass die europäische Norm zur Bemessung von Betonkonstruktionen zum Teil an einschränkende Anwendungsgrenzen gebunden ist. Hingegen kann die europäische Norm zur Bemessung von Mauerwerkskonstruktionen nur für Druckglieder angewandt werden, bei denen keine maßgeblichen Verformungen in Richtung der starken Achse auftreten.

Durch die systematische Aufbereitung und Gegenüberstellung der verschiedenen theoretischen und normativen Verfahren wurde deutlich, dass es mit Ausnahme numerischer Berechnungen kein Verfahren zur wirklichkeitsnahen Berechnung der Systemtragfähigkeit

unbewehrter Druckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung gibt. Für die realistische Ermittlung der Tragfähigkeit von Druckgliedern aus Beton oder Mauerwerk ist es unabdingbar, ein nichtlineares Berechnungsmodell sowie ein daraus abgeleitetes Bemessungsverfahren zu entwickeln.

4 NICHTLINEARES BERECHNUNGSMODELL

4.1 Einführung

Das Ziel dieses Abschnittes ist die Entwicklung eines nichtlinearen Berechnungsmodells, welches die Tragfähigkeit unbewehrter Druckglieder aus den mineralischen Baustoffen Beton und Mauerwerk wirklichkeitsnah abbildet. Dabei ist es erforderlich, die physikalisch nichtlinearen Eigenschaften der Werkstoffe möglichst realistisch zu modellieren. Dazu zählt neben der Rissbildung infolge der verhältnismäßig geringen Biegezugfestigkeit der Baustoffe auch die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Da Druckglieder nicht unendlich gedrunken sind, sondern stets eine gewisse Schlankheit aufweisen, ist es notwendig, die Durchbiegungen in beide Richtungen und die sich daraus ergebenden Traglastminderungen wirklichkeitsnah zu erfassen. Deshalb ist es unabdingbar, die geometrische Nichtlinearität mit Hilfe einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung zu berücksichtigen.

Für unbewehrte Beton- und Mauerwerkswände unter lediglich einachsig exzentrischer Beanspruchung – Sonderfall des ebenen Druckgliedes mit einachsiger Biegung – wurde von Glock (2004) ein Modell zur Bestimmung der Tragfähigkeit entwickelt (vgl. Abschnitt 3.3.2.3). Aufbauend auf diesen Erkenntnissen werden die Tragfähigkeiten für den allgemein gültigen räumlichen Fall – zweiachsige Biegung mit Normalkraft – analytisch hergeleitet. Hierfür werden zunächst die Querschnittstragfähigkeiten für verschiedene Werkstoffverhalten analysiert. Für unendlich gedrungene Druckglieder entspricht die Querschnittstragfähigkeit der Systemtragfähigkeit, da sich keine Verformungen nach Theorie II. Ordnung einstellen. Um jedoch diese Verformungen für schlanke Druckglieder wirklichkeitsnah zu erfassen, erfolgt zudem die Analyse der Querschnittskrümmungen. Unter Berücksichtigung des statischen Systems wird mit Hilfe der Querschnittstragfähigkeit und der Querschnittskrümmungen die Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten analytisch hergeleitet. Da die Berechnung der Systemtragfähigkeiten für Druckglieder mit nichtlinearem Werkstoffverhalten komplex ist, wird ein numerisches Berechnungsmodell vorgestellt. Mit diesem Modell lassen sich auch die analytischen Beziehungen zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit bestätigen. Abschließend erfolgt die Verifizierung der theoretisch ermittelten Querschnitts- und Systemtragfähigkeiten durch experimentelle Versuchsergebnisse. Zum einen werden hierfür Versuche zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit an Hochlochziegeln mit verhältnismäßig homogenem sowie heterogenem Lochbild durchgeführt und ausgewertet. Zum anderen wird die Systemtragfähigkeit mit in der Literatur verfügbaren Versuchsergebnissen verifiziert.

Nachstehend sind die dem nichtlinearen Berechnungsmodell zugrunde liegenden Randbedingungen zusammengestellt:

- Einaxialer Spannungszustand mit der Werkstoffbeziehung gemäß Abschnitt 2.4.2
- Prismatische homogene Druckglieder mit rechteckigem Querschnitt ohne Eigengewicht²
- Ebenbleiben der Querschnitte
- Querschnitte stehen stets senkrecht zur Stabachse
- Verformungen sind im Vergleich zu den Stababmessungen gering
- Ausschluss von Profilverformungen³
- Keine Berücksichtigung der Verformungen infolge von Querkraft und Torsion⁴
- Zeitlich veränderliche Einflüsse infolge von Kriechen und Schwinden sowie Imperfektionen sind als zusätzliche Exzentrizitäten zu berücksichtigen
- Die Berechnung nach Theorie II. Ordnung am beidseitig gelenkig gelagertem Ersatzstab erfolgt ausschließlich unter konstanter Druckkraft und konstanten Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung (vgl. auch Abbildung 4-28).⁵ Dies bedingt zugleich, dass auch bei unterschiedlichen Schlankheiten die größten Beanspruchungen nach Theorie II. Ordnung in beide Richtungen in gleicher Höhenlage des Druckgliedes Stabes auftreten.
- Schlankheit in y-Richtung λ_y ist größer oder gleich der Schlankheit in z-Richtung λ_z , es gilt somit: $1,0 \leq \delta = \lambda_y / \lambda_z \leq \infty$
- Bezogene Exzentrizitäten der Normalkraft e_y^I/t und e_z^I/b sind stets positiv, es gilt somit: $0 \leq \psi^I = e_z^I/b / (e_y^I/t) = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b) \leq \infty$

Die letzten beiden Punkte der Aufzählung schränken die Anwendungsmöglichkeiten des nichtlinearen Berechnungsmodells nicht ein, da durch eine Transformation des Achsensystems alle möglichen Fälle der Kombinationen von Exzentrizitäten und Schlankheiten in beide Richtungen abgebildet werden können. Zudem werden verschiedene Normierungen eingeführt, um die Darstellung in kompakter Form zu ermöglichen. Diese Vorgehensweise vermeidet Doppelungen und reduziert die notwendigen Untersuchungen auf ein Minimum.

² In Abschnitt 4.5.2 wird experimentell verifiziert, dass auch für Mauersteine mit verhältnismäßig großem Lochanteil von einem homogenen Druckglied ausgegangen werden kann.

³ Der Querschnitt behält stets seine rechteckige Form bei.

⁴ Die Auswirkung von Torsionsverformungen auf die Tragfähigkeit werden in Abschnitt 4.4.4 analysiert.

⁵ Für unterschiedliche Exzentrizitäten an Kopf und Fuß des Druckgliedes wird in Abschnitt 5.2.4 eine Modellbildung mit über die Druckgliedhöhe konstanten Ersatzexzentrizitäten vorgestellt.

4.2 Querschnittstragfähigkeit

4.2.1 Grundlagen

Bei vorgegebenen Exzentrizitäten beschreibt die Querschnittstragfähigkeit den Gleichgewichtszustand mit der größtmöglichen Normalkraft. Dieser Zustand wird nur erreicht, wenn die inneren mit den äußeren Schnittgrößen im Gleichgewicht stehen und wenn der Werkstoff unter Berücksichtigung seines Verhaltens an mindestens einer Faser des Querschnittes gänzlich ausgenutzt ist.

In den nachfolgenden Abschnitten werden die Querschnittstragfähigkeiten für linear-elastisches, starr-plastisches und nichtlineares Werkstoffverhalten analysiert. Im Hinblick auf die spätere Ermittlung der Krümmungen in Abschnitt 4.3 werden zusätzlich zu den Querschnittstragfähigkeiten auch die zugehörigen überdrückten Längen für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit ermittelt. Neben den analytischen Herleitungen, welche nicht für alle Teilbereiche geschlossen möglich sind, wird auch ein Modell, basierend auf der numerischen Integration, entwickelt und dargestellt.

Die Tragfähigkeit bei linear-elastischem Werkstoffverhalten ist der untere Grenzwert der Tragfähigkeit, sofern bis zum Erreichen der Höchstspannung die Dehnung stets proportional oder überproportional zur Spannung anwächst. Für die Beton- und Mauerwerksbauweise ist die einzige bekannte Ausnahme das Trockenmauerwerk, da bei kleinen Spannungen die Dehnungen unterproportional zu den Spannungen anwachsen und die Spannungs-Dehnungs-Beziehung somit einen Wendepunkt aufweist [vgl. Marzahn (2000)]. Von besonderer Bedeutung ist auch das starr-plastische Werkstoffverhalten, da dieses den oberen Grenzfall der Querschnittstragfähigkeit abbildet. Des Weiteren liegt für dieses Werkstoffverhalten die Querschnittstragfähigkeit für lediglich einachsig exzentrische Beanspruchung in einfacher Form vor und wird daher oftmals für normative Nachweisverfahren zugrunde gelegt (vgl. Abschnitt 3.4).

Die aufnehmbaren Schnittgrößen lassen sich mit Hilfe der Integration der Spannungen σ über die Querschnittsfläche A ermitteln. Dabei beschreiben die Größen y und z jeweils den Abstand von einem beliebigen Querschnittspunkt innerhalb der Fläche A zur Koordinatenachse.

$$N_R = \int_A \sigma \, dA \quad \text{Gl. 4-1}$$

$$M_{R,y} = \int_A z \cdot \sigma \, dA \quad \text{Gl. 4-2}$$

$$M_{R,z} = \int_A y \cdot \sigma \, dA \quad \text{Gl. 4-3}$$

Allgemein bekannte Versagensmodi für die mineralischen Werkstoffe Beton und Mauerwerk sind das Überschreiten der Druck- oder Biegezugfestigkeit. Die Überschreitung der Druck- oder/und Biegezugfestigkeit ist nicht zwangsläufig ein maßgebender Versagenszustand, da die Beanspruchung des Querschnittes gegebenenfalls auch nach Überschreitung der maximal aufnehmbaren Festigkeiten an einer Stelle des Querschnittes gesteigert werden kann. Deshalb wird für die Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit für zweiachsig exzentrisch druckbeanspruchte rechteckige Querschnitte zwischen zwei Modellierungen respektive Versagenskriterien unterschieden. Das erste Versagenskriterium ist die Begrenzung der Druckdehnung ($\eta_{\max} = \eta_u$; vgl. Abbildung 4-1 links). Sobald die Dehnung an der am stärksten gedrückten Ecke 1 des Querschnittes die maximal zulässige Dehnung erfährt, ist die Querschnittstragfähigkeit erreicht. Bei dem zweiten Versagenskriterium ist nicht die maximale Druckdehnung η_{\max} begrenzt ($\eta_{\max} \geq \eta_u$), sondern das Versagen ist durch den Gleichgewichtszustand gekennzeichnet, bei dem die größte Normalkraft Φ wirkt (vgl. Abbildung 4-1 rechts). Dies bedeutet, dass die am stärksten gedrückte Ecke 1 aufgrund der Überschreitung der maximalen Druckdehnung η_u rechnerisch versagen kann und somit nicht mehr am Lastabtrag beteiligt ist.

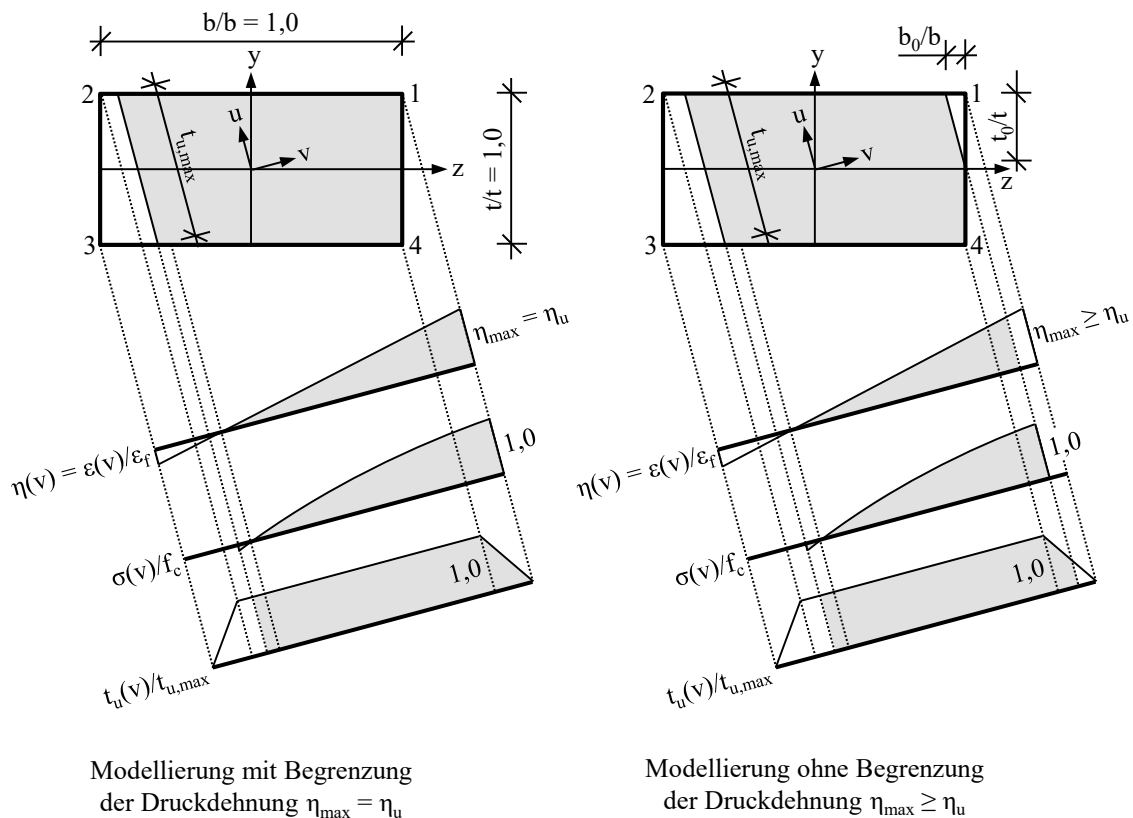


Abbildung 4-1 Dehnungs-, Spannungs- und schiefe Querschnittsbreitenverteilung im Versagenszustand für die Modellierung mit (links) und ohne (rechts) Begrenzung der Druckdehnung

Abbildung 4-1 veranschaulicht die beiden Modellierungsstrategien. Dabei sind die zugehörigen normierten Dehnungs- ($\eta(v) = \varepsilon(v)/\varepsilon_f$) und Spannungsverteilungen ($\sigma(v)/f_c$) sowie die auf die Achse u bezogene überdrückte schräge Querschnittsbreite zur maximal überdrückten schiefen Querschnittsbreite ($t_u(v)/t_{u,\max}$) in Abhängigkeit von v dargestellt.

Die Integration der Spannungen über die Querschnittsfläche zur Ermittlung der normierten Querschnittstragfähigkeit ($\Phi_R = N_R / (b \cdot t \cdot f_c)$) gemäß Gl. 4-1 kann mit der eingeführten überdrückten schiefen Querschnittsbreite $t_u(v)$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\Phi_R = \int \frac{t_u(v)}{t_{u,\max}} \cdot \frac{\sigma(v)}{f_c} dv \quad \text{Gl. 4-4}$$

Mit Gl. 4-4 und den in Abbildung 4-1 aufgetragenen Spannungen und überdrückten schiefen Breiten wird ersichtlich, dass die Modellierung ohne Begrenzungen der Druckdehnung für zweiachsig exzentrische Belastungssituationen größere Tragfähigkeiten liefern kann (vgl. Abschnitt 4.2.2.3). Beispielhaft lässt sich dies durch die Betrachtung der Lamellen mit den größten Spannungen verdeutlichen: Bei der Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung wird die maximale Spannung mit einer definierten schiefen Querschnittsbreite von $t_u(v)/t_{u,\max} = (b_0^2 \cdot t_0^2)^{1/2}$ multipliziert, wohingegen bei der Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung bei maximaler Spannung keine schiefe Querschnittsbreite (Ecke 1 mit $t_u(v)/t_{u,\max} = 0$) in Rechnung gestellt werden kann (vgl. Gl. 4-4 und Abbildung 4-1). Im Vergleich zur Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung ergibt sich somit für die Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung bei der Integration der Spannungen nach Gl. 4-4 eine größere aufnehmbare Querschnittstragfähigkeit.

Für linear-elastisches Werkstoffverhalten werden in Abschnitt 4.2.2 die zwei unterschiedlichen Versagenskriterien analysiert und gegenübergestellt.

4.2.2 Linear-elastisches Werkstoffverhalten

4.2.2.1 Allgemeines

Nachfolgend werden die beiden vorgestellten Modellierungen mit und ohne Begrenzung der Druckdehnung für linear-elastisches Werkstoffverhalten analysiert. Dabei werden für die Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung die Querschnittstragfähigkeit und im Hinblick auf die Analyse der Querschnittskrümmungen auch die zugehörigen überdrückten Längen hergeleitet. Für die Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung werden die möglichen Tragfähigkeitssteigerungen dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass aufgrund der geringen Biegezugfestigkeit und der damit verbundenen Rissbildung die Querschnittstragfähigkeit für die betrachteten mineralischen Baustoffe Beton und Mau-

erwerk selbst für linear-elastisches Materialverhalten ohne Biegezugfestigkeit nichtlinear ist.

4.2.2.2 Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung

Bei der Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung ist das maßgebende Versagenskriterium die Begrenzung der maximal auftretenden Druckdehnung auf die Bruchdehnung ($\eta_{\max} = \eta_u$). Sofern die Biegezugfestigkeit rechnerisch berücksichtigt werden soll, kann als zweites Versagenskriterium die Überschreitung der Biegezugfestigkeit ($\sigma_i/f_t \leq 1,0$) maßgebend werden.

Für die Ermittlung der Querschnittstragfähigkeiten für linear-elastisches Werkstoffverhalten muss wegen der Rissbildung und der damit verbundenen unterschiedlichen überdrückten geometrischen Flächen eine Fallunterscheidung eingeführt werden. In der bereits vorgestellten Abbildung 3-5 sind die verschiedenen Fälle für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Zugfestigkeit für ein Viertel des Querschnittes in Abhängigkeit der Lastresultierenden dargestellt. Die entsprechenden Beziehungen für die Grenzen der Fälle sind bei den jeweiligen Fällen angegeben. Für Fall I ist der Querschnitt gänzlich ungerissen, während für die Fälle II bis V der Querschnitt rechnerisch aufreißt. Es ist zu beachten, dass die Spannungsnulllinie bei gerissenem Querschnitt nicht zwangsläufig orthogonal zur Gerade, welche durch den Lasteinleitungspunkt und Schwerpunkt des ungerissenen Querschnittes (Achsenursprung) definiert wird, stehen muss (vgl. Fälle II bis V). Für den gerissenen Querschnitt (Fall II bis V) bleibt die Biegezugfestigkeit des Werkstoffes aufgrund der dadurch zusätzlich notwendigen Fallunterscheidung sowie der deutlich komplexeren mathematischen Beziehungen bei den nachfolgenden Herleitungen unberücksichtigt. In aller Regel wird bei der Bemessung unbewehrter Beton- und Mauerwerkskonstruktionen auf den Ansatz der Biegezugfestigkeit verzichtet. Um dennoch die Auswirkungen der Biegezugfestigkeit aufzeigen zu können, wird ein Modell basierend auf der numerischen Integration eingesetzt (vgl. Abschnitt 4.2.4).

Fall I

Für den ungerissenen Querschnitt mit linear-elastischem Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit gilt aufgrund der Gesetzmäßigkeiten der linearen Elastizitätstheorie gemäß Navier (1829) für die bezogenen Randspannungen σ_i/f_c an den Ecken i des Querschnittes folgende Beziehung:

$$\frac{\sigma_i}{f_c} = \frac{1}{f_c} \cdot \left(\frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \pm \frac{M_z}{W_z} \right) = \Phi \cdot \left(1 \pm 6 \cdot \frac{e_z}{b} \pm 6 \cdot \frac{e_y}{t} \right) \quad \text{Gl. 4-5}$$

Die zugehörige Spannungsverteilung ist in Abbildung 4-2 in normierter Form dargestellt. Dabei kennzeichnet S_σ den Schwerpunkt der Spannungsverteilung, welcher im Grundriss

dem Lasteinleitungspunkt mit zugehörigen Exzentrizitäten in y- und z-Richtung (e_y/t und e_z/b) entspricht.

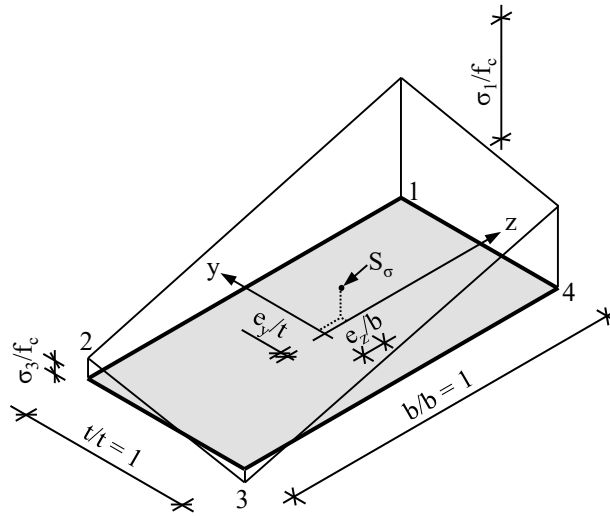


Abbildung 4-2: Spannungsverteilung des ungerissenen Querschnittes für Fall I (linear-elastisches Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit)

Mit Hilfe der Gl. 4-5 und mit der Randspannung von $\sigma_1/f_c = 1$ kann die maximale Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,I,c}$ für das Druckversagen des ungerissenen Querschnittes mit Biegezugfestigkeit ermittelt werden:

$$\Phi_{R,I,c} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \right)} \quad \text{für} \quad \frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{1 + \left| \frac{f_t}{f_c} \right|}{1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|} \quad \text{Gl. 4-6}$$

Für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0$) verbleibt der Querschnitt im ungerissen Zustand, sofern folgende Grenze eingehalten wird:

$$\frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \leq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-7}$$

Die Gl. 4-7 beschreibt den bekannten Begriff der ersten Kernweite. Befindet sich die Lastresultierende innerhalb der ersten Kernfläche (vgl. Abbildung 3-5) ist der Querschnitt für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit vollständig überdrückt.

Wird die Biegezugfestigkeit rechnerisch in Ansatz gebracht, so kann das Überschreiten der Biegezugfestigkeit die Querschnittstragfähigkeit determinieren (Biegezugversagen). Durch Umformen von Gl. 4-5 und bei Berücksichtigung der Randspannung von $\sigma_3/f_c = |f_t/f_c|$ kann die maximale Querschnittstragfähigkeit für Biegezugversagen $\Phi_{R,I,t}$ hergeleitet werden.

$$\Phi_{R,I,t} = \frac{\left| \frac{f_t}{f_c} \right|}{6 \cdot \left(\frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \right) - 1} \quad \text{für } \frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \geq \left(\frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t} \right)_{I,t} \quad \text{Gl. 4-8}$$

Eine definierte Grenzfunktion für die Exzentrizitäten $(e_z/b + e_y/t)_{I,t}$, ab denen das Biegezugversagen maßgebend wird, könnte durch Gleichsetzen der Querschnittstragfähigkeit für Biegezugversagen (Gl. 4-8) mit der Querschnittstragfähigkeit für den Fall II erfolgen. Wie bereits in Abschnitt 4.2.2.2 erläutert, werden für die gerissenen Fälle II bis V die Biegezugfestigkeiten rechnerisch nicht berücksichtigt, weshalb die Ermittlung dieser Grenzfunktion gegenwärtig nicht möglich ist. Die mineralischen Baustoffe Beton und Mauerwerk besitzen lediglich geringe normierte Biegezugfestigkeiten, welche sich nur bei großen Exzentrizitäten nennenswert auf die Querschnittstragfähigkeit auswirken (vgl. Abbildung 4-9).

Fall II

Die Lastresultierende liegt bei Fall II außerhalb der ersten Kernfläche. Dies hat bei Vernachlässigung der Biegezugfestigkeit des Werkstoffes zur Folge, dass der Querschnitt rechnerisch aufreißt und sich eine Spannungsverteilung mit fünfeckiger überdrückter Fläche gemäß Abbildung 4-3 einstellt.

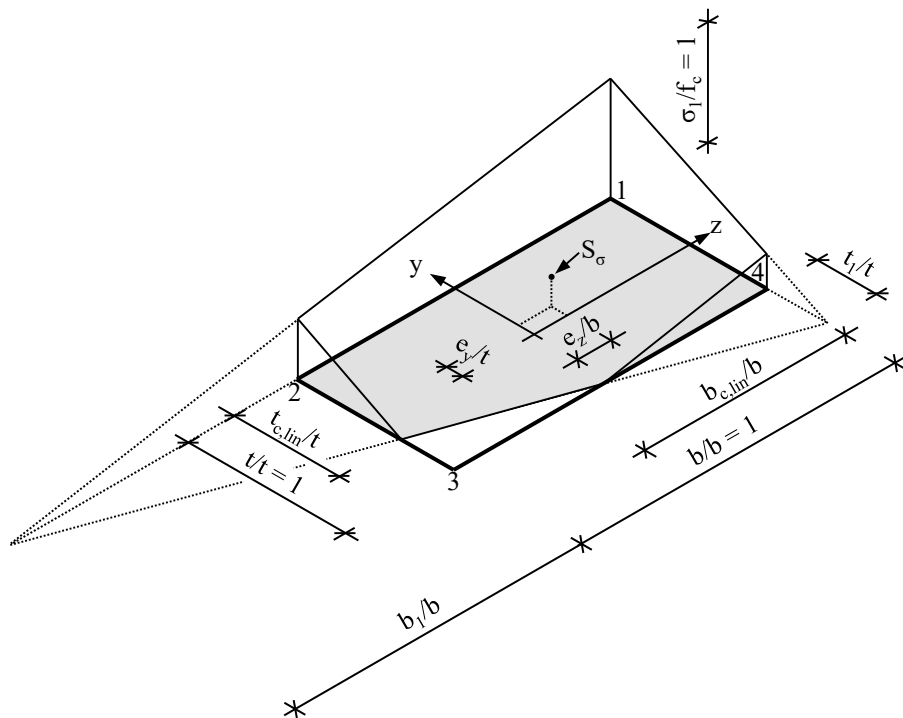


Abbildung 4-3: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall II (linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Die Grenze zu den Fällen III, IV und V wird durch die Lage der Spannungsnulllinie definiert. Überschreitet die Spannungsnulllinie eine oder zwei Querschnittsecken, so ist die überdrückte Fläche nicht mehr fünfeckig und Fall II verliert seine Gültigkeit.

Für die in Abbildung 4-3 dargestellte Spannungsverteilung können drei verschiedene Pyramiden gebildet werden. Der Schwerpunkt jeder Pyramide liegt auf der Verbindungslinie zwischen Grundflächenschwerpunkt und Pyramidenspitze auf $1/4$ der Pyramidenhöhe (vgl. Abbildung 4-6). Unter Berücksichtigung der zugehörigen geometrischen Abhängigkeiten kann mit diesen Zusammenhängen die maximal aufnehmbare Normalkraft für den Fall II ($\Phi_{R,II}$) ohne Ansatz der Biegezugfestigkeit wie folgt hergeleitet werden:

$$\Phi_{R,II} = \frac{1 + \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^2 \cdot \left[1 - 2 \cdot \frac{t_{c,lin}}{t} + \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^2\right]}{6 \cdot \left(1 - \frac{b_{c,lin}}{b} \cdot \frac{t_{c,lin}}{t}\right)} + \frac{\frac{b_{c,lin}}{b} \cdot \left[1 - 2 \cdot \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^2 - 2 \cdot \frac{t_{c,lin}}{t}\right] + \frac{t_{c,lin}}{t} \cdot \left(1 + \frac{t_{c,lin}}{t}\right)}{6 \cdot \left(1 - \frac{b_{c,lin}}{b} \cdot \frac{t_{c,lin}}{t}\right)} \quad Gl. 4-9$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b_z} + \frac{e_y}{t_y} \geq \frac{1}{6} \quad Gl. 4-10$$

$$\text{und } \frac{e_y}{t} \leq \frac{8 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + 2 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2}}{2 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2} - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad Gl. 4-11$$

$$\text{und } \frac{e_z}{b} \leq \frac{8 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + 2 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e_y}{t}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2}}{2 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2} - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad Gl. 4-12$$

$$\text{mit } \frac{b_{c,lin}}{b} = \frac{\sqrt{1 + 12 \cdot \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^4 \cdot \frac{e_y}{t} + 48 \cdot \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^3 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 - 24 \cdot \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^3 \cdot \frac{e_y}{t} - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2}}{\left(\frac{t_{c,lin}}{t} - 1\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{t_{c,lin}}{t} + 4 \cdot \frac{e_y}{t}\right)} \quad Gl. 4-13$$

$$+ \frac{4 \cdot \frac{t_{c,lin}}{t} \cdot \frac{e_y}{t} - 2 \cdot \frac{e_y}{t} - \frac{t_{c,lin}}{t} + 4 \cdot \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^2 \cdot \frac{e_y}{t} - \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^2 + \left(\frac{t_{c,lin}}{t}\right)^3}{\left(\frac{t_{c,lin}}{t} - 1\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{t_{c,lin}}{t} + 4 \cdot \frac{e_y}{t}\right)}$$

und

$$\frac{t_{c,lin}}{t} = \frac{\sqrt{1 + 12 \cdot \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^4 \cdot \frac{e_z}{t} + 48 \cdot \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 - 24 \cdot \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^3 \cdot \frac{e_z}{t} - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2}}{\left(\frac{b_{c,lin}}{b} - 1\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{b_{c,lin}}{b} + 4 \cdot \frac{e_z}{b}\right)} \quad Gl. 4-14$$

$$+ \frac{4 \cdot \frac{b_{c,lin}}{b} \cdot \frac{e_z}{b} - 2 \cdot \frac{e_z}{b} - \frac{b_{c,lin}}{b} + 4 \cdot \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^2 \cdot \frac{e_z}{b} - \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^2 + \left(\frac{b_{c,lin}}{b}\right)^3}{\left(\frac{b_{c,lin}}{b} - 1\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{b_{c,lin}}{b} + 4 \cdot \frac{e_z}{b}\right)}$$

Hinsichtlich der Ermittlung der Krümmungen im kommenden Abschnitt 4.3.2.3 sind neben den überdrückten Längen auch die Spannungen an den Ecken 2 und 4 (σ_2/f_c und σ_4/f_c) erforderlich und nachstehend angegeben:

$$\frac{\sigma_2}{f_c} = \frac{\frac{b_1}{b}}{1 + \frac{b_1}{b}} \quad Gl. 4-15$$

$$\text{mit } \frac{b_1}{b} = \frac{\frac{t_{c,lin}}{t} \cdot \left(1 - \frac{b_{c,lin}}{b}\right)}{1 - \frac{t_{c,lin}}{t}} \quad Gl. 4-16$$

$$\frac{\sigma_4}{f_c} = \frac{\frac{t_1}{t}}{1 + \frac{t_1}{t}} \quad \text{Gl. 4-17}$$

$$\text{mit } \frac{t_1}{t} = \frac{\frac{b_{c,\text{lin}}}{b} \cdot \left(1 - \frac{t_{c,\text{lin}}}{t}\right)}{1 - \frac{b_{c,\text{lin}}}{b}} \quad \text{Gl. 4-18}$$

Es ist offensichtlich, dass Gl. 4-13 und Gl. 4-14 voneinander abhängig sind und somit die Normalkrafttragfähigkeit gemäß Gl. 4-9 noch nicht geschlossen angegeben ist. Dies ist dem geometrischen Volumen der Spannungsverteilung über den Querschnitt und der damit sehr umfangreichen und unzulänglich handhabbaren mathematischen Beziehungen geschuldet. Für die Lösung der Querschnittstragfähigkeit kann zum Beispiel Gl. 4-13 in Gl. 4-14 eingesetzt werden und anschließend nach $t_{c,\text{lin}}/t$ aufgelöst werden, was zu einem äußerst unhandlichen Ausdruck führt. Mit der Verwendung der numerischen Mathematik können unter Zuhilfenahme der in der heutigen Zeit zur Verfügung stehenden Systeme zur elektronischen Datenverarbeitung die Beziehungen problemlos für bestimmte Werte gelöst werden. Die in der Literatur befindlichen Hilfsmittel, wie zum Beispiel Diagramme, Tabellen oder die Approximation nach Fuchssteiner (1957) (vgl. Abschnitt 3.2.1), sind für die nachstehende Berechnung der Systemtragfähigkeit nicht geeignet oder zu ungenau, weshalb ein eigener Approximationsvorschlag (Gl. 4-19) auf Basis der numerischen Auswertung der vorstehenden Gleichungen entwickelt wurde. Der Vorschlag wurde mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate optimiert und hat ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,9997$. Die Approximation ist trotz der einfachen mathematischen Beziehung für die Anwendung ausreichend genau.

$$\Phi_{R,\text{II}} = \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + \frac{9}{4} \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \frac{e_y}{t} - 1,7 \cdot \left(\frac{e_z}{b} + \frac{e_y}{t}\right) + \frac{3}{4} \quad \text{Gl. 4-19}$$

Fall III

Die trapezförmige Druckzone, bei der die Lastresultierende mehr in y-Richtung orientiert ist, wird durch Fall III beschrieben. Die zugehörige Spannungsverteilung über den Querschnitt ist mit Angabe der überdrückten Dicken in Abbildung 4-4 visualisiert. Wird die Exzentrizität e_z/b so groß, dass sich eine dreiecksförmige überdrückte Fläche einstellt, kennzeichnet dies den Übergang von Fall III zu Fall V.

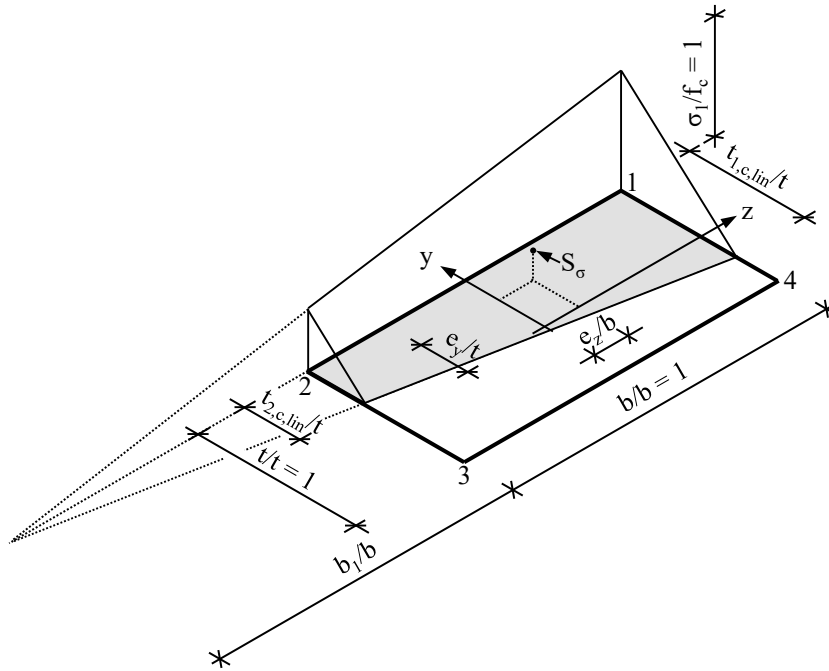


Abbildung 4-4: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall III (linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Für Fall III kann die maximal aufnehmbare Normalkraft $\Phi_{R,III}$ mit den identischen Gegebenheiten zu den Pyramidenschwerpunkten (vgl. Fall II) direkt ermittelt werden:

$$\Phi_{R,III} = \frac{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b} - \frac{1}{6}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \left(\frac{e_z}{b}\right)^2} + 2 \cdot \frac{e_z}{b} + \frac{1}{6}\right]}{16 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^3 + \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + \frac{e_z}{b} + \frac{1}{4}\right]} \quad \text{Gl. 4-20}$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b} \leq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-21}$$

$$\text{und } \frac{e_y}{t} \geq \frac{8 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + 2 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2}}{2 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2} - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad \text{Gl. 4-22}$$

Die bezogenen überdrückten Dicken können direkt über die Exzentrizitäten bestimmt werden. Dabei sind A_i Hilfsrechenwerte, um die Beziehung in kompakterer Form darstellen zu können. Aufgrund der positiv definierten bezogenen Exzentrizität (vgl. Randbedingungen in Abschnitt 4.1) gilt stets $t_{1,c,lin} \geq t_{2,c,lin}$.

$$\frac{t_{1,c,lin}}{t} = \frac{\left(2 \cdot \frac{e_z}{b} + A_1\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y}{t} - 1\right) \cdot \left(A_1 - 6 \cdot \frac{e_z}{b} + 2\right)}{32 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^3 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2 + 4 \cdot \frac{e_z}{b} + A_1 \cdot \left(2 \cdot \frac{e_z}{b} - 1\right) - 1} \quad Gl. 4-23$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2}$$

$$\frac{t_{2,c,lin}}{t} = \frac{4 \cdot \left(\frac{e_y}{t} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left[\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2} - 6 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right) + 2\right]}{\left(4 \cdot \frac{e_z}{b} - 1\right)^2 \cdot \left[\frac{A_2^3}{\left(4 \cdot \frac{e_z}{b} - 1\right)^3} - \frac{A_2^2}{\left(4 \cdot \frac{e_z}{b} - 1\right)^2} + \frac{A_2}{4 \cdot \frac{e_z}{b} - 1} - 1\right]} \quad Gl. 4-24$$

$$\text{mit } A_2 = 2 \cdot \frac{e_z}{b} + \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2}$$

$$\frac{b_1}{b} = \frac{1 + \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b}\right)^2} - 6 \cdot \frac{e_z}{b}}{12 \cdot \frac{e_z}{b}} \quad Gl. 4-25$$

Es ist bemerkenswert, dass die rechnerische Breite b_1/b nach Gl. 4-25 ausschließlich von der Exzentrizität e_z/b abhängig ist. Für den Sonderfall der einachsigen Biegung um die schwache z-Achse ($e_z/b = 0$) vereinfachen sich Gl. 4-23 und Gl. 4-24 für die überdrückten Dicken zu der bekannten Form:

$$\frac{t_{1,c,lin}}{t} = \frac{t_{2,c,lin}}{t} = \frac{3}{2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \quad \text{für } \frac{e_z}{b} = 0 \quad Gl. 4-26$$

Fall IV

Fall IV ist gleichartig zu Fall III. Der Unterschied zwischen den Fällen besteht lediglich darin, dass bei Fall IV die Exzentrizität in z-Richtung größer als jene in y-Richtung ist. Die zugehörige Spannungsverteilung mit den überdrückten Breiten ist in Abbildung 4-5 dargestellt.

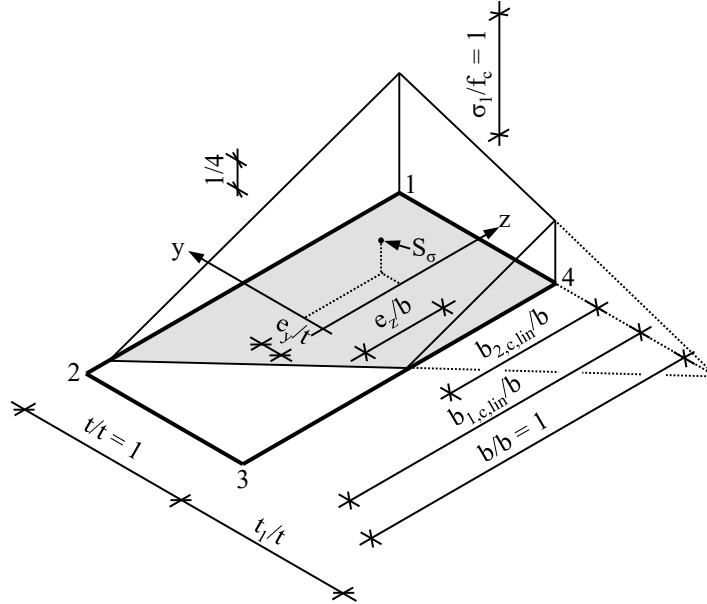


Abbildung 4-5: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall IV (linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Die zugehörigen Beziehungen aus Fall III werden durch Substitution der achsengebundenen Größen ($t_{1,c,lin}/t$ mit $b_{1,c,lin}/b$, $t_{2,c,lin}/t$ mit $b_{2,c,lin}/b$ und e_z/b mit e_y/t) auf den Fall IV übertragen.

$$\Phi_{R,IV} = \frac{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{t} - \frac{1}{6}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \left(\frac{e_y}{t}\right)^2} + 2 \cdot \frac{e_y}{t} + \frac{1}{6} \right]}{16 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^3 + \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + \frac{e_y}{t} + \frac{1}{4} \right]} \quad Gl. 4-27$$

$$\text{für } \frac{e_y}{t} \leq \frac{1}{4} \quad Gl. 4-28$$

$$\text{und } \frac{e_z}{b} \geq \frac{8 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + 2 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e_y}{t}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2}}{2 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2} - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad Gl. 4-29$$

Ebenso können die normierten überdrückten Längen bestimmt werden. Aufgrund der positiv definierten bezogenen Exzentrizität e_y/t gilt stets $b_{1,c,lin} \geq b_{2,c,lin}$.

$$\frac{b_{1,c,lin}}{b} = \frac{\left(2 \cdot \frac{e_y}{t} + A_1\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_z}{b} - 1\right) \cdot \left(A_1 - 6 \cdot \frac{e_y}{t} + 2\right)}{32 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^3 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + 4 \cdot \frac{e_y}{t} + A_1 \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y}{t} - 1\right) - 1} \quad Gl. 4-30$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2}$$

$$\frac{b_{2,c,lin}}{b} = \frac{4 \cdot \left(\frac{e_z}{b} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left[\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2} - 6 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right) + 2\right]}{\left(4 \cdot \frac{e_y}{t} - 1\right)^2 \cdot \left[\frac{A_2^3}{\left(4 \cdot \frac{e_y}{t} - 1\right)^3} - \frac{A_2^2}{\left(4 \cdot \frac{e_y}{t} - 1\right)^2} + \frac{A_2}{4 \cdot \frac{e_y}{t} - 1} - 1\right]} \quad Gl. 4-31$$

$$\text{mit } A_2 = 2 \cdot \frac{e_y}{t} + \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2}$$

$$\frac{t_1}{t} = \frac{1 + \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2} - 6 \cdot \frac{e_y}{t}}{12 \cdot \frac{e_y}{t}} \quad Gl. 4-32$$

Für den Sonderfall der einachsigen Biegung um die starke y-Achse ($e_y/t = 0$) vereinfachen sich die überdrückten Breiten (Gl. 4-30 und Gl. 4-31) zu:

$$\frac{b_{1,c,lin}}{b} = \frac{b_{2,c,lin}}{b} = \frac{3}{2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \quad \text{für } \frac{e_y}{t} = 0 \quad Gl. 4-33$$

Fall V

Fall V wird maßgebend, wenn beide Exzentrizitäten größer oder gleich $1/4$ sind. Dabei liegt die Spannungsnulllinie aufgrund der großen Exzentrizitäten weit in Richtung der am stärksten gedrückten Querschnittsecke, sodass sich eine dreiecksförmig überdrückte Fläche einstellt (vgl. Abbildung 4-6).

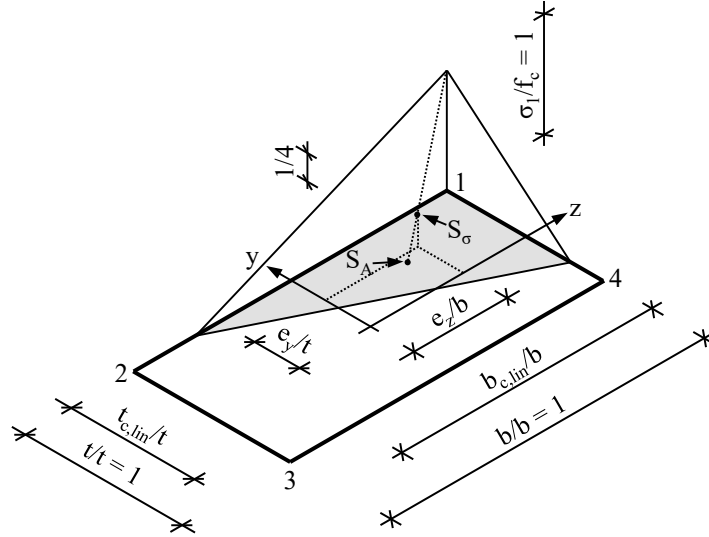


Abbildung 4-6: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall V (linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Für Fall V kann die bezogene Normalkrafttragfähigkeit $\Phi_{R,V}$ in Abhängigkeit der beiden Exzentrizitäten hergeleitet werden:

$$\Phi_{R,V} = \frac{2}{3} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \quad \text{Gl. 4-34}$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b} \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-35}$$

$$\text{und } \frac{e_y}{t} \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-36}$$

Die überdrückten Längen gemäß Abbildung 4-6 können unter Zuhilfenahme der Exzentrizitäten direkt bestimmt werden.

$$\frac{b_{c,lin}}{b} = 2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \quad \text{Gl. 4-37}$$

$$\frac{t_{c,lin}}{t} = 2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \quad \text{Gl. 4-38}$$

Im Vergleich zu den vorherigen Fällen ist bei diesem Fall bemerkenswert, dass die überdrückten Längen jeweils ausschließlich von den in gleicher Richtung angreifenden Exzentrizitäten abhängig sind. Dies ist mit der dreieckigen überdrückten Fläche zu begründen.

Die Auswertung der Querschnittstragfähigkeit für alle Fälle erfolgt in Abschnitt 4.2.2.4.

4.2.2.3 Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung

Bei der Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung ($\eta_{\max} \geq \eta_u$) ist die Querschnittstragfähigkeit nicht durch das Versagen infolge des Überschreitens der Bruchdehnung der am stärksten gedrückten Faser des Querschnittes gekennzeichnet, sondern durch den Gleichgewichtszustand mit der größten Querschnittstragfähigkeit. Dies bedeutet, dass für diese Modellierung nach dem Überschreiten der Bruchdehnung infolge der Druckspannungen Querschnittsteile rechnerisch ausfallen und folglich keinen Beitrag zur Tragfähigkeit liefern. Dennoch kann je nach Belastungssituation und Querschnittsgeometrie die Normalkraft weiter gesteigert werden. Dieser Effekt ist bei der Biegezugfestigkeit bekannt. Auch beim Überschreiten der maximalen Dehnung, für die noch Biegezugspannungen übertragen werden können, fallen diese überbeanspruchten Querschnittsteile aus, ohne dass dies zwangsläufig die maximale Querschnittstragfähigkeit darstellt. Im Gegensatz zur Überschreitung der Dehnung auf der Zugseite resultieren beim Überschreiten der Dehnung auf der Druckseite nur größere Querschnittstragfähigkeiten, wenn der rechteckförmige Querschnitt zweiachsig exzentrisch beansprucht ist. Für einachsig exzentrisch beanspruchte rechteckige Querschnitte ergeben sich keine Unterschiede für die Modellierung mit und ohne Begrenzung der Druckdehnung.

Für die Analyse der Querschnittstragfähigkeit ohne Begrenzung der Druckdehnung wird auf die numerische Integration der Spannungen zurückgegriffen (vgl. Abschnitt 4.2.4). Abbildung 4-7 zeigt beispielhaft für eine Exzentrizität von $e_y/t = 0,10$ die mögliche Traglaststeigerung. Dabei sind die Querschnittstragfähigkeiten der Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung ($\Phi_R(\eta_{\max} \geq \eta_u)$) bezogen auf die Querschnittstragfähigkeiten der Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung ($\Phi_R(\eta_{\max} = \eta_u)$) in Abhängigkeit der gemittelten normierten spannungsfreien Längen (b_0/b und t_0/t , vgl. Abbildung 4-1) dargestellt. Die Darstellung erfolgt über die arithmetische Mittelung der spannungsfreien normierten Längen, da diese nur für den Sonderfall von $e_y/t = e_z/b$ identisch sind. Es ist für alle untersuchten Exzentrizitäten e_z/b ein annähernd parabolischer Verlauf der möglichen Traglaststeigerungen erkenntlich. Die maximalen Traglaststeigerungen liegen im Bereich von $(b_0/b + t_0/t) / 2 = 0,06$ bis $0,10$. Dabei beträgt die maximale Traglaststeigerung in etwa $2,6\%$. Zunächst erscheinen die spannungsfreien Längen, bei denen sich die Traglaststeigerungen einstellen, verhältnismäßig groß. Sofern die spannungsfreie Fläche mit

$A_0 = b_0/b \cdot t_0/t / 2$ ins Verhältnis zur gesamten Querschnittsfläche gesetzt wird, relativiert sich dies jedoch ($\approx 0,01^2 / 2 = 0,5 \%$).

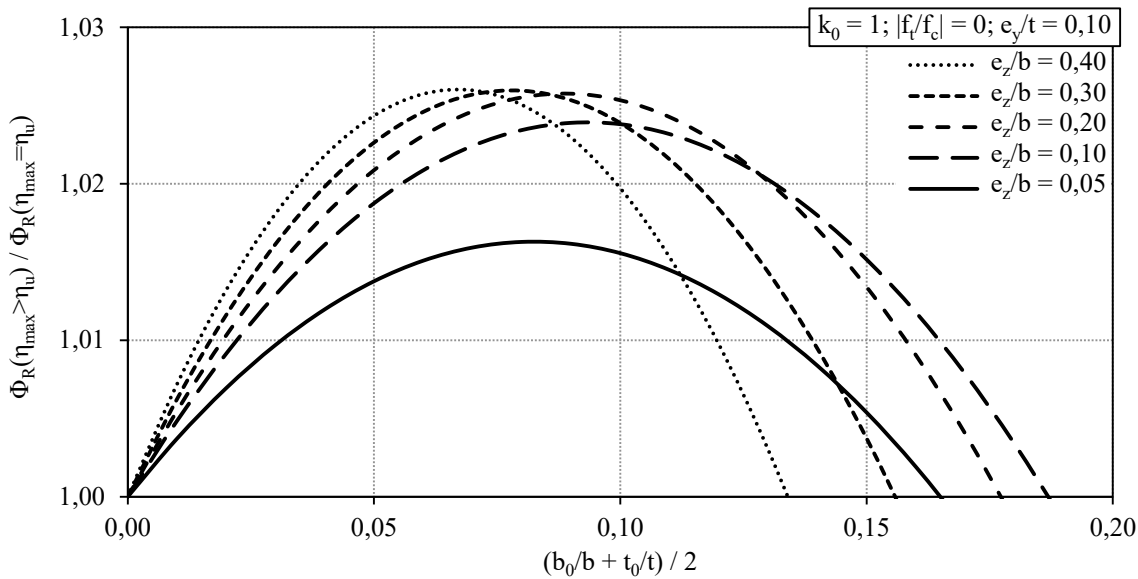


Abbildung 4-7 Traglaststeigerungen der Modellierungsstrategie ohne Begrenzung der Druckdehnung in Abhängigkeit der gemittelten spannungsfreien Längen

Prinzipiell ist es auch möglich, den Querschnitt mit einer Fase zu versehen, die der rechnerisch spannungsfreien Querschnittsfläche entspricht. Dies zeigt, dass durch Querschnittsreduktion die Tragfähigkeit gesteigert werden kann. Diese Möglichkeit kann auch auf zweiachsig exzentrisch beanspruchte Fundamente übertragen werden.

Bei nichtlinearem Werkstoffverhalten ist es in Abhängigkeit der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung (k_0) und des Nachbruchverhaltens (η_u) nur bedingt oder nicht möglich, mittels der Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung eine Traglaststeigerung im Vergleich zur Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung zu erzielen. Dies ist damit zu begründen, dass gegebenenfalls nicht nur die am stärksten beanspruchte Ecke die maximale Druckfestigkeit erreicht, sondern auch Querschnittsbereiche mit etwas geringeren Dehnungen annähernd oder gänzlich gleiche Spannungen aufnehmen können (vgl. Abbildung 4-1).

4.2.2.4 Analyse der Querschnittstragfähigkeit

Für die Vernachlässigung der Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0$) sind in Abbildung 4-8 die normierte Normalkrafttragfähigkeit Φ_R sowie die normierte Momenten-Normalkraft-Interaktion ($\mu_{R,z} \cdot \Phi_R$ -Interaktion) für die Biegung um die z-Achse für verschiedene Exzentrizitäten dargestellt. Neben der Gegenüberstellung der verschiedenen Modellierungsstrategien mit ($\eta_{\max} = \eta_u$) und ohne Begrenzung ($\eta_{\max} \geq \eta_u$) der maximalen Druckdehnung sind zusätzlich die einzelnen Fallgrenzen für die Modellierung mit Begrenzung der

Druckdehnung eingetragen. Aufgrund der Normierungen ist es möglich, die Ergebnisse für sämtliche Rechteckquerschnitte in kompakter Form darzustellen.

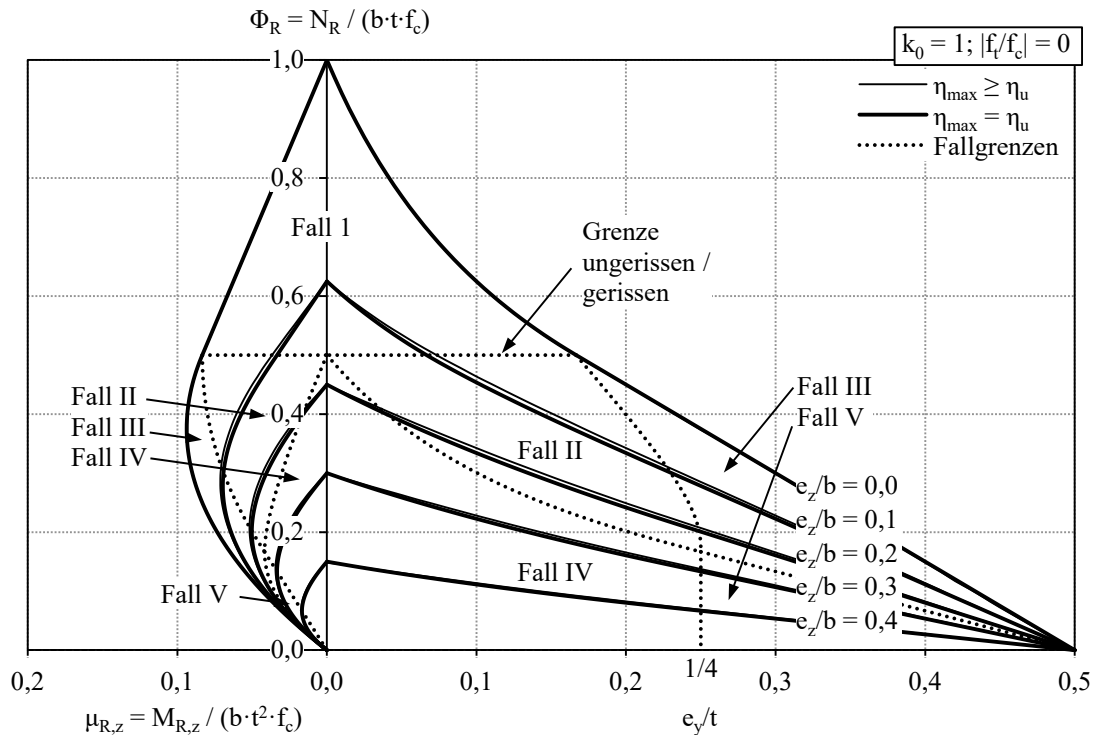


Abbildung 4-8 Gegenüberstellung der Querschnittstragfähigkeiten für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit mit unterschiedlichen Modellierungsstrategien

Der Sonderfall der einachsigen Biegung mit Normalkraft wird durch die Traglastkurve mit $e_z/b = 0$ sowie den Werten auf der Ordinate für $e_y/t = 0$ mit $e_z/b \neq 0$ repräsentiert. Da für die einachsige Biegung mit Normalkraft die Modellierung mit oder ohne Begrenzung der Dehnung irrelevant ist, sind die Tragfähigkeitsfunktionen kongruent. Wird der Querschnitt jedoch zweiachsig exzentrisch beansprucht, können bei der Modellierung ohne Dehnungsbegrenzung ($\eta_{\max} \geq \eta_u$) im Vergleich zur Modellierung mit Dehnungsbegrenzung ($\eta_{\max} = \eta_u$) geringfügige Steigerungen der Normalkraft- und Biegemomenten Tragfähigkeit im Bereich von mittleren bis großen Exzentrizitäten attestiert werden (vgl. auch Abbildung 4-7). Für die Fälle I, II und IV sind Abnahmen der Normalkrafttragfähigkeit mit steigenden Exzentrizitäten e_y/t und insbesondere für kleine Exzentrizitäten e_z/b nicht-linear, wohingegen für größere Exzentrizitäten e_y/t (Fälle III und V) die Abnahme der Tragfähigkeiten in Abhängigkeit der Exzentrizitäten e_y/t linear sind. Insgesamt wird deutlich, dass die Modellierungen mit und ohne Begrenzung der Druckdehnung ähnliche Querschnittstragfähigkeiten liefern und die Unterschiede vernachlässigbar gering sind.

Nachfolgend werden die Auswirkungen der Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit für die Modellierung ohne Begrenzung der Druckdehnung analysiert. Für Biegezugfestigkeiten im Bereich von $0 \leq |f_t/f_c| \leq 1$ veranschaulicht Abbildung 4-9 die Querschnittstragfähigkeit in Abhängigkeit der Exzentrizitäten e_y/t und e_z/b . Bei einer bezogenen Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,2$; welche für die mineralischen Baustoffe Beton und Mauerwerk beachtlich groß ist, steigert der rechnerische Ansatz der Biegezugfestigkeit nur bei großen Exzentrizitäten die Traglast nennenswert. Insbesondere für sehr große Exzentrizitäten (e_y/t bzw. $e_z/b \geq 0,4$) sind Traglaststeigerungen möglich. Auf die Darstellung von baupraktisch realitätsnäheren Werten der bezogenen Biegezugfestigkeit (zum Beispiel $|f_t/f_c| = 0,1$) wurde verzichtet, da diese, mit Ausnahme der sehr großen Exzentrizitäten bei denen das Biegezugversagen maßgebend wird, keine bedeutenden Traglaststeigerungen bewirken. Für das Verhältnis von $|f_t/f_c| = 1,0$ ergibt sich der Sonderfall des linear-elastischen Werkstoffverhaltens mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit. Die Stellen, an denen die Kurven mit $|f_t/f_c| < 1,0$ von denen mit $|f_t/f_c| = 1,0$ abweichen, kennzeichnen die Überschreitung der jeweiligen Biegezugfestigkeit und somit den Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Querschnitt. Bei einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,2$ ist für sehr große Exzentrizitäten e_y/t ein Knick in der Tragfähigkeitsfunktion zu erkennen. Dieser charakterisiert den Übergang vom Druck- zum Biegezugversagen.

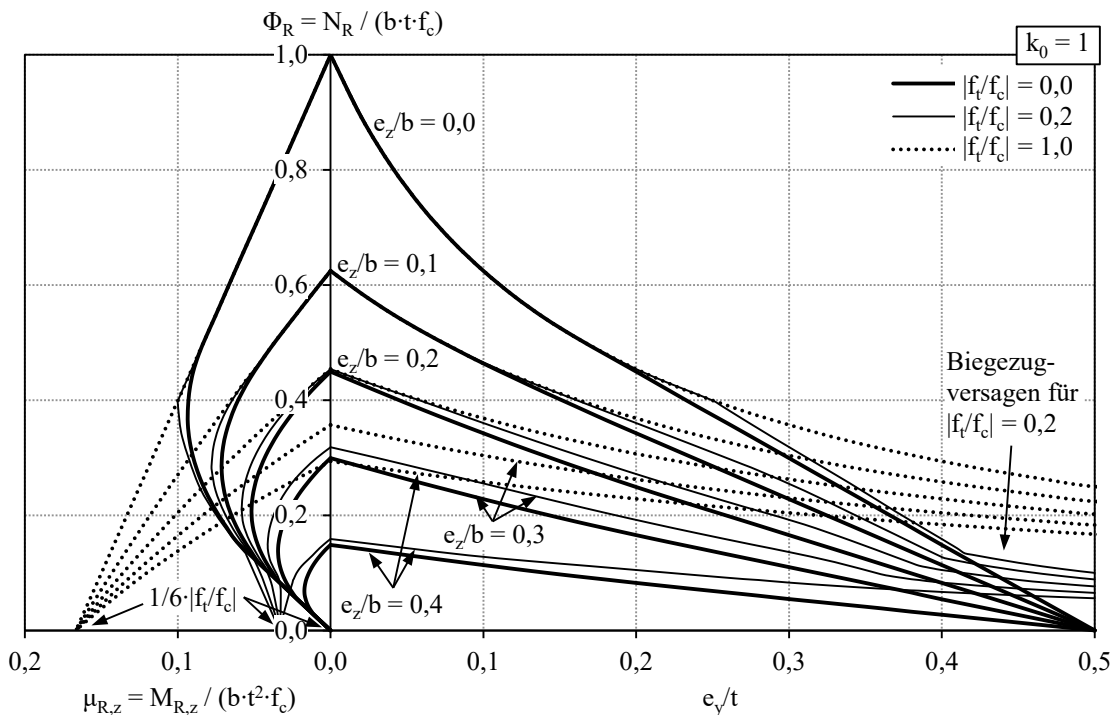


Abbildung 4-9 Auswirkung der Biegezugfestigkeit auf die Querschnittstragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten

4.2.3 Starr-plastisches Werkstoffverhalten

4.2.3.1 Allgemeines

Für starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit wird für die Bestimmung der Tragfähigkeit eine Unterscheidung zwischen einer realitätsnäheren Modellierung der Druckzone und einer stets rechteckigen Modellierung der Druckzone eingeführt. Dabei geht die realitätsnähere Modellierung, wie auch bei der linear-elastischen Modellierung, von einer schiefen Spannungsnulllinienlage aus (vgl. Abbildung 4-11 bis 4-14). Da das ideal starr-plastische Werkstoffverhalten in der Realität, insbesondere für die mineralischen Baustoffe Beton und Mauerwerk, nicht anzutreffen ist, stellt diese Modellierung einen oberen, theoretischen Grenzfall der Querschnittstragfähigkeit dar und wird deshalb nur als realitätsnäheres Modell und nicht als realitätsnahe Modellierung bezeichnet. Die Modellierung der stets rechteckigen Druckzone stellt eine rechnerisch vereinfachte Approximation der Querschnittstragfähigkeit durch Annahme einer stets rechteckigen Druckzone dar (vgl. Abbildung 4-15). In den nachfolgenden Abschnitten werden beide Modellierungsstrategien näher betrachtet und abschließend gegenübergestellt.

Eine zusätzliche Unterscheidung der Modellierungen mit und ohne Begrenzung der maximalen Dehnung, wie für linear-elastisches Werkstoffverhalten in den Abschnitten 4.2.2.2 und 4.2.2.3 untersucht, ist für starr-plastisches Materialverhalten nicht notwendig. Für starr-plastisches Werkstoffverhalten ist bereits bei einer infinit kleinen Dehnung die maximal aufnehmbare Spannung erreicht und diese fällt auch bei unendlicher Dehnung nicht ab (vgl. Abbildung 2-8). Somit resultieren die Modellierungen mit und ohne Begrenzung der Druckdehnung für starr-plastisches Werkstoffverhalten in identische Tragfähigkeiten.

4.2.3.2 Realitätsnähere Modellierung der Druckzone

Bei der Ermittlung der Querschnittstragfähigkeiten für das starr-plastische Werkstoffverhalten ohne rechnerische Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit jedoch mit realitätsnäherer Modellierung der Druckzone muss aufgrund der unterschiedlichen geometrischen überdrückten Flächen die Normalkrafttragfähigkeit in Abhängigkeit der Ausmitten in die Fälle I bis IV unterschieden werden. Im Vergleich zur Querschnittstragfähigkeit bei linear-elastischen Werkstoffverhalten wird beim starr-plastischen Werkstoffverhalten ein Fall weniger benötigt, da der Querschnitt rechnerisch sofort aufreißt, wenn die einwirkende Last exzentrisch angreift. Somit gibt es für starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit keine Belastungssituation, bei welcher der Querschnitt ungerissen bleibt. Einzige Ausnahme ist der Sonderfall des zentrisch beanspruchten Querschnittes, der als Grenzbetrachtung mit Fall I abgebildet werden kann. Die unterschiedlichen Fälle sind in

Abhängigkeit der Exzentrizitäten der Normalkraft für ein Viertel des Querschnittes in Abbildung 4-10 dargestellt.

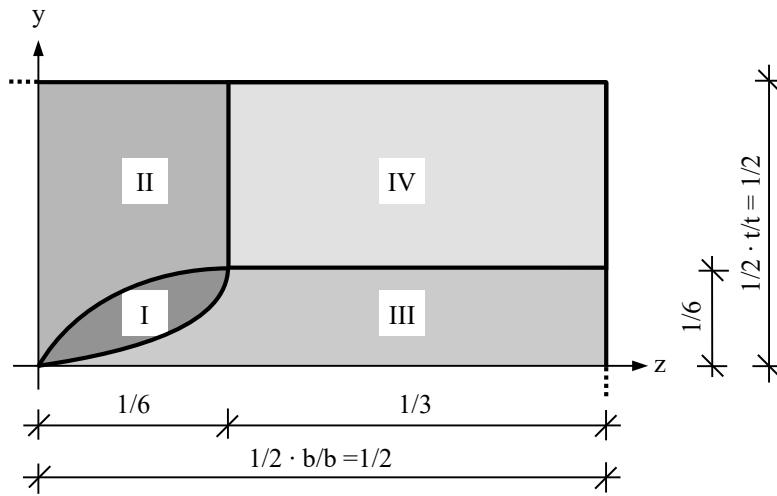


Abbildung 4-10: Querschnittsviertel zur Fallunterscheidung für starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0$) in Abhängigkeit der Exzentrizitäten

Fall I

Im Fall I sind die Exzentrizitäten in beide Achsrichtungen relativ ähnlich und die bezogenen Exzentrizitäten in beide Richtungen sind jeweils kleiner oder gleich $1/6$. Die Fallgrenze von Fall I zu den anderen Fällen II, III und IV wird durch den Übergang der fünfeckig überdrückten zur trapezförmig oder dreieckig überdrückten Fläche gekennzeichnet.

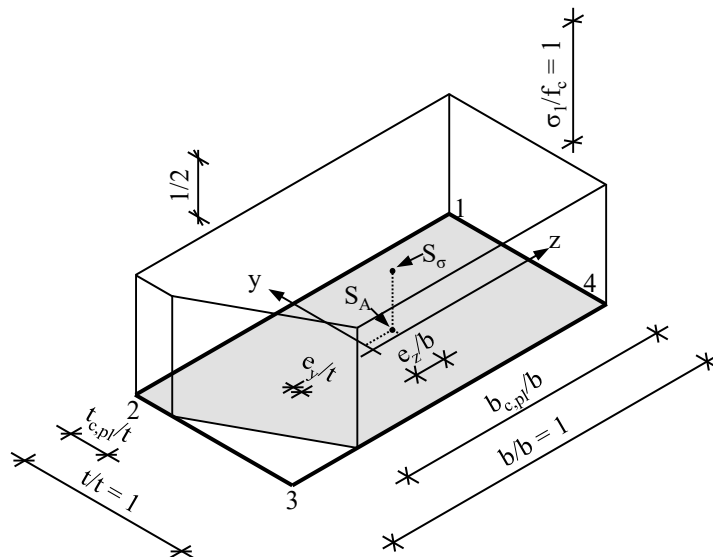


Abbildung 4-11: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall I (starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Auf Basis der in Abbildung 4-11 dargestellten Spannungsverteilung und den zugehörigen geometrischen Abhängigkeiten können die nachfolgenden Beziehungen hergeleitet wer-

den. Für die Ermittlung der plastischen Breite $b_{c,pl}/b$ wurde eine kubische Gleichung mit Hilfe der Cardanischen Formeln gelöst. Für Fall I kann die plastische Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,I}$ in Abhängigkeit der überdrückten Längen formuliert werden.

$$\Phi_{R,I} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{b_{c,pl}}{b} \right) \cdot \left(1 - \frac{t_{c,pl}}{t} \right) \quad Gl. 4-39$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b} \leq \frac{3 \cdot \frac{e_y}{t} - 6 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2}{6 \cdot \frac{e_y}{t} + 1} \text{ und } \frac{e_y}{t} \leq \frac{3 \cdot \frac{e_z}{b} - 6 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2}{6 \cdot \frac{e_z}{b} + 1} \quad Gl. 4-40$$

Die zugehörigen plastisch überdrückten Längen $t_{c,pl}/t$ und $b_{c,pl}/b$ ergeben sich wie folgt:

$$\frac{t_{c,pl}}{t} = 1 + \frac{2 \cdot \frac{e_z}{b}}{\left(\frac{b_{c,pl}}{b} - 1 \right) \cdot \left(\frac{e_z}{b} + \frac{1}{3} \cdot \frac{b_{c,pl}}{b} + \frac{1}{6} \right)} \quad Gl. 4-41$$

$$\frac{b_{c,pl}}{b} = \frac{3 \cdot \frac{e_z}{b} - 6 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \frac{e_z}{b} + \cos \left(\frac{\arccos(A_1)}{3} - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) \cdot \sqrt{A_2}}{6 \cdot \frac{e_y}{t}}$$

$$\text{mit } A_1 = \frac{A_3 + 36 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot A_4 \cdot A_5}{2 \cdot \sqrt{|A_2|^3}}$$

$$A_2 = A_4^2 + 12 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot A_5 \quad Gl. 4-42$$

$$A_3 = 2 \cdot A_4^3 + 432 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 \cdot \left[\frac{e_y}{t} - 3 \cdot \frac{e_z}{b} + 6 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \frac{e_z}{b} + 6 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 \right]$$

$$A_4 = 6 \cdot \frac{e_z}{b} - 12 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \frac{e_z}{b}$$

$$A_5 = 3 \cdot \frac{e_y}{t} - 3 \cdot \frac{e_z}{b} + 6 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \frac{e_z}{b} + 18 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2$$

Fall II

Im Fall II ist die Exzentrizität in y-Richtung größer oder gleich der Exzentrizität in z-Richtung ($e_y/t \geq e_z/b$) und die gesamte Breite des Querschnittes rechnerisch aufgerissen. Die Grenze zu Fall IV ist durch den Übergang von einer trapezförmigen zur dreieckigen überdrückten Fläche definiert.

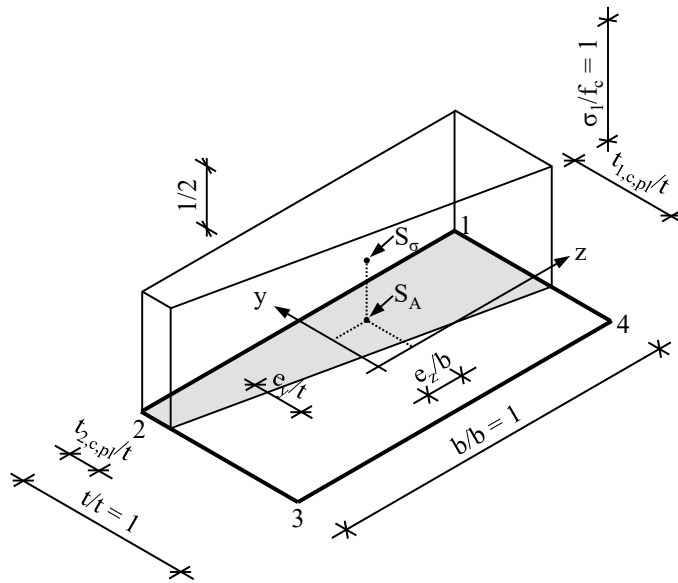


Abbildung 4-12: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall II (starrplastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Die normierte Normalkrafttragfähigkeit des Falles II $\Phi_{R,II}$ lässt sich in Abhängigkeit der überdrückten Wanddicken oder direkt über die Exzentrizitäten herleiten:

$$\Phi_{R,II} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t_{1,c,pl}}{t} + \frac{t_{2,c,pl}}{t} \right) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}}{1 + 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} \quad \text{Gl. 4-43}$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b} \leq \frac{1}{6} \text{ und } \frac{e_y}{t} \geq \frac{3 \cdot \frac{e_z}{b} - 6 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2}{1 + 6 \cdot \frac{e_z}{b}} \quad \text{Gl. 4-44}$$

Die überdrückten Längen – für die wegen der stets positiv definierten Exzentrizität $t_{1,c,pl} / t_{2,c,pl} \geq 1,0$ gilt – können mit nachfolgenden Beziehungen bestimmt werden:

$$\frac{t_{1,c,pl}}{t} = \frac{1 + 6 \cdot \frac{e_z}{b} - 12 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \frac{e_y}{t} - 2 \cdot \frac{e_y}{t}}{12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 1} \quad \text{Gl. 4-45}$$

$$\frac{t_{2,c,pl}}{t} = \frac{1 - 6 \cdot \frac{e_z}{b} + 12 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \frac{e_y}{t} - 2 \cdot \frac{e_y}{t}}{12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 1} \quad \text{Gl. 4-46}$$

Fall III

Der Fall III ist vergleichbar mit Fall II. Der Unterschied der beiden Fälle besteht lediglich darin, dass die bezogene Exzentrizität in z-Richtung größer als die Exzentrizität in y-Richtung ist. Dementsprechend können für Fall III die Beziehungen des Falles II mit invertierten Achsen verwendet werden. Hierzu sind die achsenbezogenen Größen (Querschnittsabmessungen, Exzentrizitäten und überdrückte Längen) zu tauschen.

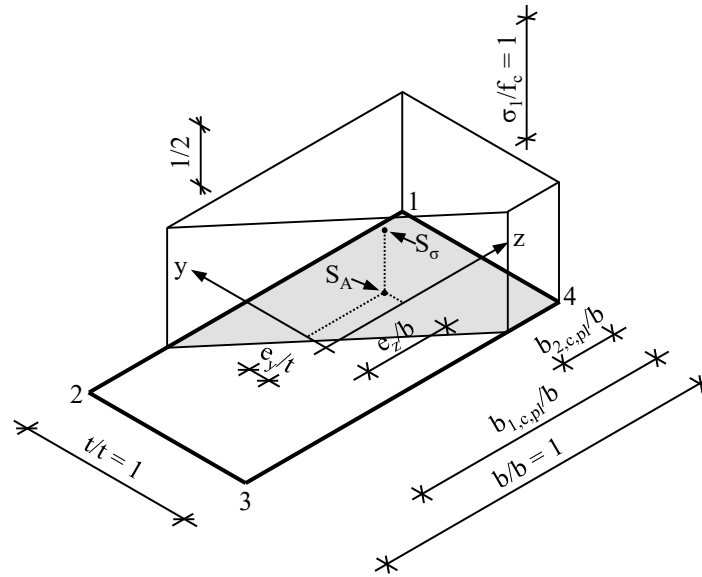


Abbildung 4-13: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall III (starrplastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Für Fall III kann die Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,III}$ mittels der überdrückten Längen oder direkt über die Exzentrizitäten ermittelt werden.

$$\Phi_{R,III} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b_{1,c,pl}}{b} + \frac{b_{2,c,pl}}{b} \right) = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}}{1 + 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} \quad \text{Gl. 4-47}$$

$$\text{für } \frac{e_z}{b} \geq \frac{3 \cdot \frac{e_y}{t} - 6 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2}{1 + 6 \cdot \frac{e_y}{t}} \text{ und } \frac{e_y}{t} \leq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-48}$$

Für das Verhältnis der überdrückten Längen gilt $b_{1,c,pl}/b_{2,c,pl} \geq 1,0$. Die überdrückten Längen ergeben sich gemäß Gl. 4-49 und Gl. 4-50.

$$\frac{b_{1,c,pl}}{b} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} - 12 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \frac{e_y}{t} + 6 \cdot \frac{e_y}{t}}{12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 1} \quad Gl. 4-49$$

$$\frac{b_{2,c,pl}}{b} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} + 12 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \frac{e_y}{t} - 6 \cdot \frac{e_y}{t}}{12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 1} \quad Gl. 4-50$$

Fall IV

Der Fall IV tritt ein, wenn beide Exzentrizitäten größer oder gleich 1/6 sind. Dabei stellt sich die in Abbildung 4-14 dargestellte dreieckige Druckzone ein.

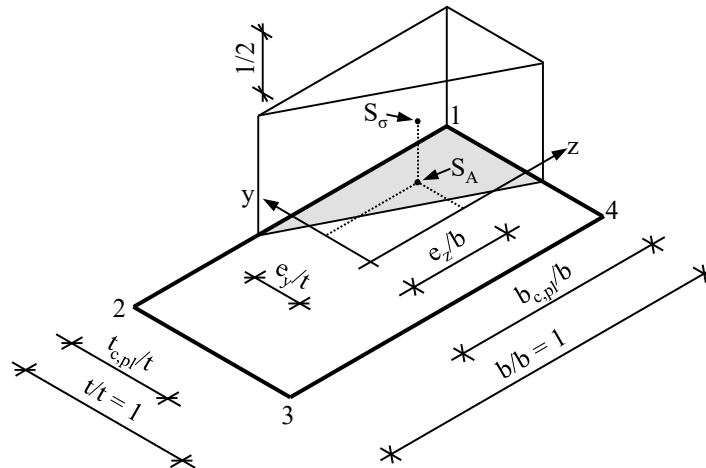


Abbildung 4-14: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes für Fall IV (starrplastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Die bezogene Normalkrafttragfähigkeit $\Phi_{R,IV}$ lässt sich für Fall IV wie folgt herleiten:

$$\Phi_{R,IV} = \frac{9}{8} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} \right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t} \right) \quad \text{für } \frac{e_z}{b} \geq \frac{1}{6} \text{ und } \frac{e_y}{t} \geq \frac{1}{6} \quad Gl. 4-51$$

Die gemäß Abbildung 4-14 überdrückten plastischen Längen können unter Zuhilfenahme der Exzentrizitäten direkt bestimmt werden.

$$\frac{b_{c,pl}}{b} = \frac{3}{2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} \right) \quad Gl. 4-52$$

$$\frac{t_{c,pl}}{t} = \frac{3}{2} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t} \right) \quad Gl. 4-53$$

Die Auswertung der Tragfähigkeiten aller Fälle erfolgt in Abschnitt 4.2.3.4.

4.2.3.3 Rechteckige Modellierung der Druckzone

Vereinfachend kann die plastische Querschnittstragfähigkeit mit einer stets rechteckigen Druckzone approximiert werden. Diese Modellierung hat den Vorteil, dass keine Fallunterscheidungen notwendig sind. Deswegen und aufgrund der simplen mathematischen Beziehungen wird dieser Ansatz auch in verschiedenen Normen, zum Beispiel DIN 1054 (2010) und DIN EN 1996-1-1/NA (2012), verwendet. Alle möglichen Kombinationen der Exzentrizitäten können mit der Spannungsverteilung gemäß Abbildung 4-15 dargestellt werden.

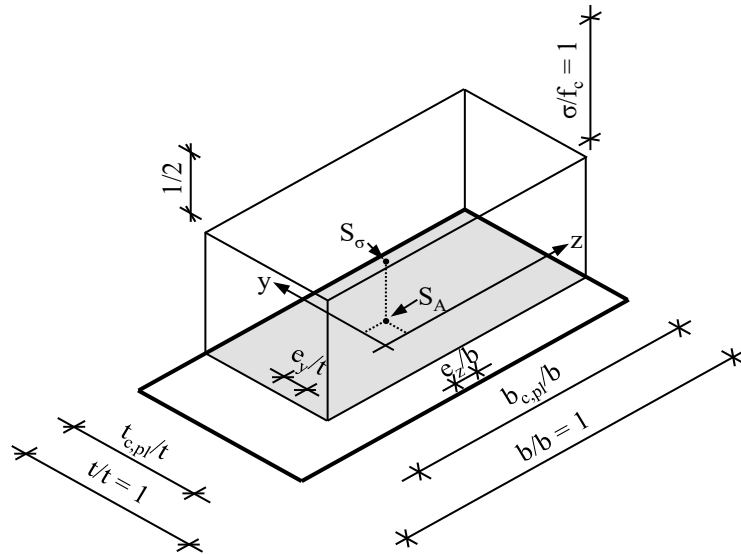


Abbildung 4-15: Spannungsverteilung des gerissenen Querschnittes bei stets rechteckiger Druckzone (starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit)

Die plastische Querschnittstragfähigkeit Φ_R für die rechteckige Modellierung der Druckzone ist:

$$\Phi_R = \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \quad \text{Gl. 4-54}$$

Die zugehörigen plastisch überdrückten Längen können mit Hilfe der Exzentrizitäten berechnet werden.

$$\frac{b_{c,pl}}{b} = 1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} \quad \text{Gl. 4-55}$$

$$\frac{t_{c,pl}}{t} = 1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t} \quad \text{Gl. 4-56}$$

4.2.3.4 Analyse der Querschnittstragfähigkeit

In Abbildung 4-16 sind die Querschnittstragfähigkeiten für starr-plastisches Werkstoffverhalten für die realitätsnähere Modellierung (vgl. Abschnitt 4.2.3.2) mit denen der stets rechteckförmigen Modellierung der Druckzone (vgl. Abschnitt 4.2.3.3) für verschiedene Belastungssituationen gegenübergestellt. Dabei sind die Querschnittstragfähigkeiten für verschiedene Exzentrizitäten e_z/b über die Exzentrizität in e_y/t sowie die normierte Momenten-Normalkraft-Interaktion für Biegung um die z-Achse aufgetragen. Des Weiteren sind die zugehörigen Fallgrenzen für die realitätsnähere Modellierung der Druckzone eingetragen.

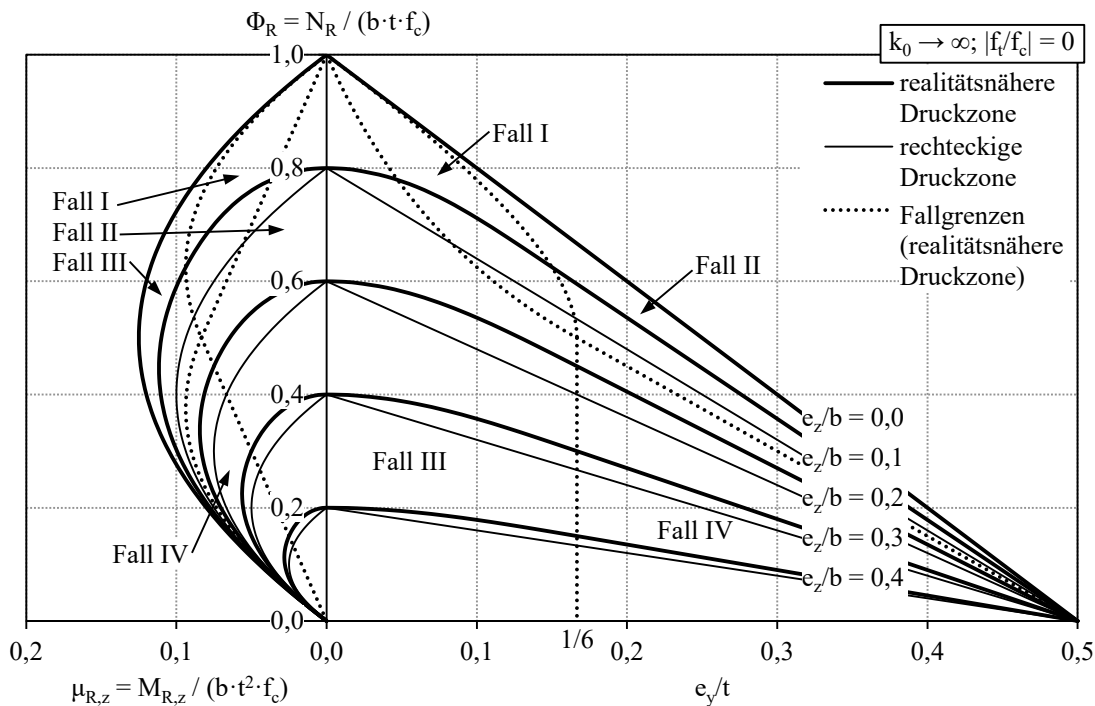


Abbildung 4-16: Plastische Querschnittstragfähigkeit nach der Modellierung der realitätsnäheren und der stets rechteckigen Druckzone ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit

Aus Abbildung 4-16 wird ersichtlich, dass die Annahme einer stets rechteckförmigen Druckzone gegenüber der Modellierung mit der realitätsnäheren Druckzone immer geringere Querschnittstragfähigkeiten liefert. Verdeutlicht wird dieser Sachverhalt durch die Gegenüberstellung von Gl. 4-51 mit Gl. 4-54. Dabei ergeben sich für größere Exzentrizitäten (e_z/b und $e_y/t \geq 1/6$) die größtmöglichen Abweichungen. Zudem wird ersichtlich, dass die Querschnittstragfähigkeiten der stets rechteckförmigen Modellierung der Druckzone gegenüber der realitätsnäheren Modellierung teilweise bis zum Faktor $1/9$ ($\approx 11\%$) geringer sind. Die geringere Normalkrafttragfähigkeit impliziert auch, dass im Vergleich der beiden Modellierungsstrategien die Momenten Tragfähigkeit der rechteckförmigen Modellierung der Druckzone ebenfalls geringer ist. Des Weiteren ist bemerkenswert, dass sich für die realitätsnähere Modellierung der Druckzone bei zweiachsig exzentrischen Be-

lastungssituationen Normalkrafttragfähigkeiten ergeben, die größer sind als die der direkten Verbindung der Tragfähigkeiten von $e_y/t = 0,0$ und $0,5$ (Modellierung mit stets rechteckiger Druckzone). Üblicherweise gilt diese Verbindung als maximale Tragfähigkeit, was jedoch ausschließlich für einachsige exzentrische Beanspruchung zutreffend ist. Die bezogene Exzentrizität von $e_z/b = 0$ stellt den Sonderfall der einachsigen Biegung dar, weshalb sich für diesen Fall kein Unterschied bezüglich der beiden Modellierungsstrategien ergibt.

4.2.4 Nichtlineares Werkstoffverhalten

Bei nichtlinearem Werkstoffverhalten muss bei der Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit der nichtlineare Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung berücksichtigt werden. Beispielhaft ergibt sich die in Abbildung 4-17 dargestellte Spannungs- und Dehnungsverteilung.

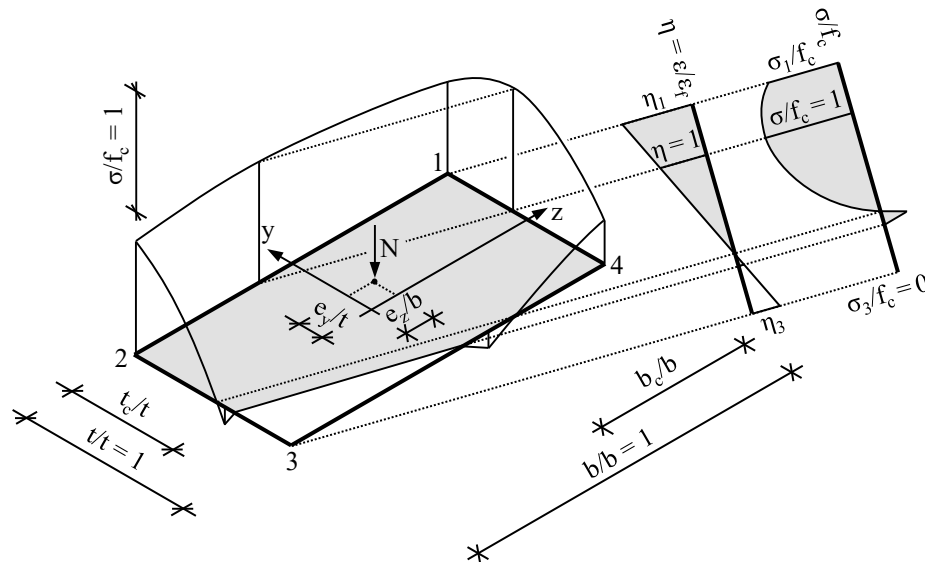


Abbildung 4-17: Spannungs- und Dehnungsverteilung des gerissenen Querschnittes für nichtlineares Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| \geq 0$)

Die analytische Herleitung der Querschnittstragfähigkeit ist bereits für linear-elastisches Materialverhalten nicht trivial (vgl. Abschnitt 4.2.2). Für nichtlineares Werkstoffverhalten gemäß Abschnitt 2.4 ist die Herleitung der Querschnittstragfähigkeit aufgrund der mathematisch wesentlich schwieriger beschreibbaren Spannungsverteilung deutlich komplexer. Daher wird die Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit mittels Handrechnung als problematisch angesehen und auf die Numerik zurückgegriffen. Auch für den wesentlich simpleren Sonderfall des lediglich einachsigen exzentrisch beanspruchten Querschnittes liegt für nichtlineares Werkstoffverhalten gemäß Abschnitt 2.4 unter Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens keine geschlossene Lösung für die Querschnittstragfähigkeit vor.

Die Ermittlung der maximal aufnehmbaren Schnittkräfte kann für beliebige Werkstoffbeziehungen mittels numerischer Integration erfolgen [vgl. zum Beispiel Mark (2004)]. Dabei wird der Querschnitt in kleine Elemente mit einer Fläche von A_i diskretisiert. Diese Vorgehensweise entspricht der Finite-Elemente-Methode. Die Integrationen gemäß Gl. 4-1 bis Gl. 4-3 werden durch die Aufsummierung aller n Elemente angenähert und es gilt somit in normierter Schreibweise:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_i}{f_c} \cdot \frac{A_i}{A} \right) \quad \text{Gl. 4-57}$$

$$\mu_y = \sum_{i=1}^n \left(\frac{z_i}{b} \cdot \frac{\sigma_i}{f_c} \cdot \frac{A_i}{A} \right) \quad \text{Gl. 4-58}$$

$$\mu_z = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i}{t} \cdot \frac{\sigma_i}{f_c} \cdot \frac{A_i}{A} \right) \quad \text{Gl. 4-59}$$

Für die Ermittlung der Spannung σ_i muss zunächst die zugehörige Dehnung ε_i des Elementes bekannt sein. Hierfür werden drei Dehnungen ε_i abgeschätzt, welche die Dehnungsverteilung über den gesamten Querschnitt definieren. Iterativ ist Dehnungsverteilung so zu adjustieren, dass sich die gewünschten Schnittgrößen einstellen. Dabei können auch numerische Optimierungsverfahren verwendet werden. Abbildung 4-18 zeigt den bezogenen Spannungsverlauf eines in 2.500 Elementen diskreditierten Querschnittes.

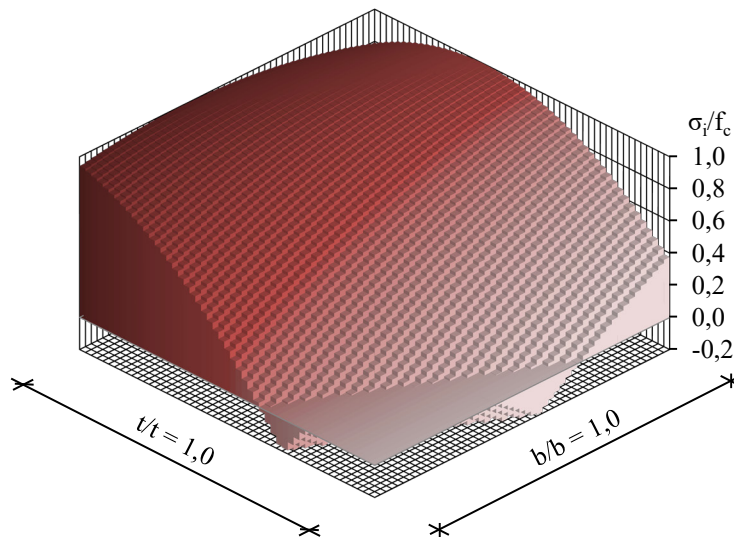


Abbildung 4-18: Spannungsverteilung eines mit 2.500 Elementen diskreditierten gerissenen Querschnittes ($|f_t/f_c| = 0,2$)

Mit Hilfe dieser Vorgehensweise können die Auswirkungen verschiedener Parameter auf die Querschnittstragfähigkeit analysiert werden. Für das in Abschnitt 2.4 mit Gl. 2-11 beschriebene Werkstoffmodell sind dabei insbesondere die Völligkeit k_0 und das Nachbruchverhalten η_u von bedeutendem Interesse. Für unterschiedliche Exzentrizitäten veran-

schaulicht Abbildung 4-19 die Auswirkungen verschiedener Völligkeiten k_0 auf die Querschnittstragfähigkeit Φ_R und die Momenten-Normalkraft-Interaktion ($\mu_{R,z}$ - Φ_R -Interaktion) für Biegung um die z-Achse. Für $k_0 = 1,0$ spiegelt das Werkstoffgesetz linear-elastisches Werkstoffverhalten wieder (vgl. Abbildung 4-8) und für $k_0 \rightarrow \infty$ entspricht die Querschnittstragfähigkeit dem oberen Grenzwert, dem starr-plastischen Werkstoffverhalten (vgl. Abbildung 4-16).

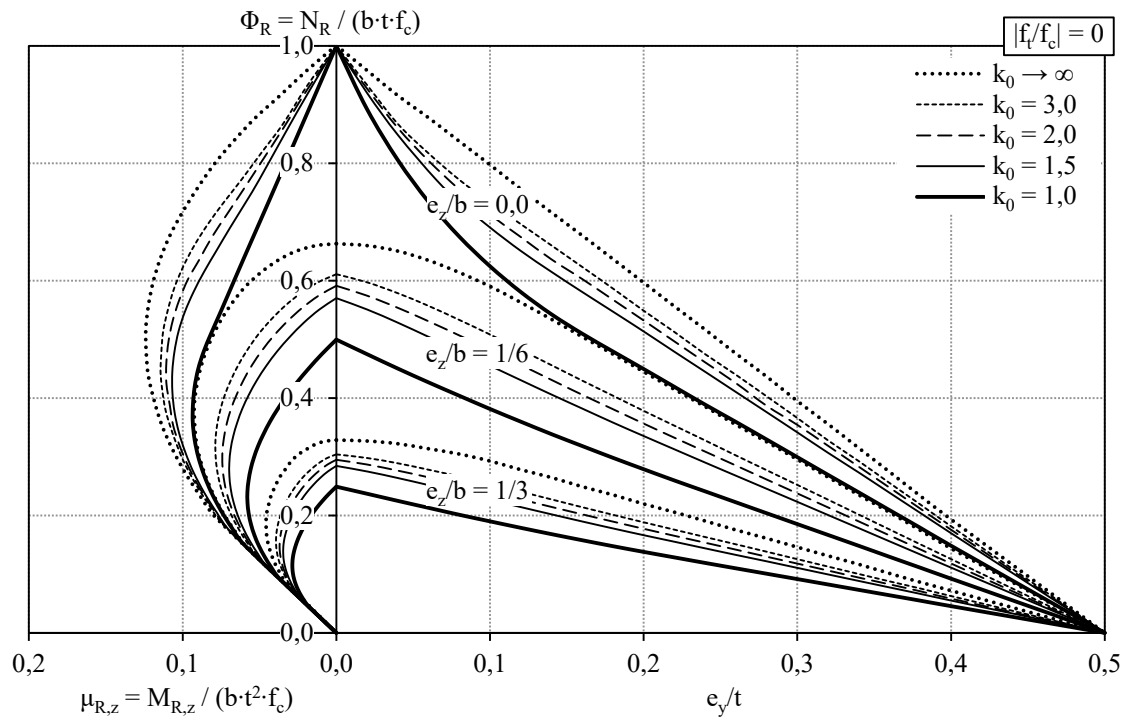


Abbildung 4-19 Querschnittstragfähigkeit ohne Biegezugfestigkeit für verschieden völli-ge nichtlineare Werkstoffeigenschaften

Ausgehend vom linear-elastischen Werkstoffverhalten mit $k_0 = 1,0$ werden bereits für kleine Vergrößerungen der Völligkeiten (beispielsweise $k_0 = 1,5$) für alle Belastungssituationen maßgebliche Traglaststeigerungen erzielt. Neben der Normalkrafttragfähigkeit gilt dies insbesondere auch für die Momenten Tragfähigkeit. Weiterhin kann konstatiert werden, dass die Traglaststeigerungen mit zunehmender Völligkeit für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Querschnitte ($e_z/b > 0$) größer sind als die Steigerungen bei einachsig exzentrisch beanspruchten Querschnitten ($e_z/b = 0$). Die verhältnismäßig größten Traglastgewinne sind bei großen Exzentrizitäten in beide Richtungen zu verzeichnen.

Neben der Völligkeit wird darüber hinaus der Einfluss des abfallenden Astes nach Erreichen der Höchstdruckspannung, das sogenannte Nachbruchverhalten, auf die Querschnittstragfähigkeit untersucht. Das Nachbruchverhalten wird durch die Werkstoffbeziehung und die normierte maximale Dehnung im Bruchzustand $\eta_u = \varepsilon_u/\varepsilon_f$ beschrieben (vgl. Abbildung 2-8). Abbildung 4-20 veranschaulicht, dass die Tragfähigkeiten bereits durch die Berücksichtigung eines verhältnismäßig gering ausgeprägten Nachbruchverhaltens

($\eta_u = 1,2$) in allen Bereichen gesteigert wird. Für den Vergleich der Querschnittstragfähigkeiten wird eine parabolische Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($k_0 = 2,0$) zugrunde gelegt. Ähnlich der Auswirkungen der Völligkeit k_0 ist die Traglaststeigerung bei Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens für einachsig beanspruchte Querschnitte geringer als die für zweiachsig beanspruchte Bauteile. Generell hat die Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens geringere Auswirkungen auf die Querschnittstragfähigkeit als die Völligkeit. Insbesondere für große Exzentrizitäten hat die Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens in Relation zur Völligkeit deutlich kleinere Traglaststeigerungen zur Folge. Für die in Abbildung 4-20 angesetzte Völligkeit von $k_0 = 2,0$ ist die Querschnittstragfähigkeit für die maximal mögliche Bruchdehnung von $\eta_u = 2,0$ nicht dargestellt, da diese nahezu identische Traglasten wie eine bezogene Bruchdehnung von $\eta_u = 1,5$ liefert.

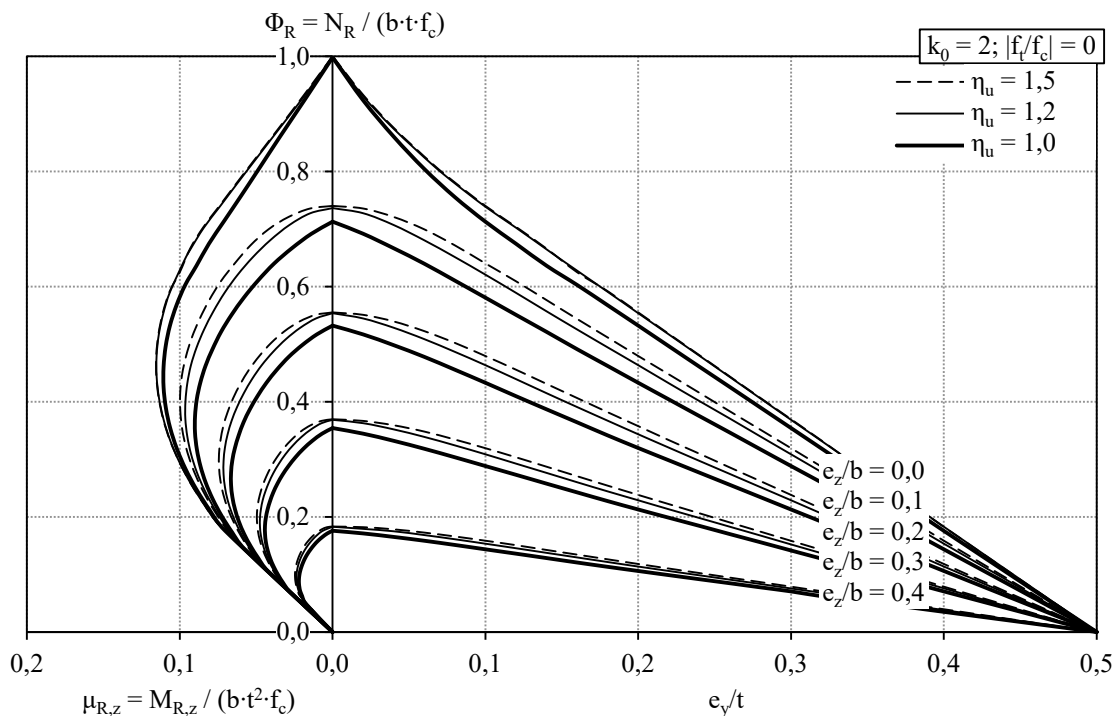


Abbildung 4-20 Querschnittstragfähigkeit ohne Biegezugfestigkeit für eine parabolische Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit unterschiedlichem Nachbruchverhalten

Zusammenfassend kann für die Querschnittstragfähigkeit konstatiert werden, dass sich die Nichtlinearitäten infolge der Steigerung der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung und der Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung gravierender auf die Tragfähigkeit auswirken als bei ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung. Somit reagiert die Querschnittstragfähigkeit sensitiv auf die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie auf das Nachbruchverhalten. Unter Berücksichtigung von verhältnismäßig geringen Nichtlinearitäten können im Vergleich zum linear-elastischen Werkstoffverhalten bereits nennenswerte Traglaststeigerungen attestiert werden.

4.3 Querschnittskrümmung

4.3.1 Grundlagen

Im Hinblick auf die spätere Ermittlung der Systemtragfähigkeit sind die Verformungen von essentieller Bedeutung. Durch zweifache Integration der Querschnittskrümmungen können die Verformungen unter Berücksichtigung der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung ermittelt werden. Deshalb werden im nachfolgenden Abschnitt die Momenten-Krümmungs-Beziehungen für linear-elastisches Werkstoffverhalten auf Basis der Querschnittstragfähigkeiten und der zugehörigen überdrückten Längen analytisch hergeleitet und analysiert. Aufgrund des fehlenden Zusammenhangs zwischen Dehnung und Spannung beim starr-plastischen Werkstoffverhalten können die Krümmungen für dieses Werkstoffverhalten nicht untersucht werden. Für nichtlineares Materialverhalten ist die Herleitung der Krümmung weder für einachsig [vgl. Glock (2004)] noch für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Querschnitte in handhabbarer Form möglich. Dies ist mit den fehlenden geschlossenen analytischen Lösungen zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeiten und den zugehörigen überdrückten Längen zu begründen. Dennoch wird nicht auf eine Analyse der Momenten-Krümmungs-Beziehungen für nichtlineares Werkstoffverhalten verzichtet, da die numerische Integration der Spannungen gemäß Abschnitt 4.2.4 auch zur Bestimmung der Krümmungen angewandt werden kann.

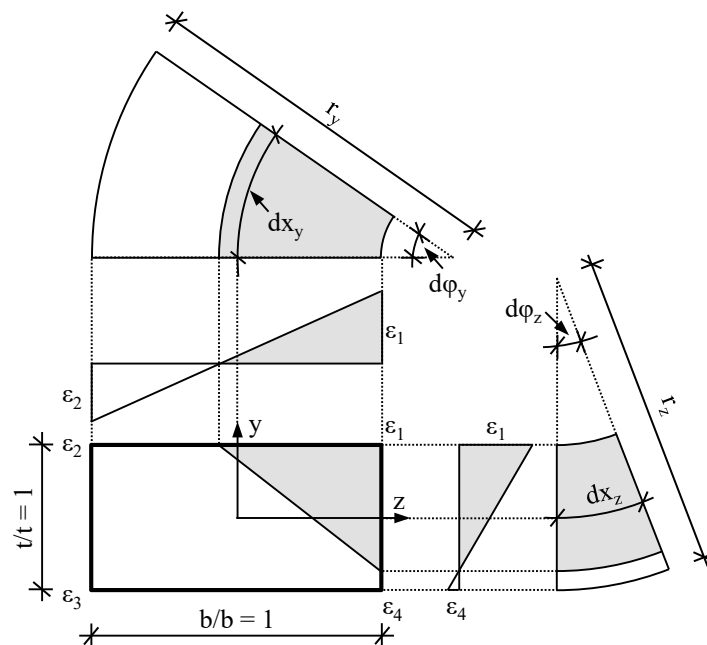


Abbildung 4-21 Querschnittsdehnungen und -krümmungen für beide Achsrichtungen

Die Ermittlung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen erfolgt auf Querschnittsebene und beruht auf dem Grundsatz des Gleichgewichtes zwischen inneren und äußeren Schnittgrößen. Die Momenten-Krümmungs-Beziehungen um die beiden Achsen y und z werden dabei stets getrennt voneinander betrachtet. Anders als bei der Ermittlung der

Querschnittstragfähigkeit muss die Krümmung für jeden möglichen Gleichgewichtszustand – auch wenn die Tragfähigkeit des Querschnittes noch nicht gänzlich ausgeschöpft ist – ermittelt werden. Dabei spiegelt die vollständige Ausnutzung der Tragfähigkeit des Querschnittes den Endpunkt der Momenten-Krümmungs-Beziehung wider. Auf Querschnittsebene veranschaulicht Abbildung 4-21 die Krümmungen um die beiden Achsen y und z, die wie folgt ermittelt werden:

$$\kappa_y = \frac{d\varphi_y}{dx_y} = \frac{1}{r_y} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{b} = \frac{\varepsilon_4 - \varepsilon_3}{b} = \frac{\eta_1 - \eta_2}{b} = \frac{\eta_4 - \eta_3}{b} \quad \text{Gl. 4-60}$$

$$\kappa_z = \frac{d\varphi_z}{dx_z} = \frac{1}{r_z} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_4}{t} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{t} = \frac{\eta_1 - \eta_4}{t} = \frac{\eta_2 - \eta_3}{t} \quad \text{Gl. 4-61}$$

Alternativ dazu kann die Krümmung κ_y bzw. κ_z auch mit dem Biegemoment M_y bzw. M_z und der Steifigkeit als Sekantenwert $EI_{y,sec}$ bzw. $EI_{z,sec}$ bestimmt werden. Dabei ist die Reduzierung der Steifigkeit infolge des Abfalles des Elastizitätsmoduls sowie infolge von Rissbildung zu berücksichtigen.

$$\kappa_y = \frac{M_y}{EI_{y,sec}} \quad \text{Gl. 4-62}$$

$$\kappa_z = \frac{M_z}{EI_{z,sec}} \quad \text{Gl. 4-63}$$

Die Krümmung ergibt sich als Verhältnis von Biegemoment zu Steifigkeit. Bei bekannter Krümmung und zugehörigem Biegemoment kann die Steifigkeit als Sekantenwert zurückgerechnet werden.

Für die Ermittlung der Krümmungen werden die nachfolgenden normierten Krümmungen $\kappa_{\Phi,y}$ und $\kappa_{\Phi,z}$ eingeführt. Dadurch können die Momenten-Krümmungs-Beziehungen (M_z - κ_z - und M_y - κ_y -Beziehungen) um die jeweilige Achse in normierte Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen (e_y/t - $\kappa_{\Phi,z}$ - und e_z/b - $\kappa_{\Phi,y}$ -Beziehungen) transformiert werden, welche weitestgehend unabhängig von Werkstoffeigenschaften und Querschnittsabmessungen sind.

$$\kappa_{\Phi,y} = \kappa_y \cdot \frac{b \cdot k_0}{\Phi \cdot \varepsilon_f} = (\eta_1 - \eta_2) \cdot \frac{k_0}{\Phi} = (\eta_4 - \eta_3) \cdot \frac{k_0}{\Phi} \quad \text{Gl. 4-64}$$

$$\kappa_{\Phi,z} = \kappa_z \cdot \frac{t \cdot k_0}{\Phi \cdot \varepsilon_f} = (\eta_1 - \eta_4) \cdot \frac{k_0}{\Phi} = (\eta_2 - \eta_3) \cdot \frac{k_0}{\Phi} \quad \text{Gl. 4-65}$$

4.3.2 Linear-elastisches Werkstoffverhalten

4.3.2.1 Allgemeines

Wie auch bei der Querschnittstragfähigkeit ist selbst bei linear-elastischem Werkstoffverhalten die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung aufgrund der geringen Biegezugfestigkeit der Baustoffe Beton und Mauerwerk und der damit einhergehenden Rissbildung nichtlinear. Wiederum müssen die fünf in Abschnitt 4.2.2.2 dargestellten Fälle getrennt voneinander untersucht werden. Aufgrund der sich einstellenden Geometrie der überdrückten Fläche determiniert jeweils ein Fall die Beziehungen für die Krümmungen um beide Achsen. Deshalb ist es nicht möglich, dass sich für die Bestimmung der Krümmungen um beide Achsen unterschiedliche Fälle einstellen. Für die entsprechenden Grenzen der Fallunterscheidung wird auf Abschnitt 4.2.2.2 verwiesen. Diese Grenzen definieren die Gültigkeitsbereiche der Krümmungsbeziehungen der verschiedenen Fälle. Wie auch bei der Querschnittstragfähigkeit wird die Biegezugfestigkeit nur für den ungerissenen Querschnitt (Fall I) berücksichtigt. Die Ermittlung der Krümmungen basiert auf der Modellierung mit Begrenzung der Druckdehnung ($\eta_{\max} = \eta_u$) gemäß Abschnitt 4.2.2.2.

4.3.2.2 Fall I

Im Fall I verbleibt der Querschnitt im ungerissenen Zustand. Bei linear-elastischem Werkstoffverhalten ($k_0 = 1,0$) gilt wegen des linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Dehnung folgende Beziehung für die bezogene Dehnung an den Ecken i des Querschnittes (η_i):

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_f} = \frac{\sigma_i}{f_c} \quad \text{Gl. 4-66}$$

Es herrscht Gleichgewicht, wenn die bezogenen Randdehnungen an den Ecken η_i mit den bezogenen Randspannungen σ_i/f_c gemäß der Querschnittstragfähigkeit (Gl. 4-5) übereinstimmen. Mit Hilfe der Normierungen (vgl. Gl. 4-64 und Gl. 4-65) können die Zusammenhänge für Krümmungen und Exzentrizitäten ermittelt werden:

$$\kappa_{\Phi, I, y} = 12 \cdot \frac{e_z}{b} \quad \text{Gl. 4-67}$$

$$\kappa_{\Phi, I, z} = 12 \cdot \frac{e_y}{t} \quad \text{Gl. 4-68}$$

Es ist ersichtlich, dass die normierten Krümmungen um die jeweilige Achse ausschließlich von der zugehörigen Exzentrizität abhängig sind. Dies gilt ausschließlich für den Fall I des ungerissenen Querschnittes.

In Abhängigkeit der einwirkenden Normalkraft Φ endet die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung, wenn der Gleichgewichtszustand mit der größten aufnehmbaren Normalkraft bei vorgegebenen Exzentrizitäten – die Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,I,c}$ – erreicht ist. Dementsprechend werden mit der Beziehung für die Querschnittstragfähigkeit nach Gl. 4-6 und den Krümmungen nach Gl. 4-67 und Gl. 4-68 die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen $\max \kappa_{I,\Phi,y}$ und $\max \kappa_{I,\Phi,z}$ hergeleitet.

$$\max \kappa_{\Phi,I,y} = 2 \cdot \left(\frac{1}{\Phi_{R,I,c}} - 6 \cdot \frac{e_y}{t} - 1 \right) \quad \text{Gl. 4-69}$$

$$\max \kappa_{\Phi,I,z} = 2 \cdot \left(\frac{1}{\Phi_{R,I,c}} - 6 \cdot \frac{e_z}{b} - 1 \right) \quad \text{Gl. 4-70}$$

Im Gegensatz zu den Krümmungen selbst (Gl. 4-67 und Gl. 4-68) sind die maximalen Krümmungen (Gl. 4-69 und Gl. 4-70) auch von den Exzentrizitäten um die jeweils andere Achse abhängig. Dies ist dem Sachverhalt geschuldet, dass die Normalkrafttragfähigkeit $\Phi_{R,I,c}$ von den Exzentrizitäten in beiden Richtungen abhängig ist.

4.3.2.3 Fall II

Die Herleitung geschlossen lösbarer Beziehungen zur Bestimmung der Krümmungen für Fall II ist nicht möglich, da keine geschlossene Lösung der Querschnittstragfähigkeit und insbesondere der überdrückten Längen vorhanden ist (vgl. Abschnitt 4.2.2.2). Die Berechnung für bestimmte Größen ist jedoch möglich, auch wenn diese Berechnungen iterativ durchgeführt werden müssen. Aufbauend auf Gl. 4-60 und Gl. 4-61 können die Krümmungen ($\kappa_{II,y}$ und $\kappa_{II,z}$) mit nachfolgenden Beziehungen ausgedrückt werden:

$$\kappa_{II,y} = \frac{\varepsilon_4}{b_{c,lin}} \quad \text{Gl. 4-71}$$

$$\kappa_{II,z} = \frac{\varepsilon_2}{t_{c,lin}} \quad \text{Gl. 4-72}$$

Für das zugrunde gelegte linear-elastische Werkstoffverhalten können mit Hilfe von Gl. 4-66 die normierten Krümmungen für Fall $\kappa_{\Phi,II,y}$ und $\kappa_{\Phi,II,z}$ hergeleitet werden.

$$\kappa_{\Phi,II,y} = \frac{\frac{\sigma_4}{f_c}}{\Phi \cdot \frac{b_{c,lin}}{b}} \quad Gl. 4-73$$

$$\kappa_{\Phi,II,z} = \frac{\frac{\sigma_2}{f_c}}{\Phi \cdot \frac{t_{c,lin}}{t}} \quad Gl. 4-74$$

Für die Ermittlung der Krümmungen nach Gl. 4-73 und Gl. 4-74 sind die Gl. 4-13 bis Gl. 4-17 zu verwenden. Die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen werden durch Ersetzen der wirkenden Normalkraft Φ durch die Querkrafttragfähigkeit für Fall II ($\Phi_{R,II}$) gemäß Gl. 4-9 in Gl. 4-73 und Gl. 4-74 ermittelt.

Nachfolgend werden Approximationsvorschläge für die Krümmungen präsentiert. Diese wurden mit Hilfe der numerischen Auswertungen der vorgestellten analytischen Beziehungen entwickelt. Dabei beträgt das Bestimmtheitsmaß $R^2 = 0,999995$.

$$\begin{aligned} \kappa_{II,\Phi,y} = 600 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^4 + \left(347 \cdot \frac{e_z}{b} - 214 \right) \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^3 + A_1 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + A_2 \cdot \frac{e_y}{t} \\ + \left(2,3 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 9,8 \cdot \frac{e_z}{b} - 3,6 \right) \cdot \frac{e_z}{b} + \frac{1}{3} \end{aligned} \quad Gl. 4-75$$

$$\text{mit} \quad A_1 = \frac{e_z}{b} \cdot \left(333 \cdot \frac{e_z}{b} - 83,3 \right) + 34,4$$

$$A_2 = \frac{e_z}{b} \cdot \left[333 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 - 99 \cdot \frac{e_z}{b} + 28,2 \right] + 7,4$$

$$\begin{aligned} \kappa_{II,\Phi,z} = 600 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^4 + \left(347 \cdot \frac{e_y}{t} - 214 \right) \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^3 + A_1 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + A_2 \cdot \frac{e_z}{b} \\ + \left(2,3 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 9,8 \cdot \frac{e_y}{t} - 3,6 \right) \cdot \frac{e_y}{t} + \frac{1}{3} \end{aligned} \quad Gl. 4-76$$

$$\text{mit} \quad A_1 = \frac{e_y}{t} \cdot \left(333 \cdot \frac{e_y}{t} - 83,3 \right) + 34,4$$

$$A_2 = \frac{e_y}{t} \cdot \left[333 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 - 99 \cdot \frac{e_y}{t} + 28,2 \right] + 7,4$$

Die algebraischen Ausdrücke, mit denen die Approximationen der normierten Krümmungen beschrieben werden, erscheinen zunächst relativ umfanglich. Im Vergleich zu den

entsprechenden analytisch hergeleiteten Beziehungen für den einfacheren Fall III (vgl. Gl. 4-81) ist dieser mehrgliedrige Ansatz hinnehmbar. Des Weiteren haben die Krümmungen insbesondere beim Stabilitätsversagen einen signifikanten Einfluss auf die Systemtragfähigkeit (vgl. Abschnitt 4.4), weshalb es zwingend erforderlich ist, die Krümmungen präzise zu beschreiben.

4.3.2.4 Fall III

Im Fall III ist die Exzentrizität in y-Richtung e_y/t so groß, dass die längere Querschnittsseite gänzlich aufgerissen ist (vgl. Abbildung 4-4). Die Krümmungen für Fall III sind:

$$\kappa_{III,y} = \frac{\varepsilon_1}{b + b_1} \quad \text{Gl. 4-77}$$

$$\kappa_{III,z} = \frac{\varepsilon_1}{t_{1,c,lin}} \quad \text{Gl. 4-78}$$

Die normierte Dehnung an der Ecke 1 (η_1) kann für linear-elastisches Materialverhalten durch die Spannungen σ_1/f_c oder direkt durch das Verhältnis von einwirkender Normalkraft Φ zu aufnehmbarer Normalkraft $\Phi_{R,III}$ bestimmt werden:

$$\eta_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{\Phi}{\Phi_{R,III}} \quad \text{Gl. 4-79}$$

Durch die Hilfsgröße b_1/b (Gl. 4-25) kann die Krümmung um die y-Achse $\kappa_{\Phi,III,y}$ mit der Normierung (Gl. 4-64) und der bezogenen Randdehnung (Gl. 4-79) hergeleitet werden:

$$\kappa_{\Phi,III,y} = \frac{24 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 1 \right]}{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t} \right) \cdot \left[\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} + 2 \right]} \quad \text{Gl. 4-80}$$

Analog dazu ergibt sich unter Berücksichtigung der überdrückten Länge $t_{1,lin}/t$ nach Gl. 4-23 sowie Gl. 4-65 und Gl. 4-79 die Krümmung um die z-Achse $\kappa_{\Phi,III,y}$ zu:

$$\kappa_{\Phi,III,z} = \frac{16 \cdot \frac{e_z}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^3 + \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + \frac{e_z}{b} + \frac{1}{4} \right]}{\left(2 \cdot \frac{e_z}{b} + A_1 \right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y}{t} - 1 \right)^2 \cdot \left(6 \cdot \frac{e_z}{b} - A_1 - 2 \right)} \cdot \frac{4 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(2 \cdot \frac{e_z}{b} - 1 \right) \cdot A_1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 32 \left(\frac{e_z}{b} \right)^3 - 1}{2 \cdot \frac{e_z}{b} + A_1 \cdot \left(\frac{e_z}{b} - \frac{1}{6} \right) + 2 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + \frac{1}{6}} \quad \text{Gl. 4-81}$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \left(\frac{e_z}{b} \right)^2}$$

Im Gegensatz zum Fall I (Gl. 4-67 und Gl. 4-68) ist für Fall III die Abhängigkeit der Krümmungen um beide Achsen von den beiden Exzentrizitäten e_y/t und e_z/b erkennbar. Dies ist dem Umstand geschuldet, dass sich der Querschnitt im gerissenen Zustand befindet und jeweils beide Exzentrizitäten die Spannungsverteilung beeinflussen, obwohl die Länge b_1/b gemäß Gl. 4-25 lediglich von der Exzentrizität e_z/b abhängig ist.

Die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung sind erreicht, wenn der Querschnitt gänzlich ausgenutzt ist, was der Querschnittstragfähigkeit gemäß Gl. 4-20 entspricht. Wird Querschnittstragfähigkeit nach e_y/t aufgelöst und in die Gleichungen Gl. 4-80 sowie Gl. 4-81 eingesetzt, ergeben sich die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung $\max \kappa_{\Phi,III,y}$ und $\max \kappa_{\Phi,III,z}$:

$$\max \kappa_{\Phi,III,y} = \frac{12 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(6 \cdot \frac{e_z}{b} - 1 \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} + 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 1}{\Phi_{R,III} \cdot \left(4 \cdot \frac{e_z}{b} + 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} + 2 \right)} \quad \text{Gl. 4-82}$$

$$\max \kappa_{\Phi,III,z} = \frac{1}{6 \cdot \Phi_{R,III}^2 \cdot \left(4 \cdot \frac{e_z}{b} + 1 \right)} \cdot \frac{4 - 6 \cdot \frac{e_z}{b} - \left(12 \cdot \frac{e_z}{b} - 5 \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} - 24 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2}{4 \cdot \frac{e_z}{b} + \left(2 - 4 \cdot \frac{e_z}{b} \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2} - 24 \cdot \left(\frac{e_z}{b} \right)^2 + 1} \quad \text{Gl. 4-83}$$

4.3.2.5 Fall IV

Aufgrund der Gleichartigkeit sind die Krümmungen von Fall IV mit denen von Fall III vergleichbar, weshalb an dieser Stelle nur die adjustierten Krümmungsbeziehungen wiedergegeben sind und für die Herleitung auf Fall III verwiesen wird.

$$\kappa_{\Phi,IV,y} = \frac{16 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^3 + \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + \frac{e_y}{t} + \frac{1}{4} \right]}{\left(2 \cdot \frac{e_y}{t} + A_1 \right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_z}{b} - 1 \right)^2 \cdot \left(6 \cdot \frac{e_y}{t} - A_1 - 2 \right)} \cdot \frac{4 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(2 \cdot \frac{e_y}{t} - 1 \right) \cdot A_1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 32 \left(\frac{e_y}{t} \right)^3 - 1}{2 \cdot \frac{e_y}{t} + A_1 \cdot \left(\frac{e_y}{t} - \frac{1}{6} \right) + 2 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + \frac{1}{6}} \quad Gl. 4-84$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \left(\frac{e_y}{t} \right)^2}$$

$$\kappa_{\Phi,IV,z} = \frac{24 \cdot \frac{e_y}{t} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 1 \right]}{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b} \right) \cdot \left[\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} + 2 \right]} \quad Gl. 4-85$$

$$\max \kappa_{\Phi,IV,y} = \frac{1}{6 \cdot \Phi_{R,IV}^2 \cdot \left(4 \cdot \frac{e_y}{t} + 1 \right)} \cdot \frac{4 - 6 \cdot \frac{e_y}{t} - \left(12 \cdot \frac{e_y}{t} - 5 \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} - 24 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2}{4 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(2 - 4 \cdot \frac{e_y}{t} \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} - 24 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 1} \quad Gl. 4-86$$

$$\max \kappa_{\Phi,IV,z} = \frac{12 \cdot \frac{e_y}{t} + \left(6 \cdot \frac{e_y}{t} - 1 \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} + 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2 + 1}{\Phi_{R,IV} \cdot \left(4 \cdot \frac{e_y}{t} + 1 \right) \cdot \left(\sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_y}{t} \right)^2} + 2 \right)} \quad Gl. 4-87$$

4.3.2.6 Fall V

Fall V ist durch große Exzentrizitäten in beide Achsrichtungen gekennzeichnet, weshalb sich lediglich ein Dreieck als überdrückte Fläche einstellt. Die Krümmungen können wie folgt ermittelt werden.

$$\kappa_{V,y} = \frac{\varepsilon_1}{b_{c,lin}} \quad \text{Gl. 4-88}$$

$$\kappa_{V,z} = \frac{\varepsilon_1}{t_{c,lin}} \quad \text{Gl. 4-89}$$

Für linear-elastisches Materialverhalten lässt sich die normierte Dehnung der Ecke 1 des Querschnittes für den Fall V wie folgt ausdrücken:

$$\eta_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_f} = \frac{\sigma_1}{f_c} = \frac{\Phi}{\Phi_{R,V}} \quad \text{Gl. 4-90}$$

Mit Hilfe der überdrückten Längen nach Gl. 4-37 und Gl. 4-38, den Beziehungen nach Gl. 4-88 und Gl. 4-89 sowie der Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,V}$ nach Gl. 4-34 können die Krümmungen $\kappa_{\Phi,V,y}$ und $\kappa_{\Phi,V,z}$ hergeleitet werden.

$$\kappa_{\Phi,V,y} = \frac{3}{4 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right)^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right)} \quad \text{Gl. 4-91}$$

$$\kappa_{\Phi,V,z} = \frac{3}{4 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right)^2} \quad \text{Gl. 4-92}$$

Analog zu den vorherigen Fällen werden die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen ($\max \kappa_{\Phi,V,y}$ und $\max \kappa_{\Phi,V,z}$) durch Auflösen der Querschnittstragfähigkeit gemäß Gl. 4-34 nach e_z/b bzw. e_y/t und anschließendem Einsetzen in die Beziehungen für die Krümmungen gemäß Gl. 4-91 bzw. Gl. 4-92 ermittelt:

$$\max \kappa_{\Phi,V,y} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}}{3 \cdot \Phi_{R,V}^2} \quad \text{Gl. 4-93}$$

$$\max \kappa_{\Phi,V,z} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}}{3 \cdot \Phi_{R,V}^2} \quad \text{Gl. 4-94}$$

Bemerkenswert ist, dass wie auch im Fall I die Endpunkte der Krümmungen (Gl. 4-93 und Gl. 4-94) in dieser Darstellung nur direkt von der Exzentrizität in der jeweiligen

Richtung abhängig sind. Indirekt sind die Endpunkte jedoch von der Querschnittstragfähigkeit $\Phi_{R,V}$ und damit auch von beiden Exzentrizitäten abhängig.

4.3.2.7 Analyse der Krümmung

Zusammenfassend werden für alle Fälle die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen ausgewertet. In Abbildung 4-22 sind die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die schwächere y-Achse für verschiedene Exzentrizitäten e_z/b für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit grafisch ausgewertet. Zusätzlich sind in Abbildung 4-22 die Fallgrenzen eingetragen.

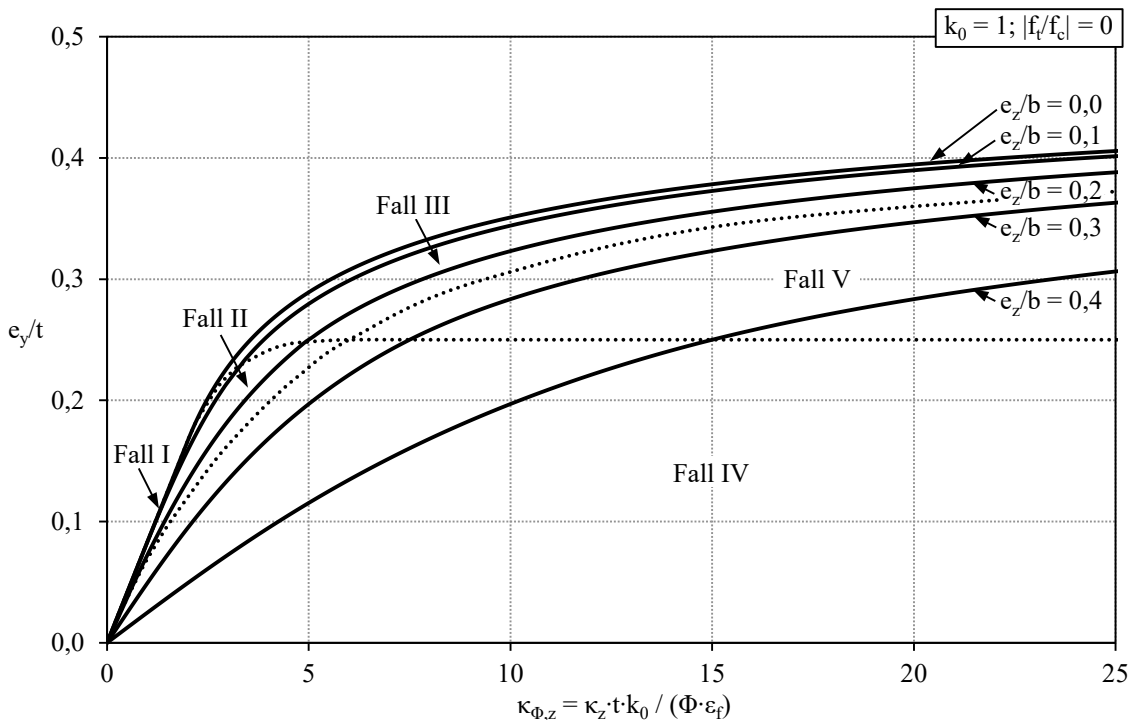


Abbildung 4-22: Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit

Für kleine Exzentrizitäten e_y/t und e_z/b befindet sich der Querschnitt im ungerissenen Zustand und es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Exzentrizität und Krümmung. Überschreiten die aufsummierten Exzentrizitäten $e_y/t + e_z/b$ den Wert $1/6$ (vgl. Gl. 4-6) reißt der Querschnitt rechnerisch auf. Die Krümmungen nehmen überproportional zu und nähern sich für den Grenzfall $\kappa_{\Phi,z} \rightarrow \infty$ asymptotisch der maximalen Exzentrizität von $e_y/t \rightarrow 0,5$ an. Weiterhin wird deutlich, dass für große Exzentrizitäten e_z/b die Krümmungen bei gleichen Exzentrizitäten e_y/t erheblich größer sind. Auch die Steigungen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen, welche den normierten Steifigkeiten entsprechen, sind für große Exzentrizitäten e_z/b deutlich geringer.

Durch die geeigneten Normierungen sind die Kurven in Abbildung 4-22 für alle wirkenden Normalkräfte Φ gültig. Wenn die wirkende Normalkraft Φ identisch mit der Quer-

schnitttragfähigkeit Φ_R ist, endet an dieser Stelle die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung. Die Krümmungen entsprechen dabei den maximalen Krümmungen $\max \kappa_{\Phi,z}$. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen, ist die Querschnitttragfähigkeit Φ_R in Abhängigkeit der maximalen Krümmung $\max \kappa_{\Phi,z}$ in Abbildung 4-23 dargestellt. Zu Beginn nehmen die Querschnitttragfähigkeiten für kleine Exzentrizitäten e_z/b hyperbolisch ab, wohingegen bei großen Exzentrizitäten e_z/b die Abnahme deutlich geringer ausfällt, da die Querschnitttragfähigkeiten infolge der großen Exzentrizitäten e_z/b bereits zu Beginn wesentlich geringer sind. Mit zunehmender Krümmung flachen die Kurven ab und nähern sich für den Grenzfall $\max \kappa_{\Phi,z} \rightarrow \infty$ asymptotisch dem Grenzfall der Querschnitttragfähigkeit von $\Phi_R = 0$ an. Die Exzentrizitäten e_y/t sind durch Isolinien gekennzeichnet. In Abhängigkeit der Exzentrizitäten wird deutlich, dass sich verhältnismäßig große Krümmungen $\max \kappa_{\Phi,z}$ einstellen müssen, um die Querschnitttragfähigkeit zu erreichen.

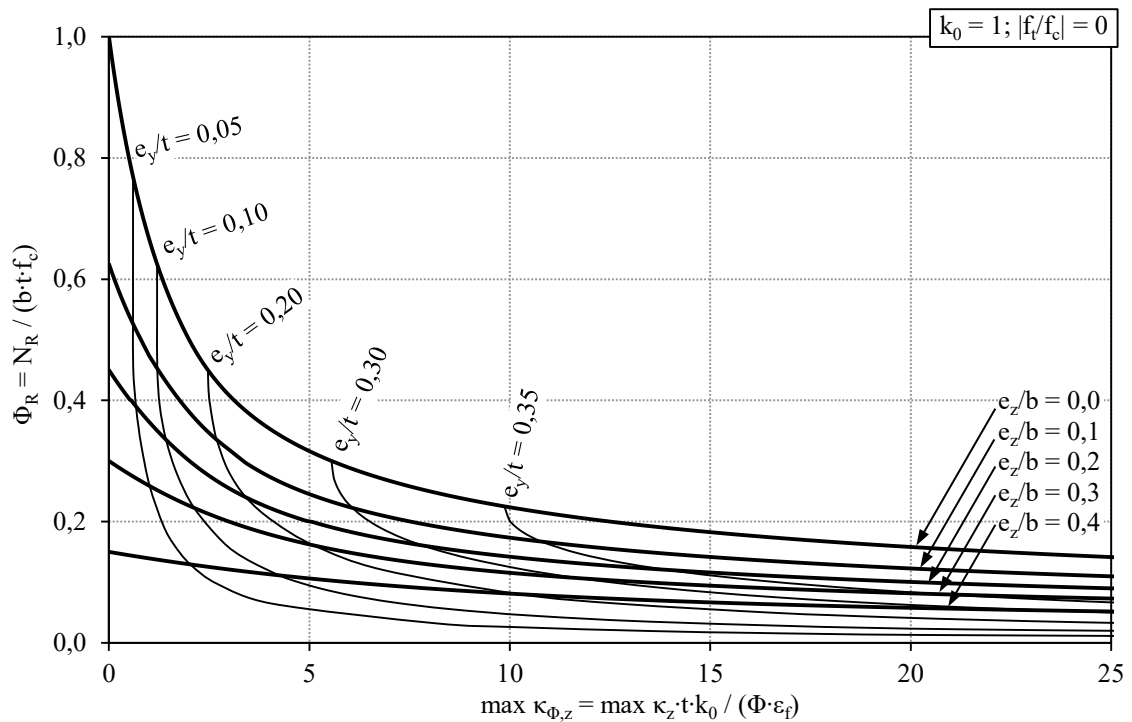


Abbildung 4-23: Normalkrafttragfähigkeit in Abhängigkeit der maximalen Exzentrizitäten für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit

Durch den Tausch von e_y/t mit e_z/b und $\kappa_{\Phi,z}$ mit $\kappa_{\Phi,y}$ können Abbildung 4-22 und Abbildung 4-23 auch die Beziehungen um die stärkere z-Achse repräsentieren, weshalb auf eine gesonderte Darstellung verzichtet wird.

Abbildung 4-24 veranschaulicht für linear-elastisches Werkstoffverhalten die Auswirkungen der Berücksichtigung einer auf die Normalkraft Φ normierten rechnerischen Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c|/\Phi$ auf die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung. Für kleine Exzentrizitäten e_z/b hat bereits die kleine Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c|/\Phi \leq 1,0$ einen beachtlichen Einfluss auf den Krümmungsverlauf, wohingegen dieser Einfluss mit steigender

Exzentrizität e_z/b signifikant geringer wird. Größere Biegezugfestigkeiten ($|f_t/f_c|/\Phi = 2,0$) haben für alle Belastungssituationen eine große Auswirkung auf die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung. Sofern die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung von der Ursprungsgeraden, die durch die Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c|/\Phi \leq 2,0$ und $e_z/b = 0$ repräsentiert wird, abweicht, reißt der Querschnitt auf und die Biegesteifigkeit reduziert sich dementsprechend. Für die zugehörigen bezogenen Randspannungen gilt $\sigma_1/f_c < 1,0$ und $\sigma_3/f_t = 1,0$. Auch das lokale Maximum, wie es sich zum Beispiel für die Größen $e_z/b = 0$ und $|f_t/f_c|/\Phi = 1,0$ einstellt, kennzeichnet das Aufreißen des Querschnittes. Dass sich mit zunehmender Krümmung die Steigung nicht monoton ändert, ist damit zu begründen, dass der Querschnitt zunächst gänzlich ungerissen ist und mit gesteigerter Exzentrizität e_y/t infolge des Überschreitens der Biegezugspannung aufreißt. Um bei gleicher Normalkraft Φ einen Gleichgewichtszustand zu erreichen, reißt der Querschnitt noch weiter auf. Die zu diesem Gleichgewichtszustand gehörigen Dehnungen sind im Vergleich zum ungerissenen Querschnitt erheblich größer, weshalb auch die Krümmungen schlagartig zunehmen. Mit zunehmender Exzentrizität e_y/t und Krümmung $\kappa_{\Phi,z}$ reißt der Querschnitt weiter auf, bis am Endpunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung die Querschnittstragfähigkeit erreicht wird. Die abfallenden Funktionswerte nach dem Erreichen der größten Exzentrizität e_y/t sind in Abbildung 4-24 nicht dargestellt, da diese für die vorliegende Problemstellung gänzlich irrelevant sind (vgl. Abbildung 4-29).

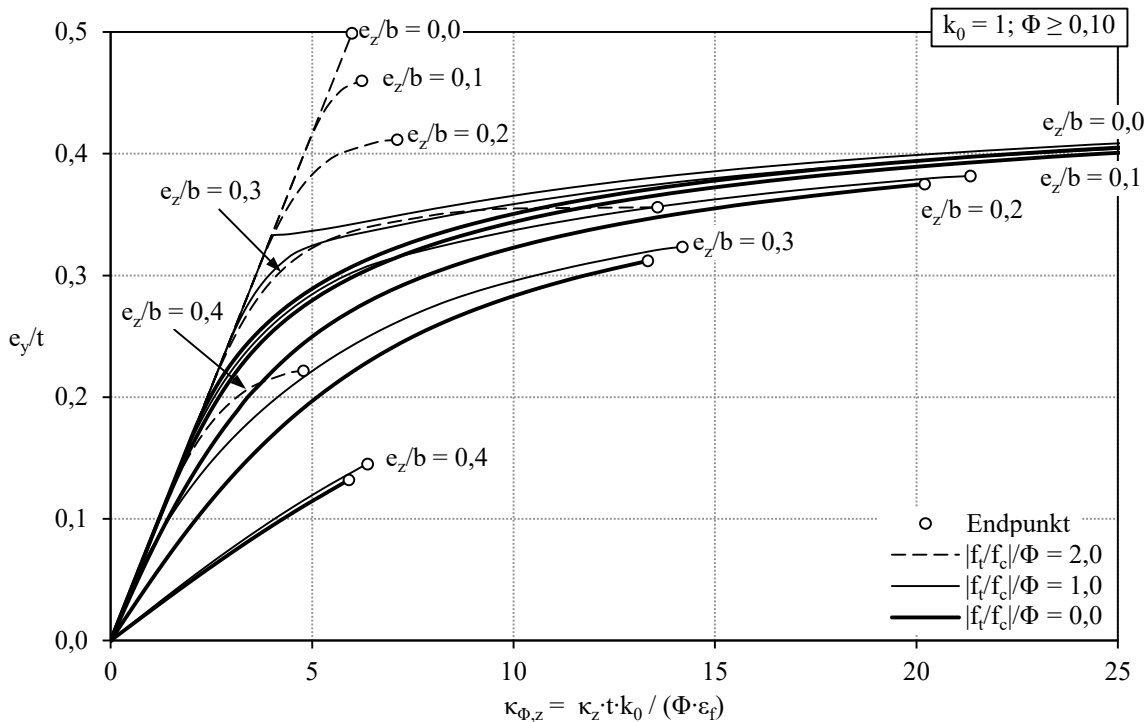


Abbildung 4-24: Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeiten ($0 \leq |f_t/f_c|/\Phi \leq 2,0$) mit Normalkräften $\Phi \geq 0,10$

4.3.3 Nichtlineares Werkstoffverhalten

Bei nichtlinearem Werkstoffverhalten und zweiachsig exzentrischen Belastungssituationen liegen weder für die Querschnittstragfähigkeit noch für die zugehörigen überdrückten Längen analytische Lösungen vor. Da diese Größen die Grundlage für die Ermittlung der Krümmungen bilden, ist es bisher nicht möglich, die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen geschlossen herzuleiten. Auch für den Sonderfall des einachsig exzentrisch beanspruchten Querschnittes liegt keine geschlossene Lösung der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung für nichtlineares Werkstoffverhalten vor. Jedoch muss nicht auf die Ermittlung der Krümmungen in Abhängigkeit der Exzentrizitäten verzichtet werden. Für ein- und zweiachsig exzentrisch beanspruchte Querschnitte kann auf das in Abschnitt 4.2.4 dargestellte Modell zur numerischen Integration zurückgegriffen werden.

In Abbildung 4-25 sind die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen für nichtlineares Werkstoffverhalten mit einer parabolischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($k_0 = 2,0$) ohne rechnerische Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit für verschiedene Exzentrizitäten e_z/b dargestellt. Im Gegensatz zum linear-elastischen Werkstoffverhalten sind die Exzentrizitäten e_y/t und die Krümmung $\kappa_{\Phi,z}$ neben den Exzentrizitäten e_z/b auch von der Normalkraft Φ abhängig und müssen somit in Abhängigkeit von dieser dargestellt werden. Für den theoretischen Sonderfall der einachsigen Biegung mit $e_z/b = 0,0$ und $\Phi \rightarrow 0$ entspricht die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung für nichtlineares Werkstoffverhalten der des linear-elastischen Werkstoffverhaltens gemäß Abschnitt 4.3.2.7. Mit zunehmender Normalkraft Φ nehmen die Krümmungen bei konstanter Exzentrizität e_y/t zu. Dies ist auf die Völligkeit $k_0 > 1,0$ zurückzuführen. Beim linear-elastischen Werkstoffverhalten ($k_0 = 1,0$) ist im Vergleich zum nichtlinearen Werkstoffverhalten ($k_0 > 1,0$) der Gradient der Dehnungen über den Querschnitt geringer, da bei gleicher Normalkraft Φ und Exzentrizität e_y/t die Völligkeit der Spannungsverteilung über den Querschnitt für nichtlineares Werkstoffverhalten größer ist. Für den ungerissenen Querschnitt verkleinert sich dadurch die Randspannung an der am wenigsten gedrückten Ecke, während sich hingegen für den gerissenen Querschnitt die überdrückten Längen verringern, was zugleich eine Vergrößerung der Dehnungsunterschiede zur Folge hat. Für den theoretischen Grenzfall $\Phi \rightarrow 0$ ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung irrelevant, weshalb die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen des nichtlinearen Werkstoffverhaltens identisch mit der des linear-elastischen Werkstoffverhaltens sind. Die Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung sind durch Kreise gekennzeichnet, die zugleich die Querschnittstragfähigkeit für Werkstoffe ohne Nachbruchverhalten ($\eta_u = 1,0$) darstellen. In Abbildung 4-25 sind auch die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen für nichtlineares Werkstoffverhalten mit einem ausgeprägten Nachbruchverhalten von $\eta_u = 2,0$ mittels gepunkteter Linien dargestellt. Diese sind zu Beginn für die jeweiligen Exzentrizitäten e_z/b und Normalkräfte Φ mit denen ohne Nachbruchverhalten ($\eta_u = 1,0$) identisch. Bei Berücksichtigung

des Nachbruchverhaltens können sich größere Exzentrizitäten e_y/t und größere Krümmungen $\kappa_{\Phi,z}$ einstellen. Die zugehörigen Endpunkte der maximal möglichen Krümmungen $\max \kappa_{\Phi,z}$ sind mit Rechtecken gekennzeichnet und entsprechen der Querschnittstragfähigkeit für $\eta_u = 2,0$.

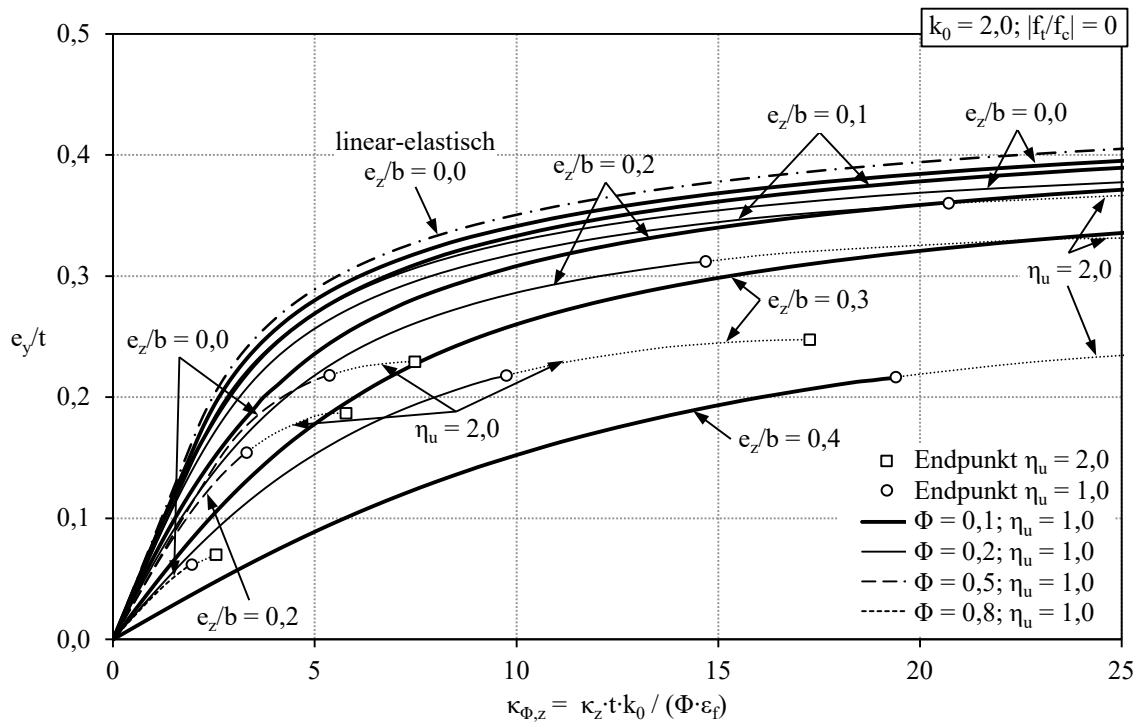


Abbildung 4-25: Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen für nichtlineares Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeiten für verschiedene Normalkräfte Φ

4.4 Systemtragfähigkeit

4.4.1 Grundlagen

Die Systemtragfähigkeit beschreibt den Gleichgewichtszustand, bei dem die aufnehmbare Normalkraft bei vorgegebenen Exzentrizitäten ihr Maximum erreicht. Die geometrischen und physikalischen Nichtlinearitäten müssen realitätsnah erfasst werden, um das Tragverhalten wirklichkeitsnah abzubilden. Dies gilt insbesondere für die Nichtlinearitäten infolge der nichtlinearen Werkstoffgesetze der unbewehrten Baustoffe Beton und Mauerwerk und die damit verbundenen Auswirkungen auf die Verformungen. Zeitlich veränderliche Einflüsse wie Kriechen und Schwinden sowie Imperfektionen können durch vergrößerte Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung berücksichtigt werden.

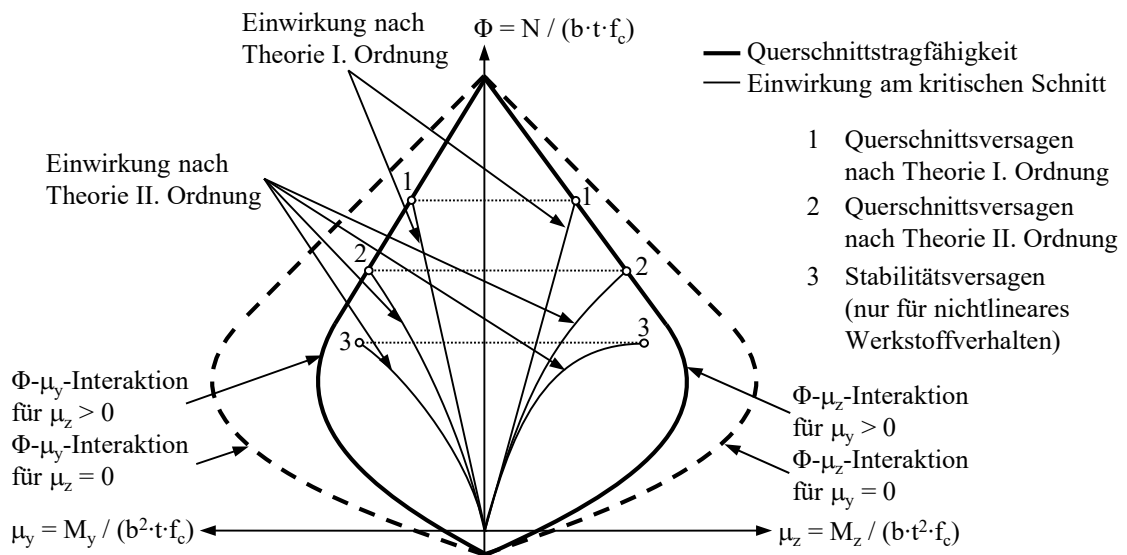


Abbildung 4-26: Momenten-Normalkraft-Interaktion eines zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes mit begrenzter Biegezugfestigkeit

Abbildung 4-26 zeigt im Vergleich zur Abbildung 3-2 die um die zweite Achse erweiterte normierte Momenten-Normalkraft-Interaktion mit den zugehörigen Gleichgewichtszuständen. Wie auch in den Abschnitten zuvor werden beide Achsrichtungen getrennt voneinander betrachtet, weshalb in Abbildung 4-26 die normierten Momenten-Normalkraft-Interaktionen für beide Achsen aufgetragen sind. Da die aufnehmbaren Momente um die eine Achse die aufnehmbaren Momente um die andere Achse beeinflussen, sind für die Querschnittstragfähigkeit jeweils zwei Normalkraft-Momenten-Interaktionen aufgetragen. Dabei stellen die gestrichelten Kurven die Normalkraft-Momenten-Interaktionen der Querschnittstragfähigkeit ohne die Beeinflussung der Biegemomente um die andere Achse dar ($\Phi-\mu_y$ für $\mu_z = 0$ und $\Phi-\mu_z$ für $\mu_y = 0$) und sind somit für jeweils einachsige Beanspruchungen gültig. Durch die zweiachsigen Beanspruchungen werden beide Momenten-tragfähigkeiten reduziert und es ergeben sich die Normalkraft-Momenten-Interaktionen

der Querschnittstragfähigkeit unter Berücksichtigung der Beanspruchung um die jeweils andere Achse ($\Phi\text{-}\mu_y$ für $\mu_z > 0$ und $\Phi\text{-}\mu_z$ für $\mu_y > 0$).

Für die Berechnung nach Theorie I. Ordnung besteht wegen der vernachlässigten Auswirkungen der Verformungen ein linearer Zusammenhang zwischen den einwirkenden Biegemomenten und der Normalkraft am kritischen Schnitt. Die Einwirkungen können solange gesteigert werden, bis die Querschnittstragfähigkeit erreicht wird (vgl. Punkte 1 in Abbildung 4-26). Dabei wird stets die maximale Querschnittstragfähigkeit erreicht, weshalb es sich um Querschnittsversagen nach Theorie I. Ordnung handelt. Werden die Auswirkungen der Verformungen durch eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt, so besteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen einwirkenden Biegemomenten und der Normalkraft. Für gedrungene Systeme sind die Auswirkungen der Verformungen so gering, dass stets die Querschnittstragfähigkeit erreicht wird (vgl. Punkte 2 in Abbildung 4-26). Da die Querschnittstragfähigkeit im Versagenszustand erreicht wird, ist das zugehörige Versagen ein Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung. Bei Vorliegen eines schlanken Systems steigen die Biegemomente stark überproportional zur Normalkraft an. Dabei können je nach System und Beanspruchung eine oder auch beide Einwirkungsfunktionen nach Theorie II. Ordnung horizontale Tangenten aufweisen (vgl. Punkte 3 in Abbildung 4-26). Dies wird als Stabilitätsversagen bezeichnet, da unter Berücksichtigung der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung die Querschnittstragfähigkeit nicht erreicht wird, weil aus Gleichgewichtsgründen keine weitere Laststeigerung möglich ist. Stabilitätsversagen wird auch als Versagen infolge beanspruchungsbedingter Steifigkeitsabnahme betitelt. Es kann mit Ausnahme des zentrisch gedrückten Stabes nur bei Werkstoffen mit nichtlinearer Momenten-Krümmungs-Beziehung eintreten (vgl. Abschnitt 3.1), wie es beispielsweise bei linear-elastischen Werkstoffen mit begrenzter Biegezugfestigkeit der Fall ist (vgl. Abschnitt 4.3). Während beim Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung die Werkstofffestigkeiten die Systemtragfähigkeit maßgeblich bestimmen ist beim Stabilitätsversagen die Steifigkeit von entscheidender Bedeutung.

Um die Systemtragfähigkeit zu ermitteln, sind die Momente nach Theorie II. Ordnung mit Hilfe der nichtlinearen Zusammenhänge zwischen Momenten und Krümmungen gemäß Abschnitt 4.3 zu bestimmen. Für das Ersatzstabsystem setzen sich die Momente nach Theorie II. Ordnung aus der Normalkraft, den Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung (e_y^I/t und e_z^I/b) und dem Zuwachs der Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung ($\Delta e_y^{II}/t$ und $\Delta e_z^{II}/b$) zusammen.

$$M_z^{\text{II}}(x) = N \cdot \left(e_y^{\text{I}} + \Delta e_y^{\text{II}}(x) \right) \quad \text{Gl. 4-95}$$

$$M_y^{\text{II}}(x) = N \cdot \left(e_z^{\text{I}} + \Delta e_z^{\text{II}}(x) \right) \quad \text{Gl. 4-96}$$

$$\text{mit } \Delta e_y^{\text{II}}(x) = \int \int \kappa_z^{\text{II}}(x) dx dx \quad \text{Gl. 4-97}$$

$$\Delta e_z^{\text{II}}(x) = \int \int \kappa_y^{\text{II}}(x) dx dx \quad \text{Gl. 4-98}$$

In der hier gewählten normierten Schreibweise ergibt sich:

$$\mu_z^{\text{II}}(x) = \Phi \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \Phi \cdot \frac{\Delta e_y^{\text{II}}(x)}{t} \quad \text{Gl. 4-99}$$

$$\mu_y^{\text{II}}(x) = \Phi \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} + \Phi \cdot \frac{\Delta e_z^{\text{II}}(x)}{b} \quad \text{Gl. 4-100}$$

$$\text{mit } \frac{\Delta e_y^{\text{II}}(x)}{t} = \frac{\Phi \cdot \varepsilon_f}{k_0} \cdot \int \int \kappa_{\Phi,z}^{\text{II}}(x) d\bar{x} d\bar{x} \quad \text{mit } \bar{x} = \frac{x}{t} \quad \text{Gl. 4-101}$$

$$\frac{\Delta e_z^{\text{II}}(x)}{b} = \frac{\Phi \cdot \varepsilon_f}{k_0} \cdot \int \int \kappa_{\Phi,y}^{\text{II}}(x) d\bar{x} d\bar{x} \quad \text{mit } \bar{x} = \frac{x}{b} \quad \text{Gl. 4-102}$$

Analog zu den vorherigen Abschnitten wird nachfolgend die Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten analytisch hergeleitet und ausgewertet. Da für nicht-lineares Werkstoffverhalten keine analytischen Beziehungen für die Querschnittstragfähigkeit sowie die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen vorliegen, wird für diesen Fall ein numerisches Berechnungsmodell zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit verwendet. Mit Hilfe dieses Modells werden die Tragfähigkeiten gemäß den analytischen Herleitungen für linear-elastisches Werkstoffverhalten verifiziert. Des Weiteren werden die Auswirkungen der Biegezugfestigkeit, der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung und des Nachbruchverhaltens auf die Systemtragfähigkeit analysiert.

Um eine Vielzahl verschiedener Druckglieder mit unterschiedlichen Beanspruchungen in möglichst kompakter Form darstellen zu können, werden folgende Normierungen eingeführt:

Normiertes Verhältnis der Schlankheiten in beide Achsrichtungen:

$$\delta = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} = \frac{\frac{h_{\text{ef},y}}{t}}{\frac{h_{\text{ef},z}}{b}} = \frac{h_{\text{ef},y} \cdot b}{h_{\text{ef},z} \cdot t} \quad \text{Gl. 4-103}$$

Normiertes Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung:

$$\psi^I = \frac{\frac{e_z^I}{b}}{\frac{e_y^I}{t}} = \frac{e_z^I \cdot t}{e_y^I \cdot b} \quad \text{Gl. 4-104}$$

Dabei sind die Schlankheiten in die jeweilige Achsrichtung werkstoffnormierte Schlankheiten. Gemäß dem in Abschnitt 4.1 definierten Anwendungsbereich befinden sich das δ - und ψ^I -Verhältnis in folgenden Bereichen:

$$1,0 \leq \delta = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \leq \infty \quad \text{Gl. 4-105}$$

$$0 \leq \psi^I = \frac{e_z^I \cdot t}{e_y^I \cdot b} \leq \infty \quad \text{Gl. 4-106}$$

Für den Sonderfall gleicher Knicklängen in beide Richtungen ($h_{\text{ef},y}/h_{\text{ef},z} = 1,0$) entspricht das δ -Verhältnis dem Verhältnis von Querschnittsbreite zu -dicke (b/t). Bei $h_{\text{ef},y}/h_{\text{ef},z} = 1,0$ mit $\delta = 1,0$ handelt es sich um eine quadratische Stütze und mit $\delta \rightarrow \infty$ um eine unendlich lange Wand. Für $h_{\text{ef},y} \neq h_{\text{ef},z}$ in Verbindung mit dem Grenzfall von $\delta \rightarrow \infty$ haben die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung nur Einfluss auf die Biegung um die schwächere Achse z.

Das Verhältnis von $\psi^I = 0$ entspricht dem Sonderfall der einachsigen Biegung um die schwächere z-Achse ($e_z^I/b = 0$) und für $\psi^I \rightarrow \infty$ ergibt sich der Sonderfall der einachsigen Biegung um die stärkere y-Achse ($e_y^I/t \rightarrow 0$). Das Verhältnis $\psi^{\text{II}} = e_z^{\text{II}} \cdot t / (e_y^{\text{II}} \cdot b)$ entspricht dem Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten im ausgelenkten Zustand. Je nach System und Belastungssituation stellen sich unterschiedliche Verformungen in beide Richtungen ein. Das Verhältnis der Exzentrizitäten ψ^{II} ändert sich durch die Verformungen über die Druckgliedhöhe. Zudem können sich verschiedene Fälle über die Höhe des Druckgliedes ergeben (vgl. Abbildung 4-27).

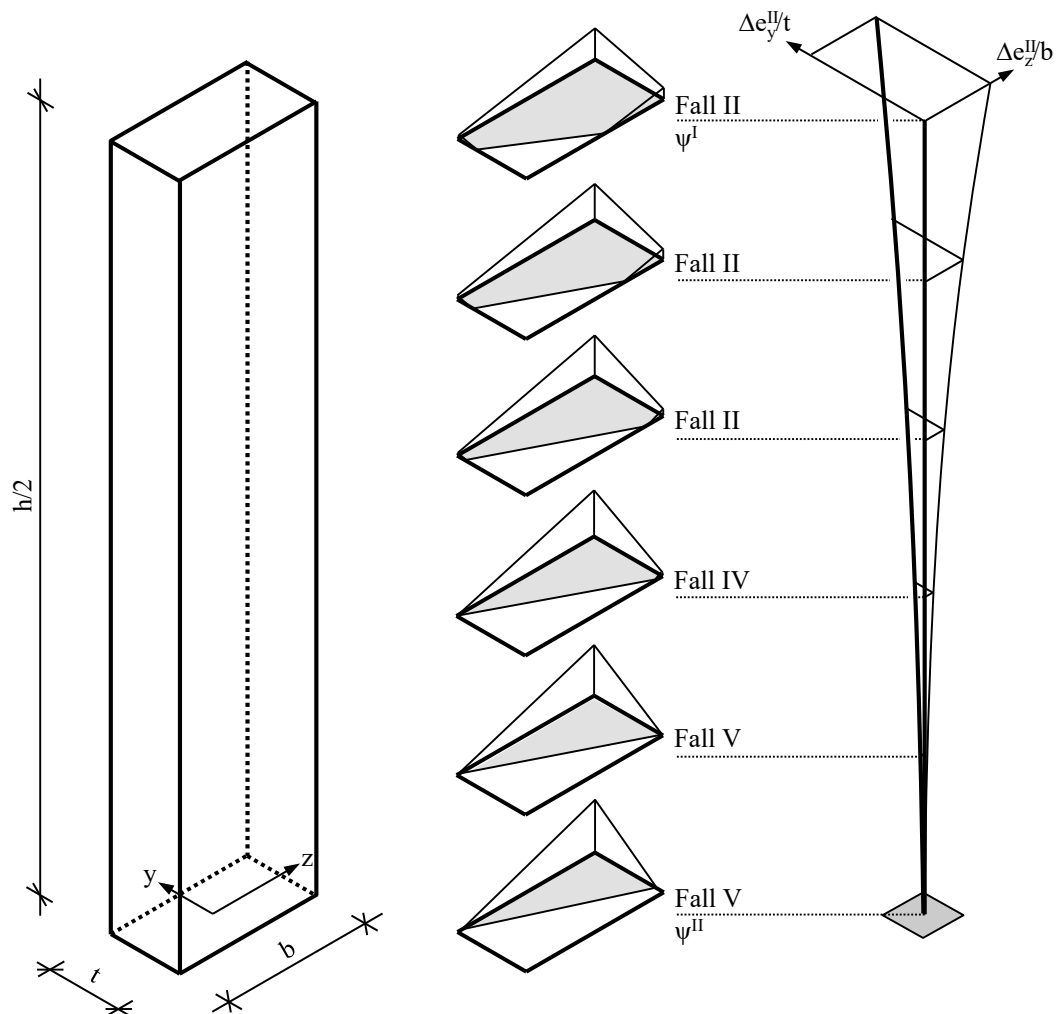


Abbildung 4-27: Spannungs- und Verformungsverteilung über die Höhe des Ersatzstabes in Anlehnung an die Darstellung von Grzeschkowitz (1988)

4.4.2 Linear-elastisches Werkstoffverhalten

4.4.2.1 Allgemeines

Für linear-elastisches Werkstoffverhalten liegen analytische Beziehungen zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit sowie der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung vor, weshalb es möglich ist, die Systemtragfähigkeit unter Berücksichtigung der Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung analytisch zu ermitteln. Lediglich für Fall II existieren keine geschlossen gelösten Beziehungen für die Querschnittstragfähigkeit und Krümmungen. Jedoch kann für Fall II die Ermittlung der Systemtragfähigkeit unter Verwendung der vorgeschlagenen Approximationen numerisch erfolgen.

Die Ermittlung der Systemtragfähigkeit erfolgt am Ersatzstabsystem gemäß Abbildung 4-28. Damit kann die Systemtragfähigkeit auf das Gleichgewicht im verformten Zustand für die am meisten beanspruchte Stabstelle, dem kritischen Schnitt an der Einspannstelle,

zurückgeführt werden. Dafür ist es notwendig, die sich einstellenden Verformungen nach Theorie II. Ordnung zu bestimmen. Mittels der Krümmungsbeziehungen und der realitätsnahen Abschätzung des Krümmungsverlaufes über die Stablänge können die Verformungen direkt ermittelt werden (vgl. Abschnitte 3.2.2, 3.3.2.1, 3.3.2.2 und 3.3.2.3). Diese Vorgehensweise wird um die notwendige Betrachtung der zweiten Ebene erweitert (vgl. Abbildung 4-28).

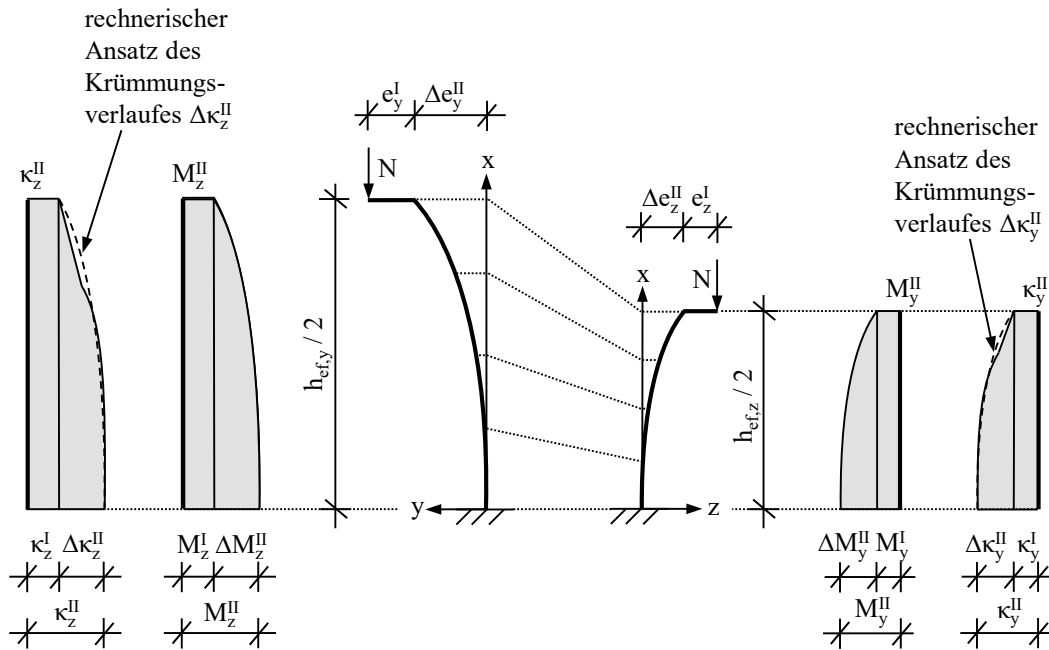


Abbildung 4-28: Räumliches Ersatzstabsystem mit Momenten- und Krümmungsverläufen um beide Achsen

Mit der Annahme eines sinusförmigen Verlaufes der zusätzlichen Krümmung ($\Delta\kappa_z^{\text{II}}$ und $\Delta\kappa_y^{\text{II}}$) können die Verformungen nach Theorie II. Ordnung ($\Delta e_y^{\text{II}}/t$ und $\Delta e_z^{\text{II}}/b$) gemäß Gl. 4-97 und Gl. 4-98 für den Ersatzstab ermittelt werden.

$$\Delta e_y^{\text{II}} = \left(\frac{1}{8} \cdot \kappa_z^{\text{I}} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \Delta\kappa_z^{\text{II}} \right) \cdot h_{\text{ef},y}^2 \quad \text{Gl. 4-107}$$

$$\Delta e_z^{\text{II}} = \left(\frac{1}{8} \cdot \kappa_y^{\text{I}} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \Delta\kappa_y^{\text{II}} \right) \cdot h_{\text{ef},z}^2 \quad \text{Gl. 4-108}$$

Durch die Einführung der Integrationskonstanten C_y und C_z , welche auf den Verhältnissen der Krümmung nach Theorie I. Ordnung beziehungsweise dem Zuwachs nach Theorie II. Ordnung zu der Krümmung nach II. Ordnung basieren, ergeben sich für linear-elastisches Werkstoffverhalten die zusätzlichen Exzentrizitäten $\Delta e_y^{\text{II}}/t$ und $\Delta e_z^{\text{II}}/b$ zu:

$$\frac{\Delta e_y^{\text{II}}}{t} = \Phi^{\text{II}} \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \kappa_{\Phi,z}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 4-109}$$

$$\text{mit } C_y = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{\kappa_{\Phi,z}^{\text{I}}}{\kappa_{\Phi,z}^{\text{II}}} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\Delta \kappa_{\Phi,z}^{\text{II}}}{\kappa_{\Phi,z}^{\text{II}}} \right) \quad \text{Gl. 4-110}$$

$$\frac{\Delta e_z^{\text{II}}}{b} = \Phi^{\text{II}} \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \kappa_{\Phi,y}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 4-111}$$

$$\text{mit } C_z = \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{\kappa_{\Phi,y}^{\text{I}}}{\kappa_{\Phi,y}^{\text{II}}} + \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{\Delta \kappa_{\Phi,y}^{\text{II}}}{\kappa_{\Phi,y}^{\text{II}}} \right) \quad \text{Gl. 4-112}$$

Der immense Vorteil der Integrationskonstanten C_y und C_z besteht darin, dass diese nur in einem Wertebereich von $1/\pi^2 \leq C \leq 1/8$ liegen können. Für ein unendlich gedrunenes Druckglied ist $\kappa_{\Phi}^{\text{I}}/\kappa_{\Phi}^{\text{II}} = 1,0$ und $\Delta \kappa_{\Phi}^{\text{II}}/\kappa_{\Phi}^{\text{II}} = 0,0$ und es ergibt sich eine Integrationskonstante von $C = 1/8$. Für den anderen Grenzfall des unendlich schlanken Druckgliedes mit $\kappa_{\Phi}^{\text{I}}/\kappa_{\Phi}^{\text{II}} \rightarrow 0,0$ und $\Delta \kappa_{\Phi}^{\text{II}}/\kappa_{\Phi}^{\text{II}} \rightarrow 1,0$ ist die Integrationskonstante $C = 1/\pi^2 \approx 0,101$. Wird anstelle eines sinusförmigen Verlaufes der Krümmungen ein parabolischer Verlauf angenommen, so ist die Integrationskonstante $C = 5/48 \approx 0,104$. Für einachsige exzentrisch beanspruchte Stahlbetondruckglieder wurde gezeigt, dass der Ansatz der Integrationskonstante mit $C = 1/10$ ausreichend genaue Ergebnisse liefert [vgl. Quast (1970a), Quast (1970b) und Kordina & Quast (1979)]. Dieser Ansatz wird deshalb auch für die normative Bemessung von Stahlbetonbauteilen gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) übernommen. Die Überprüfung, ob dieser Ansatz für unbewehrte zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder zufriedenstellende Ergebnisse liefert, ist in Abschnitt 4.4.2.8 dargestellt. Die Abschätzung des Verlaufes der Krümmungen über die Stabhöhe mit den Integrationskonstanten stellt eine Näherung des nichtlinearen Berechnungsmodells dar.

An der Einspannstelle ergeben sich die gesamten Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung (e_y^{II}/t und e_z^{II}/b) aus den über die Stablänge konstanten Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung (e_y^{I}/t und e_z^{I}/b) und den zusätzlichen Exzentrizitäten infolge Theorie II. Ordnung ($\Delta e_y^{\text{II}}/t$ und $\Delta e_z^{\text{II}}/b$) gemäß Gl. 4-109 und Gl. 4-111:

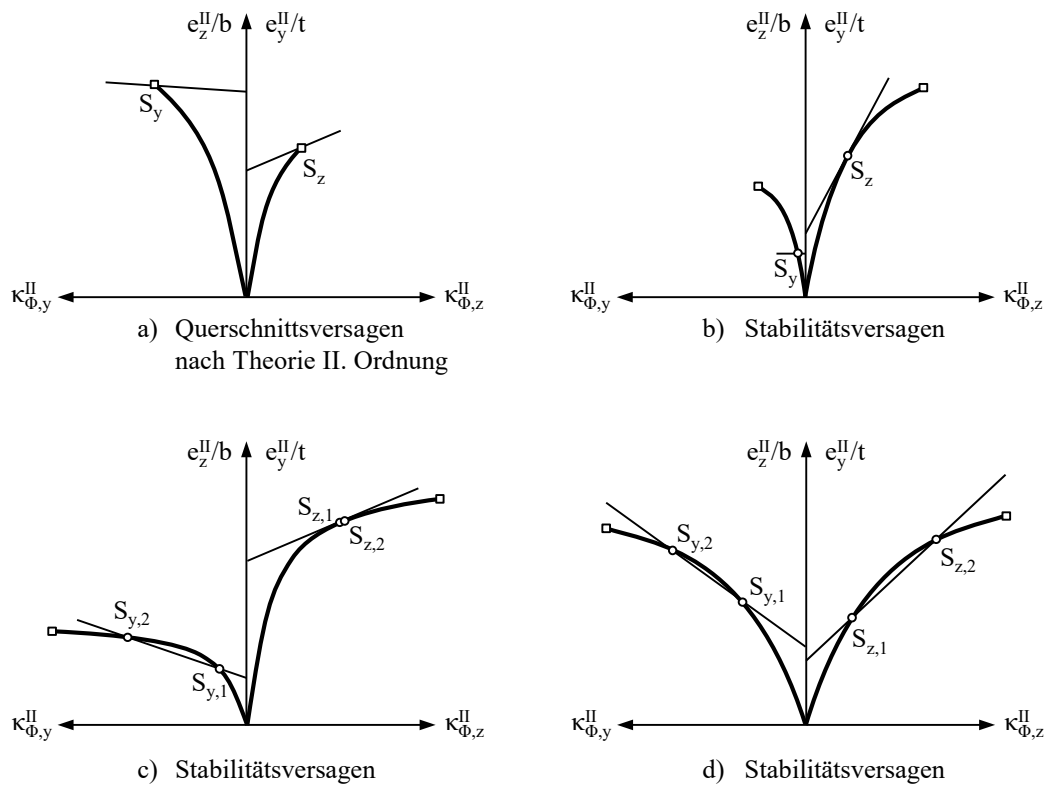
$$\frac{e_y^{\text{II}}}{t} = \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \Phi^{\text{II}} \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \kappa_{\Phi,z}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 4-113}$$

$$\frac{e_z^{\text{II}}}{b} = \frac{e_z^{\text{I}}}{b} + \Phi^{\text{II}} \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \kappa_{\Phi,y}^{\text{II}} \quad \text{Gl. 4-114}$$

Gleichgewicht am ausgelenkten System besteht, wenn im kritischen Schnitt die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 mit den Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen des Querschnittes nach Abschnitt 4.3 übereinstimmen. Beim

Erreichen der Systemtragfähigkeit im Versagenszustand kann diese Übereinstimmung für verschiedene Konstellationen der Schnittpunkte erreicht werden und ist in Abbildung 4-29 grafisch dargestellt. Dabei sind auf der Abszisse die Krümmungen um die jeweilige Achse und auf der Ordinate die zugehörigen Exzentrizitäten e_z^{II}/b oder e_y^{II}/t aufgetragen. Für ein Verhältnis von $\delta = 1,0$ und gleichen Integrationskonstanten ($C_y = C_z$) sind die Steigungen der beiden Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 identisch.

Sofern beide Schnittpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 mit den Endpunkten der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen des Querschnittes ($\max \kappa_{\Phi}^{\text{II}}$) übereinstimmen, wie in Abbildung 4-29 a) dargestellt, entspricht dieser Gleichgewichtszustand der Systemtragfähigkeit beim Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung. Beim Stabilitätsversagen gibt es für die Systemtragfähigkeit von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern verschiedene Konstellationen der Schnittpunkte, die auftreten können (vgl. b) bis d) in Abbildung 4-29). Für Stabilitätsversagen gemäß b) in Abbildung 4-29 ergibt sich für den Gleichgewichtszustand der Schnittpunkt S_y und der tangentialer Berührungspunkt S_z . Da die Gerade für die einwirkende Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung um die y-Achse (Gl. 4-114) parallel zur Abszisse verläuft, spiegelt dies den Sonderfall des Verhältnisses der Schlankheiten zueinander von $\delta = \lambda_y/\lambda_z \rightarrow \infty$ wider. Dabei stellen sich infolge der Theorie II. Ordnung keine zusätzlichen Verformungen um die y-Achse ein. Sofern das Verhältnis der Schlankheiten $\delta < \infty$ ist, ergibt sich streng genommen kein tangentialer Berührungspunkt mehr (vgl. c) in Abbildung 4-29). Zumeist ist diese Abweichung jedoch sehr gering, sodass diese vernachlässigt werden kann. In Abhängigkeit der Exzentrizitäten und der Schlankheiten ist das Gleichgewicht jeweils nur für einen der beiden Schnittpunkte $S_{y,1}$ oder $S_{y,2}$ sowie $S_{z,1}$ oder $S_{z,2}$ gewahrt (vgl. c) in Abbildung 4-29). Dies ist mit der Abhängigkeit der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen von der Normalkraft zu begründen. Je nach System und Normalkraft gibt es deshalb für die Krümmungen um die y-Achse nur einen Schnittpunkt, sodass entweder der Punkt $S_{y,1}$ oder $S_{y,2}$ entfällt. Gleiches gilt für die Krümmungen um die z-Achse. Bei d) in Abbildung 4-29 gibt es keinen strikt oder annähernd tangentialen Berührungspunkt. Wie zuvor gilt dabei, dass pro Achsrichtung nur ein Schnittpunkt den Gleichgewichtsbedingungen gerecht wird. Sofern der Gleichgewichtszustand mit tangentialem Berührungspunkt nicht annähernd dem Zustand mit der maximalen Normalkrafttragfähigkeit entspricht, ist dies in den nachfolgenden Abschnitten 4.4.2.4 bis 4.4.2.6 dargestellt.



Legende

- Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung des Querschnittes nach Abschnitt 4.3
- Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114
- Endpunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung
- Schnittpunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen

Abbildung 4-29: Verschiedene Versagenszustände der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen

Auf Basis der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen werden nachfolgend die Systemtragfähigkeiten der jeweiligen Fälle (I bis V), mit Ausnahme von Fall II, analytisch hergeleitet. Es wird stets zwischen Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung (vgl. a) in Abbildung 4-29) und Stabilitätsversagen (vgl. b) bis d) in Abbildung 4-29) unterschieden. Die analytischen Herleitungen basieren unter anderem auf den Querschnittstragfähigkeiten gemäß Abschnitt 4.2.2.2. Dabei bleibt eine etwaige Erhöhung der Querschnittstragfähigkeit infolge des rechnerischen Versagens der am stärksten gedrückten Ecke des Querschnittes unberücksichtigt, da die maximale Druckdehnung begrenzt wird ($\eta_{\max} = \eta_u$).

4.4.2.2 Fall I

Die normierte Systemtragfähigkeit für das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{R,I,QS}^{II}$ wird mit Hilfe der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung, den zugehörigen Endpunkten gemäß Abschnitt 4.3.2.2 und den zuvor dargestellten Grundlagen nach Abschnitt 4.4.2.1 ermittelt. Durch Einsetzen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung nach Theorie II. Ordnung gemäß Gl. 4-67 und Gl. 4-68 in die Gleichgewichtsbeziehungen

am kritischen Schnitt nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 wird ein Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und drei Unbekannten (e_y^{II}/t , e_z^{II}/b und $\Phi_{\text{R,I,Sp}}^{\text{II}}$) aufgestellt. Die zur Lösung notwendige dritte Gleichung wird durch das Gleichsetzen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung nach Gl. 4-67 mit deren Endpunkt nach Gl. 4-69 aufgestellt. Durch das Lösen des Gleichungssystems mit drei Gleichungen und drei Unbekannten kann die Systemtragfähigkeit analytisch bestimmt werden. Dabei wurde für die Lösung der kubischen Gleichungen auf die Cardanischen Formeln zurückgegriffen. Somit kann die Systemtragfähigkeit für das Querschnittsversagen infolge Druckspannungsversagen des ungerissenen Querschnittes (Fall I) $\Phi_{\text{R,I,QS,c}}^{\text{II}}$ nach Gl. 4-115 bestimmt werden. Die A_i -Werte sind Hilfsrechengrößen zur vereinfachten Darstellung der mathematisch komplexen Beziehung.

$$\Phi_{\text{R,I,QS,c}}^{\text{II}} = \frac{1}{3} + \frac{\cos \left[\frac{2 \cdot \pi}{3} + \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(\frac{A_1}{2 \cdot \sqrt{|A_2|^3}} \right) \right] \cdot \sqrt{A_2} + A_3}{216 \cdot A_4}$$

mit $A_1 = 2 \cdot A_5^3 + 1296 \cdot A_4 \cdot (432 \cdot A_4 - A_5 \cdot A_6)$

$$A_2 = A_5^2 - 432 \cdot A_4 \cdot A_6$$

$$A_3 = 6 \cdot \left[C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \left(1 + 6 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) + C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \left(1 + 6 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) \right] \quad \text{Gl. 4-115}$$

$$A_4 = C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2$$

$$A_5 = 2 \cdot A_3 + 144 \cdot A_4$$

$$A_6 = 12 \cdot (C_y \cdot \lambda_y^2 + C_z \cdot \lambda_z^2) + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) + 1$$

für $\lambda_y \leq \lambda_{y,\text{I,lim}} = \frac{1}{2 \cdot C_y}$

$$\sqrt{\frac{C_y \cdot \left\{ 1 + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) + 12 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \left[1 - \Phi_{\text{I,lim,c}} \cdot \left(6 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + 1 \right) \right] - \frac{1}{\Phi_{\text{I,lim,c}}} \right\}}{3 \cdot \Phi_{\text{I,lim,c}} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} + 12 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot (1 - \Phi_{\text{I,lim,c}}) - \frac{1}{\Phi_{\text{I,lim,c}}} \right]}} \quad \text{Gl. 4-116}$$

mit $\Phi_{\text{I,lim,c}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right)$

und

$$\text{für } \frac{e_y^{\text{II}}}{t} + \frac{e_z^{\text{II}}}{b} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{1 + \left| \frac{f_t}{f_c} \right|}{1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right|} \quad \text{Gl. 4-117}$$

Dabei beschreibt $\lambda_{y,I,\text{lim}}$ die Grenزشlankheit in y-Richtung, bei der das Druckglied vom Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung zum Stabilitätsversagen übergeht und somit Gl. 4-115 bei der Überschreitung von $\lambda_{y,I,\text{lim}}$ ihre Gültigkeit verliert. Die Grenزشlankheit $\lambda_{y,I,\text{lim}}$ kann durch Gleichsetzen der Systemtragfähigkeit $\Phi_{R,I,\text{Sp},c}^{\text{II}}$ gemäß Gl. 4-115 mit der minimal möglichen Normalkraft für Fall I $\Phi_{I,c,\text{lim}}$ (vgl. Gl. 4-116) ermittelt werden. Wird in Gl. 4-116 die einwirkende Normalkraft anstelle der minimal möglichen Normalkraft für den Fall I $\Phi_{I,\text{lim}}$ eingesetzt, so kann die maximal mögliche Schlankheit in y-Richtung ermittelt werden, bis zu der das Querschnittsversagen im Fall I gültig ist.

Bei Verzicht auf den rechnerischen Ansatz der Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0$) vereinfacht sich Gl. 4-116 zu:

$$\lambda_y \leq \lambda_{y,I,\text{lim}} = \frac{1}{2 \cdot C_y} \cdot \sqrt{\frac{C_y \cdot \left[6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) - 12 \cdot C_z \cdot \left(3 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} - \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda_z^2 - 1 \right]}{9 \cdot \left(C_z \cdot \lambda_z^2 + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} - \frac{1}{6} \right)}} \quad \text{Gl. 4-118}$$

Die Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung (e_y^{II}/t und e_z^{II}/b) werden mit Hilfe der Gl. 4-113 und Gl. 4-114 sowie den Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen (Gl. 4-67 und Gl. 4-68) in Abhängigkeit der Normalkrafttragfähigkeit $\Phi_{R,I,\text{QS},c}^{\text{II}}$ hergeleitet:

$$\frac{e_y^{\text{II}}}{t} = \frac{\frac{e_y^{\text{I}}}{t}}{1 - 12 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{R,I,\text{QS},c}^{\text{II}}} \quad \text{Gl. 4-119}$$

$$\frac{e_z^{\text{II}}}{b} = \frac{\frac{e_z^{\text{I}}}{b}}{1 - 12 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \Phi_{R,I,\text{QS},c}^{\text{II}}} \quad \text{Gl. 4-120}$$

Mit Hilfe der Eulerschen Verzweigungslast ($\Phi_{R,I,\text{St}}^{\text{II}} = 1 / (12 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2)$) gemäß Gl. 4-127) kann die Exzentrizität e_y^{II}/t auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$\frac{e_y^{\text{II}}}{t} = \frac{\frac{e_y^{\text{I}}}{t}}{1 - \frac{\Phi_{R,I,\text{QS},c}^{\text{II}}}{\Phi_{R,I,\text{St}}^{\text{II}}}} \quad \text{Gl. 4-121}$$

Gl. 4-121 ist in der nicht normierten Form gemäß Gl. 4-122 allgemein bekannt [vgl. Petersen (1980)].

$$M^{\text{II}} = \frac{M^{\text{I}}}{1 - \frac{N}{N_{\text{crit}}^{\text{II}}}} \quad \text{Gl. 4-122}$$

Für den Sonderfall gleicher Schlankheiten in beiden Richtungen ($\lambda_y = \lambda_z = \lambda$) kann unter Annahme identischer Krümmungsverläufe ($C_y = C_z = C$) die Systemtragfähigkeit des ungerissenen Querschnittes für Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{\text{R,I,QS,c}}^{\text{II}}$ analog zur Gl. 4-115 hergeleitet werden:

$$\Phi_{\text{R,I,QS,c}}^{\text{II}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{24 \cdot C \cdot \lambda^2} \cdot \left[1 + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \right. \\ \left. - \sqrt{1 + 144 \cdot C \cdot \lambda^2 \left(C \cdot \lambda^2 + \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) - 24 \cdot C \cdot \lambda^2} \right. \\ \left. + 12 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) + 1 \right] \right] \quad \text{Gl. 4-123}$$

$$\text{für } \lambda \leq \lambda_{\text{I,lim}} = \frac{\sqrt{3 \cdot C \cdot (\Phi_{\text{I,lim}} - 1) \cdot \left[1 + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) - \frac{1}{\Phi_{\text{I,lim}}} \right]}}{6 \cdot C \cdot (1 - \Phi_{\text{I,lim}})} \quad \text{Gl. 4-124}$$

$$\text{mit } \Phi_{\text{I,lim,c}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \right)$$

Bei Gl. 4-123 ist die Ähnlichkeit zu Gl. 3-30, die das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung für ausschließlich einachsrig exzentrisch beanspruchte Druckglieder beschreibt, bemerkenswert. Analog zu Gl. 4-116 kann die maximal zulässige Schlankheit in y-Richtung $\lambda_{\text{I,lim}}$ mit Hilfe von Gl. 4-124 ermittelt werden, wenn die Normalkraft, die Schlankheit in z-Richtung und die Exzentrizitäten gegeben sind. Wird die Biegezugfestigkeit rechnerisch nicht berücksichtigt, vereinfacht sich Gl. 4-124 zu:

$$\lambda_{\text{I,lim}} \leq \frac{\sqrt{6 \cdot C \cdot \left[1 - 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \right]}}{6 \cdot C} \quad \text{Gl. 4-125}$$

Da beim Fall I der Querschnitt stets ungerissen bleibt, sind die Beziehungen nicht ausschließlich auf mineralische Baustoffe beschränkt, sondern können auch zur Bestimmung der Tragfähigkeit anderer Werkstoffe mit linear-elastischem Werkstoffverhalten mit Bie-

gezugfestigkeiten, wie zum Beispiel Stahl und Holz, verwendet werden. Die Gl. 4-115 zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit ist somit auch bei Anwendung der linearen Elastizitätstheorie mit begrenzten Festigkeiten gültig. Deutlich wird dies bei der Bestimmung der maximal möglichen Grenزشlankheit $\lambda_{y,I,\lim}$, bis zu der Gl. 4-115 gültig ist. Für einen Werkstoff mit gleicher Biegezug- und Druckfestigkeit ($|f_t/f_c| = 1,0$) ergibt sich gemäß Gl. 4-116 eine Grenزشlankheit von $\lambda_{y,I,\lim} \rightarrow \infty$. Dementsprechend ist keine Fallunterscheidung für überwiegend auf Druck beanspruchte Bauteile notwendig und die Systemtragfähigkeit biegezugfester Baustoffe kann somit ausschließlich mit Gl. 4-115 beschrieben werden. Auswertungen zur Systemtragfähigkeit für die biegezugfesten Materialien Stahl und Holz sind in Abschnitt 4.4.2.8 enthalten.

Bei rechnerischer Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit von nur bedingt biegezugfesten Werkstoffen ($0 < |f_t/f_c| < 1,0$) kann die Systemtragfähigkeit auch durch die Überschreitung der Biegezugfestigkeit determiniert werden. Dabei wird die Querschnittstragfähigkeit stets erreicht und somit tritt Querschnittsversagen (Biegezugversagen) nach Theorie II. Ordnung ein. Es wird ein Gleichungssystem mit Hilfe der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung (Gl. 4-67 und Gl. 4-68), den Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung (Gl. 4-113 und Gl. 4-114) und der Querschnittstragfähigkeit infolge von Biegezugversagen (Gl. 4-8) aufgestellt. Dieses kubische Gleichungssystem wird mit Hilfe der Cardanischen Formeln nach der Systemtragfähigkeit $\Phi_{R,I,QS,t}^{\text{II}}$ aufgelöst:

$$\Phi_{R,I,QS,t}^{\text{II}} = \frac{\cos \left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(\frac{A_1}{2 \cdot \sqrt{|A_2|^3}} \right) \right] \cdot \sqrt{A_2} - A_3}{216 \cdot A_4} - \frac{1}{3} \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right|$$

mit

$$A_1 = 2 \cdot A_5^3 + 1296 \cdot A_4 \cdot \left(432 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \cdot A_4 + A_5 \cdot A_6 \right)$$

$$A_2 = A_5^2 + 432 \cdot A_4 \cdot A_6$$

$$A_3 = 6 \cdot \left[C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \left(6 \cdot \frac{e_z^I}{b} - 1 \right) + C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \left(6 \cdot \frac{e_y^I}{t} - 1 \right) \right] \quad \text{Gl. 4-126}$$

$$A_4 = C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2$$

$$A_5 = 2 \cdot A_3 + 144 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \cdot A_4$$

$$A_6 = 12 \cdot \left| \frac{f_t}{f_c} \right| \cdot \left(C_y \cdot \lambda_y^2 + C_z \cdot \lambda_z^2 \right) + 6 \cdot \left(\frac{e_y^I}{t} + \frac{e_z^I}{b} \right) - 1$$

Damit das Biegezugversagen maßgebend wird, muss sich in Abhängigkeit des Verhältnisses der Biegezug- zur Druckfestigkeit eine große bis sehr große Exzentrizität nach Theo-

rie II. Ordnung einstellen. Bereiche der Exzentrizitäten, bei denen das Biegezugversagen auf Querschnittsebene maßgebend wird, sind anschaulich in Abbildung 4-9 dargestellt. Eine Beziehung zur Abgrenzung der Exzentrizitäten, für die Gl. 4-126 Gültigkeit besitzt, kann nicht hergeleitet werden, da für die gerissenen Fälle II bis V die Biegezugfestigkeiten unberücksichtigt bleiben (vgl. Abschnitt 4.2.2.2). Auch die minimale Schlankheit, ab der Gl. 4-126 Gültigkeit besitzt, kann aufgrund der Vernachlässigung der Biegezugfestigkeit der gerissenen Fälle nicht bestimmt werden. Die Beziehungen zur Bestimmung der Exzentrizitäten im ausgelenkten Zustand (Gl. 4-119 und Gl. 4-120) sind auch für das Biegezugversagen gültig, sofern die zugehörige Normalkrafttragfähigkeit infolge des Druckversagens $\Phi_{R,I,QS,c}^{\text{II}}$ anstelle der Normalkrafttragfähigkeit infolge des Biegezugversagens $\Phi_{R,I,QS,t}^{\text{II}}$ zur Berechnung verwendet wird.

Für den ungerissenen Fall I kann Stabilitätsversagen nur eintreten, wenn das Druckglied ideal zentrisch beansprucht wird. Aufgrund des ungerissenen Querschnittes im Fall I liegt ein linearer Zusammenhang zwischen Krümmung und Lastexzentrizität vor (vgl. Gl. 4-67 und Gl. 4-68). Ein für das Stabilitätsversagen erforderlicher tangentialer Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen ist bei der linearen Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung nur möglich, wenn eine der beiden Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 ebenfalls im Ursprung beginnt. Dies bedeutet, dass eine Exzentrizität der Last in die Versagensrichtungen Null sein muss ($e_y^I/t = 0$ oder $e_z^I/b = 0$). Die Verzweigung und damit auch die Verformungen nach Theorie II. Ordnung treten bei einem zentrisch beanspruchten Druckglied ausschließlich in die schwächere Achsrichtung auf, sodass nur die größere der beiden Schlankheiten die Berechnung determiniert. Da im Rahmen dieser Arbeit die Schlankheit in y-Richtung stets gleich oder größer als die Schlankheit in z-Richtung ist ($\lambda_y \geq \lambda_z$), muss nur die Schlankheit in y-Richtung berücksichtigt werden. Durch Gleichsetzen der Steigungen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen (Steigung von Gl. 4-67 und Gl. 4-113) kann für zentrisch beanspruchte Druckglieder die Systemtragfähigkeit bei Stabilitätsversagen $\Phi_{R,I,St}^{\text{II}}$ ermittelt werden:

$$\Phi_{R,I,St}^{\text{II}} = \frac{1}{12 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} \quad \text{für } \lambda_y \geq \lambda_{y,I,\text{lim}}; \quad \frac{e_y^I}{t} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{e_z^I}{b} \leq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-127}$$

$$\text{mit } \lambda_{y,I,\text{lim}} = \sqrt{\frac{1}{12 \cdot C_y}} \quad \text{Gl. 4-128}$$

Die Grenzschlankheit $\lambda_{y,I,\text{lim}}$, ab der das Stabilitätsversagen des zentrisch beanspruchten Druckgliedes maßgebend wird, lässt sich durch Gleichsetzen der Querschnittstragfähigkeit ($\Phi_{R,I}^{\text{II}} = 1,0$ für $e_y^I/t = e_z^I/b = 0$) mit der Systemtragfähigkeit beim Stabilitätsversagen nach Gl. 4-127 herleiten. Bei Ansatz eines sinusförmigen Verlaufes der Krümmung ($C_y = 1/\pi^2$) ist Gl. 4-127 identisch mit der Eulerschen Verzweigungslast gemäß Gl. 3-12.

Einen weiteren Sonderfall stellt das in z-Richtung unendlich gedrungene Druckglied dar, welches ausschließlich einachsig in Richtung der stärkeren z-Achse exzentrisch beansprucht wird ($e_z^I/b > 0$ und $e_y^I/t = 0$). Da die Schlankheit in z-Richtung den Grenzwert Null anstrebt ($\lambda_z \rightarrow 0$), gilt für das Verhältnis der Schlankheiten zueinander $\delta = \lambda_y/\lambda_z \rightarrow \infty$, was beispielsweise einer unendlich langen Wand entspricht. Dabei ist das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung unabhängig von der Schlankheit, da für diesen Sonderfall keine Verformungen in z-Richtung nach Theorie II. Ordnung auftreten. Somit ergibt sich die Systemtragfähigkeit bei Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{R,I,QS,c}^{II}$ in Abhängigkeit der Exzentrizität e_z^I/b gemäß Gl. 4-6 zu:

$$\Phi_{R,I,QS,c}^{II} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \frac{e_z^I}{b}} \quad \text{für } \lambda_y \leq \lambda_{y,I,\lim}; \delta \rightarrow \infty, \psi^I \rightarrow \infty \text{ und } \frac{e_z^I}{b} \leq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-129}$$

$$\text{mit } \lambda_{y,I,\lim} = \sqrt{\frac{1 + 6 \cdot \frac{e_z^I}{b}}{12 \cdot C_y}} \quad \text{Gl. 4-130}$$

Da der Querschnitt im Fall I im ungerissenen Zustand verbleibt, stellt die Verzweigungslast gemäß Gl. 4-127 die Obergrenze der Systemtragfähigkeit für große Schlankheiten ($\lambda_y \geq \lambda_{y,I,\lim}$) dar. Der Gültigkeitsbereich der Verzweigungslast gemäß Gl. 4-127 kann für den Sonderfall ($\delta \rightarrow \infty$) mit $\lambda_{y,I,\lim}$ nach Gl. 4-130 und $e_z^I/b \leq 1/6$ erweitert werden. Für dieses System ($\delta \rightarrow \infty$) und für die Belastungssituationen mit $\psi^I \rightarrow \infty$ und $e_z^I/b \leq 1/6$ beschreibt die Verzweigungslast gemäß Gl. 4-127 die Tragfähigkeit bei Seitwärtsversagen (vgl. Abbildung 4-32). Wie bereits in Abschnitt 3.1 definiert, wird im Rahmen dieser Arbeit das Seitwärtsversagen als Spannungs- oder Stabilitätsversagen infolge maßgeblicher Verformungen in Richtung der schwächeren y-Achsrichtung (Biegung um die z-Achse) bei dominierender Beanspruchung in Richtung der stärkeren z-Achsrichtung (Biegung um die y-Achse) verstanden. Die Grenzschlankheit $\lambda_{y,I,\lim}$ gemäß Gl. 4-130 wird durch Gleichsetzen von Gl. 4-127 mit Gl. 4-129 ermittelt. Da der Querschnitt für Exzentrizitäten von $e_z^I/b \geq 1/6$ aufreißt, verliert Fall I die Gültigkeit und das System geht für diesen Sonderfall in Fall IV gemäß Abschnitt 4.4.2.5 über.

4.4.2.3 Fall II

Für Fall II liegen gemäß den Abschnitten 4.2.2.2 und 4.3.2.3 keine geschlossen gelösten analytischen Beziehungen zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit und Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen vor, weshalb eine analytische Herleitung der Systemtragfähigkeit derzeit nicht möglich ist. Für bestimmte Werte können die Querschnittstragfähigkeit, Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen und auch die Systemtragfähigkeit beim Spannungs- oder Stabilitätsversagen ermittelt werden. Dazu können die iterativ zu lösenden analytischen Beziehungen oder die vorgestellten Approximationen herangezogen werden. Die zugehörige systematische Vorgehensweise ist im noch folgenden Abschnitt 4.4.2.7 zur iterativen Ermittlung der Systemtragfähigkeit dargelegt.

4.4.2.4 Fall III

Wie auch bei Fall I wird für Fall III ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten aufgestellt. Dabei basieren die ersten zwei Gleichungen auf dem Gleichgewicht im kritischen Schnitt. Hierfür werden die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen gemäß Gl. 4-80 und Gl. 4-81 in Gl. 4-113 und Gl. 4-114 eingesetzt. Für das Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung basiert die dritte notwendige Gleichung auf dem Endpunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung um die schwächere z-Achse nach Gl. 4-83, welche mit der Krümmung gemäß Gl. 4-81 gleichgesetzt wird. Somit ergeben sich für das Querschnittsversagen im Fall III folgende Beziehungen:

$$0 = \frac{e_y^I}{t} - \frac{e_y^{II}}{t} - \frac{16 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{R,III,QS}^{II} \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^3 + \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + \frac{e_z^{II}}{b} + \frac{1}{4} \right] \cdot A_2}{\left(2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + A_1 \right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y^{II}}{t} - 1 \right)^2 \cdot \left(A_1 - 6 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + 2 \right) \cdot A_3}$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2}$$

Gl. 4-131

$$A_2 = 4 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + \left(2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} - 1 \right) \cdot A_1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + 32 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^3 - 1$$

$$A_3 = 2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + A_1 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} - \frac{1}{6} \right) + 2 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + \frac{1}{6}$$

$$0 = \frac{e_z^I}{b} - \frac{e_z^{II}}{b} - \frac{24 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 \cdot \Phi_{R,III,QS}^{II} \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + 1 \right]}{\left(2 \cdot \frac{e_y^{II}}{t} - 1 \right) \cdot \left[\sqrt{1 - 12 \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2} + 2 \right]} \quad \text{Gl. 4-132}$$

$$0 = \frac{6 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left(1 + 4 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + 2 \cdot A_1 \right) - 5 \cdot A_1 - 4}{6 \cdot \Phi_{R,III,QS}^{II^2} \cdot \left(4 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + 1 \right) \cdot \left[4 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left(1 - 6 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} - A_1 \right) + 2 \cdot A_1 + 1 \right]} - \frac{16 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^3 + \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + \frac{e_z^{II}}{b} + \frac{1}{4} \right] \cdot \left[\left(2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} - 1 \right) \cdot A_1 + A_2 \right]}{\left(2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + A_1 \right) \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y^{II}}{t} - 1 \right)^2 \cdot \left(A_1 - 6 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + 2 \right) \cdot A_3} \quad \text{Gl. 4-133}$$

$$\begin{aligned} \text{mit } A_1 &= \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2} \\ A_2 &= \frac{e_z^{II}}{b} \cdot \left(32 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 - 12 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + 4 \right) - 1 \\ A_3 &= 2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + A_1 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} - \frac{1}{6} \right) + 2 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\text{für } \frac{e_z^{II}}{b} \leq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-134}$$

$$\text{und } \frac{e_y^{II}}{t} \geq \frac{8 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + 2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2}}{2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b} \right) \cdot \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2} - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{II}}{b} \right)^2 + \frac{1}{2}} \quad \text{Gl. 4-135}$$

Das vorstehende Gleichungssystem mit den drei Gleichungen (Gl. 4-131 bis Gl. 4-133) und den drei unbekannten Größen (e_y^{II}/t , e_z^{II}/b und $\Phi_{R,III,QS}^{II}$) ist nicht geschlossen gelöst. Für bestimmte Werte ist die Lösung mittels der numerischen Mathematik problemlos möglich. Die Beziehungen besitzen Gültigkeit, sofern die Fallgrenzen unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung (Gl. 4-134 und Gl. 4-135) eingehalten werden und kein Stabilitätsversagen eintritt. Im Falle des Stabilitätsversagens gibt es keine Lösung des dargestell-

ten Gleichungssystemen, da kein adäquater Gleichgewichtszustand für das System gefunden werden kann, bei dem der Endpunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung erreicht wird.

Die notwendigen Beziehungen zur Beschreibung des Gleichgewichtszustandes im kritischen Schnitt gemäß Gl. 4-131 und Gl. 4-132 können auch für das Stabilitätsversagen herangezogen werden. Dabei muss jedoch die Schreibweise der Systemtragfähigkeit von Querschnittsversagen $\Phi_{R,III,QS}^II$ zum Stabilitätsversagen $\Phi_{R,III,St}^II$ adjustiert werden. Es sind stets die Fallgrenzen unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung gemäß Gl. 4-134 und Gl. 4-135 einzuhalten.

Das Stabilitätsversagen tritt im Fall III für $\delta \rightarrow \infty$ ein, wenn das Gleichgewicht am Gesamtsystem gewahrt wird und die Steigungen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse übereinstimmen. Zur Ermittlung des tangentialen Berührungspunktes wird zunächst die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung gemäß Gl. 4-81 nach e_y^II/t aufgelöst und anschließend, analog der Krümmungsbeziehung des Systems gemäß Gl. 4-113, nach der Krümmung $\kappa_{\Phi,III,z}^II$ differenziert:

$$\frac{d \frac{e_y^II}{t}}{d \kappa_{\Phi,III,z}^II} = \frac{\sqrt{6 \cdot \frac{e_z^II}{b} \cdot \left(4 \cdot \frac{e_z^II}{b} + 1\right) \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z^II}{b}\right)^2 + 1\right]}}{2 \cdot \kappa_{\Phi,III,z}^II^{3/2} \cdot \sqrt{\left(2 \cdot \frac{e_z^II}{b} + A_1\right) \cdot \left(6 \cdot \frac{e_z^II}{b} - A_1 - 2\right)}} \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot \frac{e_z^II}{b} + 2 \cdot \frac{e_z^II}{b} \cdot A_1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^II}{b}\right)^2 + 32 \cdot \left(\frac{e_z^II}{b}\right)^3 - A_1 - 1}}{12 \cdot \frac{e_z^II}{b} + 6 \cdot \frac{e_z^II}{b} \cdot A_1 + 12 \cdot \left(\frac{e_z^II}{b}\right)^2 - A_1 + 1} \quad Gl. 4-136$$

$$\text{mit } A_1 = \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^II}{b}\right)^2}$$

$$\frac{d \frac{e_y^II}{t}}{d \kappa_{\Phi,III,z}^II} = \Phi_{R,III,St}^II \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \quad Gl. 4-137$$

Durch Gleichsetzen der beiden Steigungen (Gl. 4-136 und Gl. 4-137) und Einsetzen der Krümmung $\kappa_{III,\Phi,z}^II$ gemäß Gl. 4-81 ergibt sich für den tangentialen Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse folgende Beziehung:

$$0 = \frac{\sqrt{6 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b} \cdot \left(4 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b} + 1\right) \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{e_z^{\text{II}}}{b}\right)^2 + 1\right] \cdot [A_1 - A_2 - 1]}}{2 \cdot \sqrt{\left(2 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b} + A_2\right) \cdot \left(6 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b} - A_2 - 2\right) \cdot A_3}} - C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{\text{R,III,St}}^{\text{II}}$$

mit $A_1 = \frac{e_z^{\text{II}}}{b} \cdot \left(4 + 2 \cdot A_2 - 12 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b} + 32 \cdot \left(\frac{e_z^{\text{II}}}{b}\right)^2\right)$

$$A_2 = \sqrt{1 - 12 \cdot \left(\frac{e_z^{\text{II}}}{b}\right)^2} \quad \text{Gl. 4-138}$$

$$A_3 = \frac{e_z^{\text{II}}}{b} \cdot \left(12 + 6 \cdot A_2 + 12 \cdot \frac{e_z^{\text{II}}}{b}\right) - A_2 + 1$$

$$A_4 = \frac{(144 - 48 \cdot A_2) \cdot \left(\frac{e_z^{\text{II}}}{b}\right)^2 + 4 \cdot A_2 + 4}{9 \cdot \left(2 \cdot \frac{e_y^{\text{II}}}{t} - 1\right)^2}$$

Für bestimmte Werte kann die Systemtragfähigkeit für das Stabilitätsversagen im Fall III ($\Phi_{\text{R,III,St}}^{\text{II}}$) mittels Gl. 4-131, Gl. 4-132 und Gl. 4-138 ermittelt werden. Für den theoretischen Grenzfall $\delta \rightarrow \infty$ liefert das Gleichungssystem exakte Werte. Mit abnehmenden δ -Verhältnissen nimmt die Steigung der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung (vgl. Gl. 4-137 in Verbindung mit Gl. 4-103) kontinuierlich zu. Bei in etwa tangentialen Berührungspunkten der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse kann sich für $\delta < \infty$ ein Gleichgewichtszustand einstellen, bei dem die Systemtragfähigkeit größer ist als nach den vorstehenden Beziehungen gemäß Gl. 4-131, Gl. 4-132 und Gl. 4-138. Wie bereits erläutert, geht der Gleichgewichtszustand mit der größten Normalkrafttragfähigkeit – der Systemtragfähigkeit – nicht zwingend mit einem strikt tangentialen Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse einher (vgl. Abschnitt 4.4.2.1). Der strikt tangentielle Berührungspunkt liefert für diesen Sachverhalt stets einen Gleichgewichtszustand mit konservativen Tragfähigkeiten, wobei die Abweichungen zur Systemtragfähigkeit in der Regel vernachlässigbar gering sind. Für Fälle mit $\delta < 1,5$ und $\psi^{\text{I}} \rightarrow 1,0$ kann der Fehler mehr als 3 % betragen. Um die Systemtragfähigkeit auch für diese Grenzfälle präzise zu bestimmen, wird eine iterative Ermittlung der Systemtragfähigkeit verwendet (vgl. Abschnitt 4.4.2.7).

4.4.2.5 Fall IV

Im Gegensatz zur Querschnittstragfähigkeit und -krümmung ist Fall IV zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit ausschließlich bei Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung mit dem vorherigen Fall III vergleichbar. Zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit bei Querschnittsversagen ($\Phi_{R,IV,QS}^{\text{II}}$) können Gl. 4-131 bis Gl. 4-133 auch für Fall IV angewandt werden, wenn die y- und z-Achse miteinander getauscht werden. Dies wird erreicht, indem folgende Größen miteinander getauscht werden: e_y^{I}/t mit e_z^{I}/b , e_y^{II}/t mit e_z^{II}/b , C_y mit C_z , λ_y mit λ_z , $\Phi_{R,III,QS}^{\text{II}}$ mit $\Phi_{R,IV,QS}^{\text{II}}$. Damit steht für Fall IV ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten zur Verfügung. Somit ist für Fall IV, ebenso wie für Fall III, die Systemtragfähigkeit bei Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung für bestimmte Werte lösbar.

Ausschließlich für den Sonderfall der gleichen Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = \lambda_y/\lambda_z = 1,0$) können die Beziehungen von Fall III (Gl. 4-131, Gl. 4-132 und Gl. 4-138) zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit von Fall IV bei Stabilitätsversagen in der Regel mit ausreichender Genauigkeit angewandt werden. Dabei müssen folgende Größen miteinander getauscht werden: e_y^{I}/t mit e_z^{I}/b , e_y^{II}/t mit e_z^{II}/b , C_y mit C_z , λ_y mit λ_z , $\Phi_{R,III,St}^{\text{II}}$ mit $\Phi_{R,IV,St}^{\text{II}}$. Für gleiche Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = 1,0$) und für Belastungssituationen mit $\psi^{\text{II}} < 2,0$ (insbesondere für $\psi^{\text{II}} \rightarrow 1$) ergeben sich Fehler größer als 3 %. Dabei liefert das Gleichungssystem stets konservative Traglasten. Mit zunehmenden δ -Verhältnis ($\delta > 1,0$) weicht der Gleichgewichtszustand mit tangentialem Berührungspunkt (e_z^{II}/b) immer weiter vom Gleichgewichtszustand mit der maximalen Normalkrafttragfähigkeit, der Systemtragfähigkeit, ab. Dies gilt insbesondere auch für den Sachverhalt des Seitwärtsversagens. Mit zunehmenden δ -Verhältnissen werden die Verformungen nach Theorie II. Ordnung in Richtung der z-Achse aufgrund der verhältnismäßig kleineren Schlankheiten in z-Richtung λ_z geringer. In Abhängigkeit von ψ^{I} und δ ergibt sich für die Krümmungen um die y-Richtung ein Sekantenschnittpunkt und für die Krümmungen um die z-Richtung ein annähernd tangentialer Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen. Dabei stellt der tangentialer Berührungspunkt einen Gleichgewichtszustand dar, der geringere Tragfähigkeiten als die Systemtragfähigkeit liefert. Der tangentialer Berührungspunkt für Krümmungen um die z-Achse kann durch Auflösen von Gl. 4-85 nach e_y^{II}/t , Differenzieren nach $\kappa_{\Phi,IV,z}^{\text{II}}$ und Gleichsetzen mit der nach $\kappa_{\Phi,IV,z}^{\text{II}}$ abgeleiteten Gl. 4-113 (vgl. Gl. 4-137) ermittelt werden. Da die sich daraus ergebende Beziehung enorm unhandlich ist und die Tragfähigkeit dennoch nicht exakt abbildet, wird eine Darstellung als nicht zielführend erachtet. Somit wird bei Fall IV für $\delta > 1,0$ empfohlen, auf die in Abschnitt 4.4.2.7 vorgestellte Methode zur iterativen Ermittlung der Systemtragfähigkeit zurückzugreifen.

Nachstehend wird die Systemtragfähigkeit bei Querschnitts- und Stabilitätsversagen für den Sonderfall des in z-Richtung unendlich gedrunenen ($\delta \rightarrow \infty$), einachsigen exzentrisch

beanspruchten Druckgliedes ($e_y^I/t = 0,0$ und $e_z^I/b > 0,0$) hergeleitet. Dies ist beispielsweise eine unendlich lange Wand mit ausschließlicher Momentenbeanspruchung um die starke Achse. Aufgrund von $e_y^I/t = 0,0$ und $\lambda_z = 0,0$ treten beim Querschnittsversagen keine Verformungen nach Theorie II. Ordnung auf, sodass die Systemtragfähigkeiten nach Theorie I. und II. Ordnung identisch sind. Die Systemtragfähigkeit für Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{R,IV,QS}^{II}$ ergibt sich für diesen Sonderfall gemäß Gl. 4-27 zu:

$$\Phi_{R,IV,QS}^{II} = \frac{3}{4} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^I}{b} \right) \quad \text{Gl. 4-139}$$

$$\text{für } \lambda_y \leq \lambda_{y,IV,\lim} = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot C_y}}; \delta \rightarrow \infty; \psi \rightarrow \infty \text{ und } \frac{e_z^I}{b} \geq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-140}$$

Für Fall IV gilt für die Exzentrizitäten in z-Richtung $e_z^I/b > 1/6$; das bedeutet, dass der Querschnitt stets aufgerissen und die Steifigkeit in y-Richtung wegen der Rissbildung reduziert ist. Da der traglastmindernde Einfluss der Rissbildung für das Stabilitätsversagens linear ist, kann die Systemtragfähigkeit ($\Phi_{R,IV,St}^{II}$) für schlanke Druckglieder mit $\delta \rightarrow \infty$, $\psi^I \rightarrow \infty$ und $e_z^I/b \geq 1/6$ durch Gleichsetzen der Steigungen der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen (Steigungen von Gl. 4-68 und Gl. 4-113) unter Berücksichtigung der Steifigkeitsabminderung infolge der Rissbildung gemäß Gl. 4-33 hergeleitet werden.

$$\Phi_{R,IV,St}^{II} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_z^I}{b}}{8 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} \quad \text{Gl. 4-141}$$

$$\text{für } \lambda_y \geq \lambda_{y,IV,\lim} = \sqrt{\frac{1}{6 \cdot C_y}}; \delta \rightarrow \infty; \psi \rightarrow \infty \text{ und } \frac{e_z^I}{b} \geq \frac{1}{6} \quad \text{Gl. 4-142}$$

Die Schlankheit beim Übergang vom Spannungs- zum Stabilitätsversagen ($\lambda_{y,IV,\lim}$) kann durch Gleichsetzen der Systemtragfähigkeiten gemäß Gl. 4-139 und Gl. 4-141 ermittelt werden. Die Gl. 4-141 beschreibt die Systemtragfähigkeit beim Seitwärtsversagen für den Grenzfall $\delta \rightarrow \infty$, $\psi^I \rightarrow \infty$ und $e_z^I/b \geq 1/6$. Im Vergleich zur Eulerschen Verzweigungslast (Gl. 4-127) kann Gl. 4-141 als Verzweigungslast für senkrecht zur Versagensebene exzentrisch beanspruchte Druckglieder mit linear-elastischem Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit betitelt werden. Für dieses Werkstoffverhalten stellt die Verzweigungslast den oberen Grenzwert der Systemtragfähigkeit dar (vgl. Abbildung 4-32). Der Begriff Verzweigungslast ist dabei zutreffend, da sich die Last-Verformungs-Beziehung, wie der Name impliziert, verzweigt und die Richtung der Verformungen (in oder gegen y-Richtung) nicht a priori vorhergesagt werden kann.

4.4.2.6 Fall V

Die Ermittlung der Systemtragfähigkeit bei Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung erfolgt ebenfalls durch ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen. Dabei werden zwei Gleichungen mit dem Gleichgewichtszustand und den damit verbundenen Schnittpunkten der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen bestimmt. Dies wird durch das Einsetzen der Querschnittskrümmungen gemäß Gl. 4-91 und Gl. 4-92 in Gl. 4-113 und Gl. 4-114 erreicht. Für das Querschnittsversagen wird zusätzlich der Endpunkt der Krümmungsbeziehung (Gl. 4-94) mit der Krümmung gemäß Gl. 4-92 gleichgesetzt. Mit Hilfe dieses Gleichungssystems kann die Systemtragfähigkeit für Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung $\Phi_{R,V,QS}^{II}$ geschlossen gelöst werden:

$$\Phi_{R,V,QS}^{II} = \frac{1}{6} \cdot \left[\sqrt{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right)^2 - 4 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right) \right] \cdot \left[\sqrt{\left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right)^2 - 4 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2} + \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right) \right] \quad \text{Gl. 4-143}$$

$$\text{für } \frac{e_y^{II}}{t} = 4 \cdot \left[1 + 2 \cdot \frac{e_y^I}{t} - \sqrt{4 \cdot \left(\frac{e_y^I}{t}\right)^2 - 4 \cdot \frac{e_y^I}{t} - 4 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 + 1} \right] \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-144}$$

$$\text{und } \frac{e_z^{II}}{b} = 4 \cdot \left[1 + 2 \cdot \frac{e_z^I}{b} - \sqrt{4 \cdot \left(\frac{e_z^I}{b}\right)^2 - 4 \cdot \frac{e_z^I}{b} - 4 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 + 1} \right] \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-145}$$

$$\text{und } \lambda_z \leq \lambda_{z,V,\lim} \quad \text{Gl. 4-146}$$

Für die Ermittlung der Systemtragfähigkeit beim Stabilitätsversagen werden die Schnittpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen weiterverwendet. Die notwendige dritte Beziehung wird durch den tangentialen Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse beschrieben. Hierzu wird zunächst die Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung (Gl. 4-92) nach e_y^{II}/t aufgelöst und anschließend nach der Krümmung $\kappa_{V,\Phi,z}^{II}$ differenziert:

$$\frac{d \frac{e_y^{II}}{t}}{d \kappa_{V,\Phi,z}^{II}} = \frac{\sqrt{3}}{8 \cdot \kappa_{V,\Phi,z}^{II \cdot 3/2} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{e_z^{II}}{b}}} \quad \text{Gl. 4-147}$$

Ebenso wird Gl. 4-113 nach der Krümmung $\kappa_{IV,\Phi,z}^{\text{II}}$ differenziert:

$$\frac{d \frac{e_y^{\text{II}}}{t}}{d \kappa_{V,\Phi,z}} = \Phi_{R,V,\text{St}}^{\text{II}} \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \quad \text{Gl. 4-148}$$

Durch das Gleichsetzen von Gl. 4-147 mit Gl. 4-148 in Verbindung mit den zuvor beschriebenen Schnittpunkten der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen wird die Systemtragfähigkeit für das Stabilitätsversagen $\Phi_{R,V,\text{St}}^{\text{II}}$ hergeleitet:

$$\Phi_{R,V,\text{St}}^{\text{II}} = \frac{4 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t}\right)^3}{C_y^3 \cdot \lambda_y^3} \cdot \left[\frac{1}{243} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{e_y^{\text{I}}}{t}\right) \cdot \left(32 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \cdot c_z \cdot \lambda_z^2\right) + \left(\frac{e_z^{\text{I}}}{b} - 1\right) \cdot \left(36 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \cdot C_y \cdot \lambda_y^2\right)} + 9 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 - 8 \cdot C_z \cdot \lambda_z^2 + \left(\frac{1}{81} \cdot C_y^2 \cdot \lambda_y\right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b}\right) \right] \quad \text{Gl. 4-149}$$

$$\text{für } \frac{e_y^{\text{II}}}{t} = \frac{2}{3} \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{1}{6} \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-150}$$

$$\text{und } \frac{e_z^{\text{II}}}{b} = \frac{1}{2} - \frac{9 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \Phi_{R,V,\text{St}}^{\text{II}}}{16 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} - \frac{1}{3}\right)^2} \geq \frac{1}{4} \quad \text{Gl. 4-151}$$

$$\text{und } \lambda_z \geq \lambda_{z,V,\text{lim}} \quad \text{Gl. 4-152}$$

Die Schlankheit, bei der die Versagenart von Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung in Stabilitätsversagen übergeht ($\lambda_{z,V,\text{lim}}$), wird durch Gleichsetzen der zugehörigen Systemtragfähigkeiten gemäß Gl. 4-143 und Gl. 4-149 ermittelt.

$$\lambda_{z,V,\text{lim}} = \frac{9 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z}{b}\right)}{8 \cdot C_z \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y}{t}\right)^3} \cdot \sqrt{6 \cdot C_z \cdot \left[-16 \cdot \left(\frac{e_y}{t}\right)^2 + 16 \cdot \frac{e_y}{t} + 27 \cdot C_y \cdot \lambda_y^2 - 4\right]} \quad \text{Gl. 4-153}$$

Beim Stabilitätsversagen von Fall V kann der Gleichgewichtszustand mit strikt tangentialen Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse (vgl. Gl. 4-149) nicht dem Gleichgewichtszustand mit der maximal möglichen Normalkrafttragfähigkeit entsprechen. Für Schlankheitsverhältnisse von $\delta > 1,5$ liefert Gl. 4-149 in der Regel ausreichend genaue Ergebnisse. Nur für Systeme mit $\delta < 1,5$ und für Belastungssituationen mit annähernd gleichen Exzentrizitäten in beide Richtungen ($\psi^I \approx 1,0$) sind die Tragfähigkeiten um wenige Prozent geringer als die Systemtragfähigkeit. Für den Sonderfall $\delta \rightarrow \infty$ beschreibt Gl. 4-149 die Traglast korrekt (vgl. Fall III gemäß Abschnitt 4.4.2.4). Sofern der Ausdruck innerhalb der Wurzel von Gl. 4-149 negativ wird, kann sich kein tangentialer Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen um die z-Achse einstellen. Für diesen Fall sind alle achsenbezogenen Größen zu tauschen, sodass sich ein tangentialer Berührungspunkt für die Krümmungen um die y-Achse ergibt. Mit den getauschten Größen (e_y^I/t mit e_z^I/b , λ_y mit λ_z und C_y mit C_z) kann die Systemtragfähigkeit nach Gl. 4-149 berechnet werden. Alternativ dazu kann die Ermittlung der Systemtragfähigkeit auch iterativ erfolgen (vgl. Abschnitt 4.4.2.7).

4.4.2.7 Iterative Ermittlung der Systemtragfähigkeit

Für wenige Sonderfälle liefert der tangentiale Berührungspunkt der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen beim Stabilitätsversagen nicht den Gleichgewichtszustand mit der größten Normalkrafttragfähigkeit und spiegelt somit nicht die Systemtragfähigkeit wider. Die genaue Ermittlung der Systemtragfähigkeit kann mit Hilfe des Gleichgewichts im kritischen Schnitt auch iterativ erfolgen. Dabei wird das numerische Optimierungsverfahren auf Basis der generalisierten reduzierten Gradienten verwendet. Die zugehörige Vorgehensweise zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit ist in Abbildung 4-30 schematisch dargestellt.

Zur Berechnung der Systemtragfähigkeit sind zunächst Belastung und System mit Hilfe der Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung (e_y^I/t und e_z^I/b), den Integrationskonstanten (C_y und C_z) sowie den Schlankheiten (λ_y und λ_z) zu definieren. Für die erste Iteration werden Startwerte für die Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung (e_y^{II}/t und e_z^{II}/b) und die Normalkraft Φ^{II} gewählt. Für die Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung empfiehlt es sich, die Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung als Eingangswerte anzunehmen. Der Eingangswert für die Normalkraft Φ^{II} kann frei gewählt werden. Mit Hilfe dieser Parameter erfolgt die Fallunterscheidung in die Fälle I bis V und anschließend die Ermittlung der Krümmungen ($\kappa_{\Phi,y}^{II}$ und $\kappa_{\Phi,z}^{II}$) nach Abschnitt 4.3.2 sowie der Querschnittstragfähigkeit nach Abschnitt 4.2.2.2. Überschreitet die Normalkraft die Querschnittstragfähigkeit, so ist die angesetzte Normalkraft zu groß und muss dementsprechend reduziert werden. Die Berechnung muss nach der Optimierung der Eingangswerte wieder von Beginn durchgeführt werden. Diese vorteilhafte Vorgehensweise erspart die gesonderte Berechnung der

Endpunkte der Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehung und reduziert damit den Berechnungsaufwand.

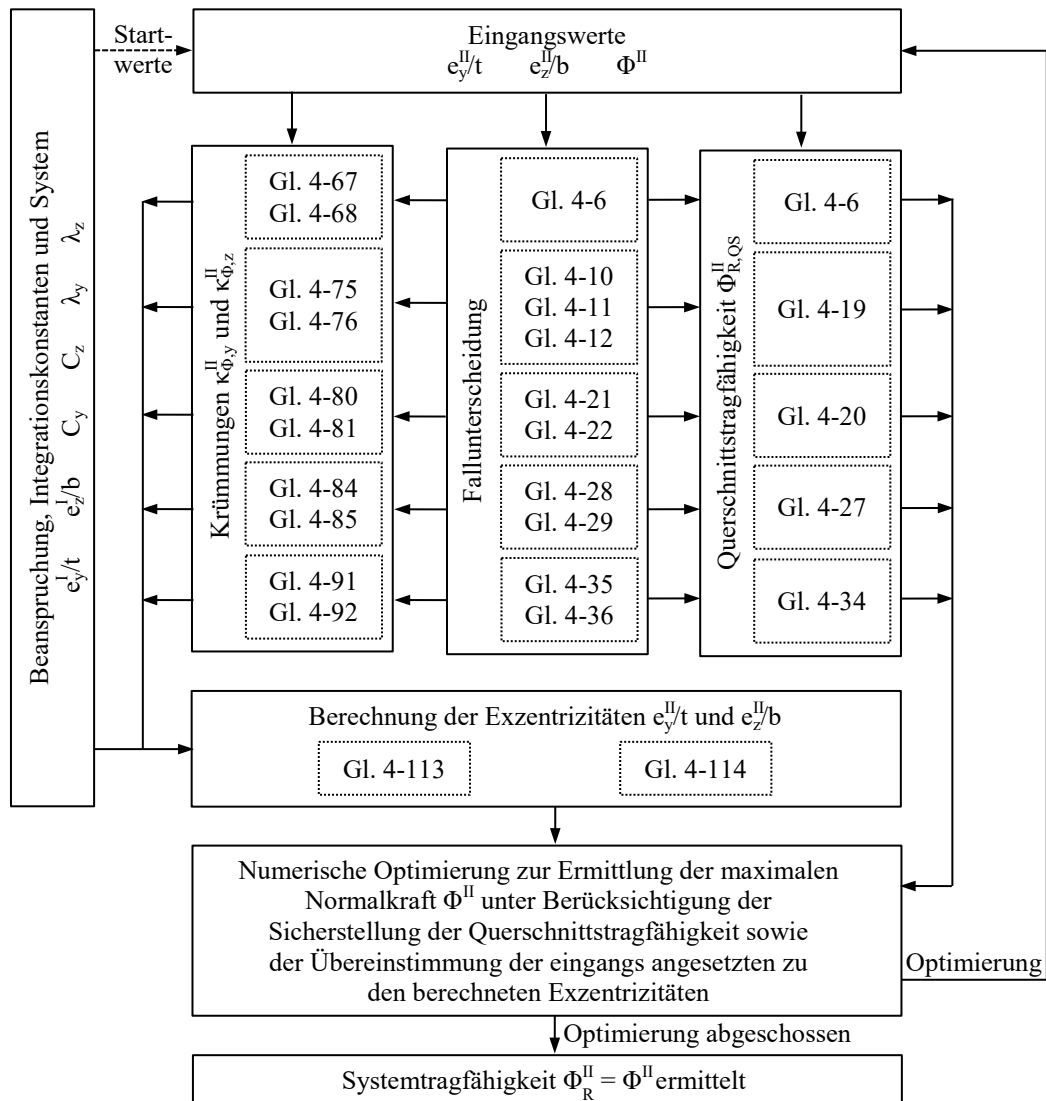


Abbildung 4-30: Schematische Vorgehensweise zur iterativen Ermittlung der Systemtragfähigkeit

Mit Hilfe der ermittelten Krümmungen werden die Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung bestimmt. Entsprechen diese, in Abhängigkeit definierter Toleranzen, den zu Beginn des Iterationsschrittes angesetzten Exzentrizitäten nach Theorie II. Ordnung, so herrscht Gleichgewicht am verformten Gesamtsystem. Sofern die Exzentrizitäten nicht übereinstimmen und/oder die Normalkraft Φ^{II} noch gesteigert werden kann, müssen diese Eingangswerte adjustiert werden und die Berechnung von Beginn an durchgeführt werden. Stimmen die eingangs angesetzten Exzentrizitäten mit den berechneten Exzentrizitäten überein und ist keine Steigerung der Normalkraft (Φ^{II}) mehr möglich, so ist dies der Gleichgewichtszustand mit der größten Normalkrafttragfähigkeit, der Systemtragfähigkeit (Φ_R^{II}). Die iterative Ermittlung der Systemtragfähigkeit stellt durch die Anwendung elekt-

ronischer Datenverarbeitungssysteme (zum Beispiel handelsüblicher Tabellenkalkulationsprogramme) keinerlei Problem dar und liefert für alle Systeme und Belastungssituationen stets die Systemtragfähigkeit.

4.4.2.8 Analyse der Systemtragfähigkeit

Zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit müssen die Integrationskonstanten in beide Richtungen (C_y und C_z) bekannt sein. Sofern ein sinusförmiger Verlauf der Krümmung angenommen wird, stimmt das vorgestellte Modell für den theoretischen Sonderfall des zentrisch gedrückten Stabes ($e_y^I/t = e_z^I/b = 0$) mit der Eulerschen Verzweigungslast überein (vgl. Gl. 4-127 mit Gl. 3-12). Im Rahmen dieser Arbeit wird ebenfalls ein sinusförmiger Verlauf angenommen (vgl. Gl. 4-154), welcher anschließend verifiziert wird.

$$C_y = C_z = \frac{1}{\pi^2} \quad \text{Gl. 4-154}$$

Abbildung 4-31 veranschaulicht die Systemtragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung (Φ_R^{II}) für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit in Abhängigkeit der werkstoffnormierten Schlankheit in y-Richtung ($\lambda_y = h_{ef,y}/t \cdot \varepsilon_f^{1/2}$). Dabei repräsentieren die unterschiedlich gestrichelten Kurven verschiedene Verhältnisse der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$) und in jedem der vier Quadranten ist ein bestimmtes Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten zueinander ($\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b)$) dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass immer die größeren bezogenen Exzentrizitäten angegeben sind, was für $\psi^I < 1,0$ die Exzentrizitäten in y-Richtung (e_y^I/t) und für $\psi^I > 1,0$ die Exzentrizitäten in z-Richtung (e_z^I/b) sind.

Im theoretischen Fall des unendlich gedrunenen Druckgliedes ($\lambda_y = \lambda_z = 0$) entspricht die Systemtragfähigkeit der Querschnittstragfähigkeit. Wegen der geeigneten Normierung hat das δ - bzw. b/t -Verhältnis keinen Einfluss auf die normierte Querschnittstragfähigkeit und die Tragfähigkeiten aller δ -Verhältnisse sind identisch. Für gleiche Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = 1,0$) sind die Tragfähigkeiten für ψ^I identisch mit den Tragfähigkeiten für $1/\psi^I$ (vgl. Quadrant 1 mit 3 sowie 2 mit 4 von Abbildung 4-31).

Mit zunehmenden Schlankheiten ($\lambda_y > 0$) steigt der Einfluss des δ -Verhältnisses auf die Tragfähigkeit. Der Einfluss ist für Beanspruchungen, die mehr in Richtung der schwachen Achse wirken ($\psi^I < 1,0$), gering, da die Verformungen nach Theorie II. Ordnung maßgeblich in y-Richtung ($\Delta e_y^{II}/t$) orientiert sind und somit hauptsächlich von der zugehörigen größeren Schlankheit λ_y abhängig sind. Im Gegensatz dazu sind die Verformungen in z-Richtung ($\Delta e_z^{II}/b$) verhältnismäßig gering, weshalb die Schlankheit in diese Richtung (λ_z) und somit auch das Schlankheitsverhältnis δ die Tragfähigkeit lediglich im untergeordneten Maße beeinflussen.

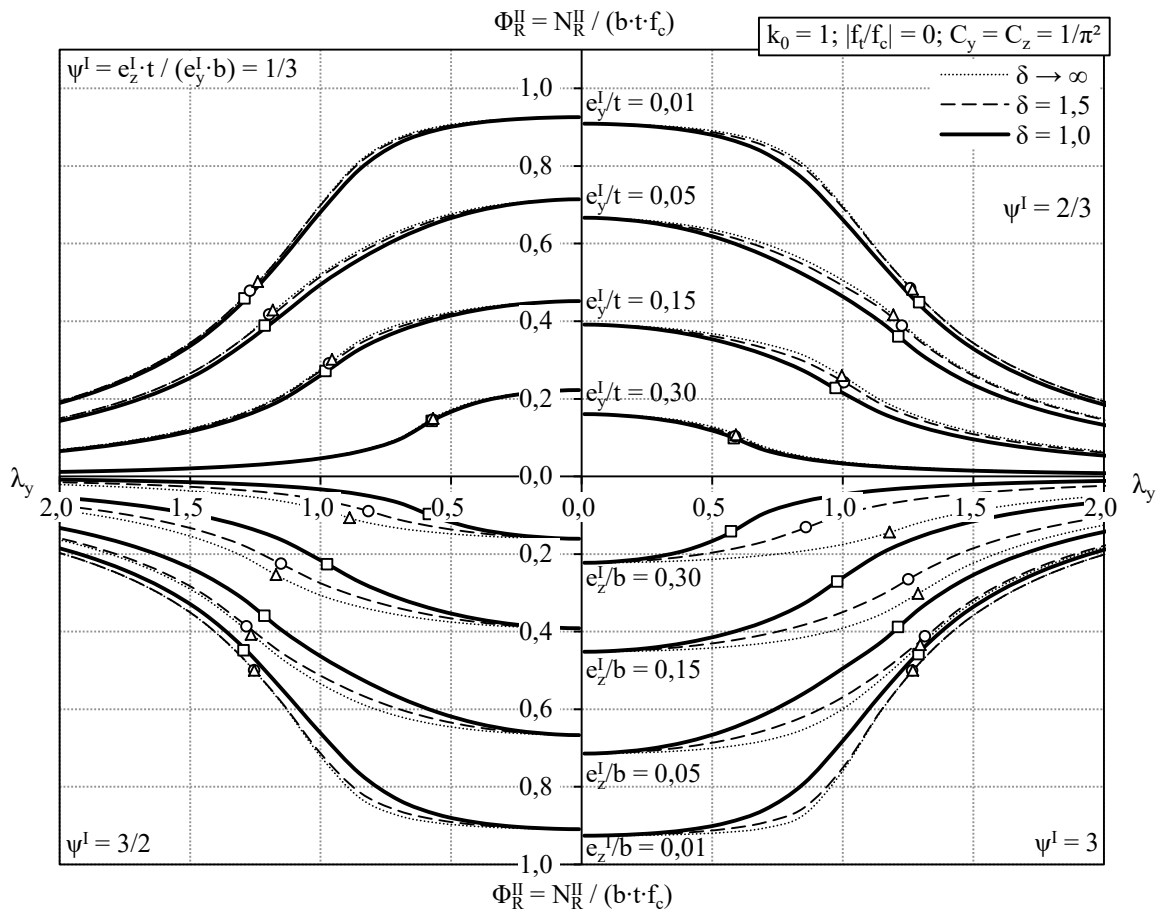


Abbildung 4-31 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit

Für Fälle, in denen die Exzentrizität in z-Richtung größer ist als die Exzentrizität in y-Richtung ($\psi^I > 1,0$), nimmt der Einfluss des Verhältnisses der Schlankheiten δ mit steigenden ψ^I -Werten zu. Dabei hat die Schlankheit in z-Richtung λ_z einen größeren Einfluss auf die Verformungen und damit auch auf die Systemtragfähigkeit. Mit zunehmenden δ -Verhältnissen wird die Tragfähigkeit stets gesteigert, sofern nicht der Sonderfall des ideal zentrisch beanspruchten Druckgliedes vorliegt oder das Seitwärtsversagen eintritt. Das Verhältnis der Schlankheiten von $\delta = 1$ stellt den unteren und $\delta \rightarrow \infty$ den oberen Grenzwert der Systemtragfähigkeit dar. Des Weiteren ist zu konstatieren, dass der Einfluss des δ -Verhältnisses stark nichtlinear ist, da bereits sehr kleine δ -Werte (vgl. $\delta = 1,5$ in Abbildung 4-31) verhältnismäßig nahe an dem zugehörigen oberen Grenzwert der Systemtragfähigkeit mit $\delta \rightarrow \infty$ liegen. Die prinzipielle Auswirkung des Verhältnisses der Schlankheiten zueinander (δ) ist in Abbildung 4-41 dargestellt.

In Abbildung 4-31 und 4-32 sind die Wendepunkte und/oder Unstetigkeiten der Traglastfunktionen für die verschiedenen δ -Verhältnisse gekennzeichnet. Diese Punkte kennzeichnen die Systemtragfähigkeiten für die Grenzschlankheit $\lambda_{y,\text{lim}}$. Für Schlankheiten

kleiner als die Grenزشlankheit tritt Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung und für größere Schlankheiten Stabilitätsversagen ein.

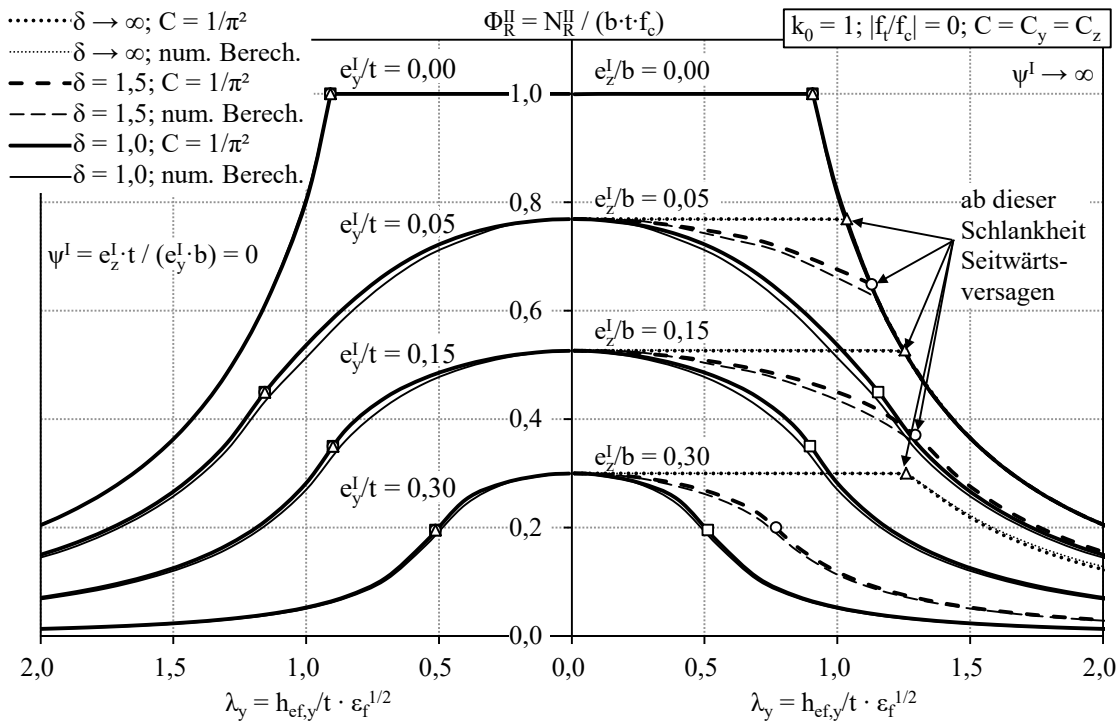


Abbildung 4-32 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit für die Sonderfälle der einachsigen exzentrischen Beanspruchung

In Abbildung 4-32 werden die zwei Sonderfälle der planmäßig ausschließlich einachsigen exzentrisch beanspruchten Druckglieder für verschiedene Verhältnisse der Schlankheiten zueinander und für verschiedene Exzentrizitäten veranschaulicht. Für die Belastungssituationen mit $\psi^I = 0$ (Abbildung 4-32 links) sind keine Beanspruchungen um die starke Achse vorhanden ($e_z^I/b = 0,0$), weshalb dies der Sonderfall der Normalkraftbeanspruchung mit einachsiger Biegung um die schwache Achse ist und deshalb auch gänzlich unabhängig vom δ -Verhältnis ist. Die für diesen Fall ermittelten Traglasten sind mit denen von Glock (2004) identisch (vgl. Abbildung 3-9). Der Sonderfall des zentrisch gedrückten Stabes ($e_y^I/t = e_z^I/b = 0,0$) ist wegen der nicht vorhandenen Exzentrizitäten unabhängig vom ψ^I - und δ -Verhältnis und könnte somit auch in jedem Quadranten in Abbildung 4-31 dargestellt werden, worauf jedoch der Übersichtlichkeit halber verzichtet wird.

Für $\psi^I \rightarrow \infty$ mit $e_y^I/t \rightarrow 0,0$ (Abbildung 4-32 rechts) ergibt sich der Sonderfall der Normalkraftbeanspruchung mit einachsiger Biegung um die starke Achse. Dabei kann auch Stabilitätsversagen senkrecht zur maßgebenden Beanspruchungsrichtung nach Theorie I. Ordnung auftreten, was als Seitwärtsversagen definiert ist. Die Schlankheiten, ab denen das Stabilitätsversagen in y-Richtung maßgebend wird, sind in Abbildung 4-32 durch Unstetigkeiten in den Traglastkurven gekennzeichnet. Für $\delta \rightarrow \infty$ ist das Druckglied in z-

Richtung unendlich gedungen und es können nach Theorie II. Ordnung keine Verformungen in z-Richtung auftreten. Deshalb verlaufen die Traglastkurven für $\delta \rightarrow \infty$ zunächst horizontal, bis das Seitwärtsversagen in y-Richtung eintritt. Für die Exzentrizitäten von $e_z^I/b \leq 1/6$ bleiben die Querschnitte in z-Richtung stets ungerissen, weshalb diese Traglasten für das Seitwärtsversagen deckungsgleich mit der Eulerschen Verzweigungslast sind. Für Exzentrizitäten $e_z^I/b > 1/6$ reißt der Querschnitt in z-Richtung auf und die Steifigkeit in y-Richtung reduziert sich linear um das Verhältnis von aufgerissener Breite zur Querschnittsbreite. Für diesen Fall kann die Systemtragfähigkeit für senkrecht zur Versagensebene exzentrisch beanspruchte Druckglieder mit Hilfe der hergeleiteten Verzweigungslast gemäß Gl. 4-141 bestimmt werden.

Abbildung 4-32 zeigt auch die sehr gute Übereinstimmung der Systemtragfähigkeiten bei Abschätzung der Krümmungsverläufe mit den Integrationskonstanten $C_y = C_z = 1/\pi^2$ im Vergleich zur genauen Ermittlung der Krümmungsverläufe gemäß dem numerischen Berechnungsmodell (num. Berech., vgl. Abschnitt 4.4.3). Zusätzlich wird dieser Sachverhalt für verschiedene Belastungssituationen und einem Schlankheitsverhältnis von $\delta = 1,5$ in Abbildung 4-33 verdeutlicht.

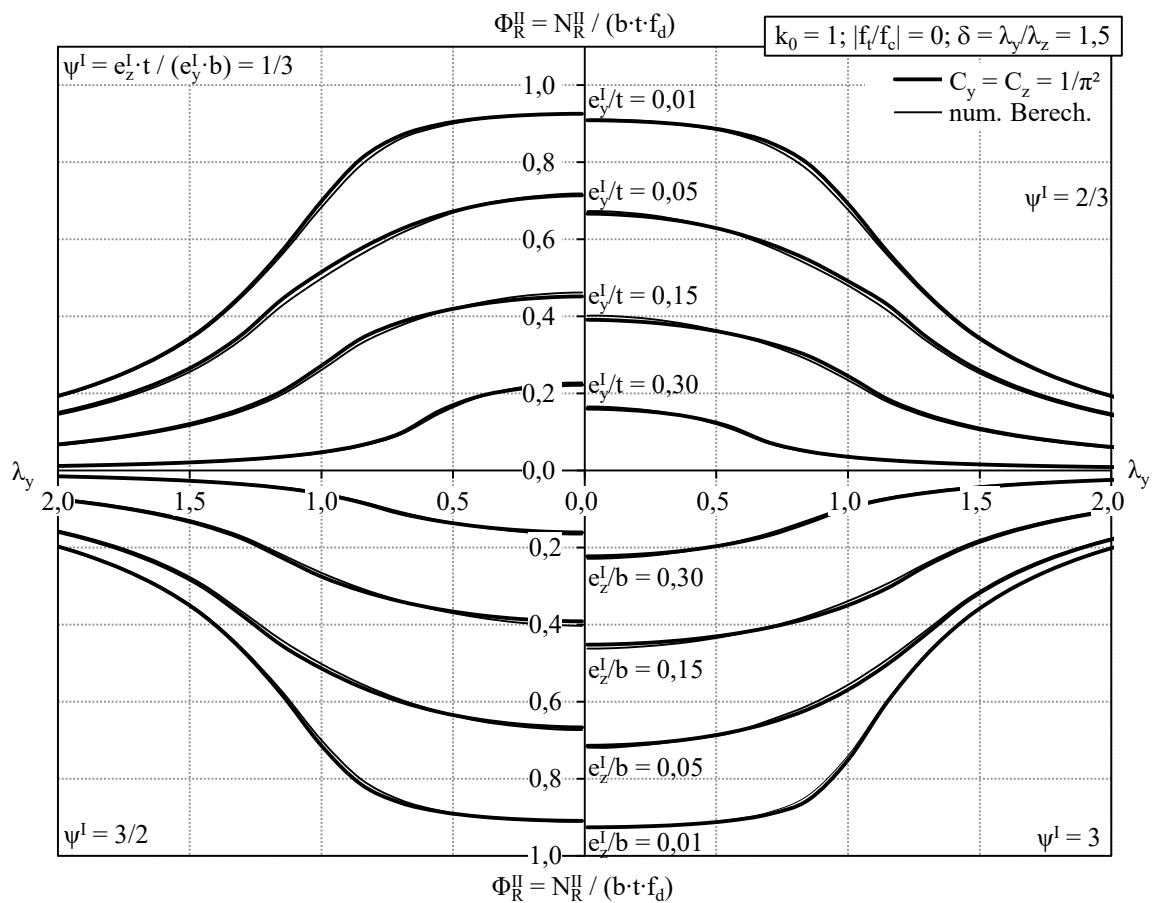


Abbildung 4-33 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit gemäß der analytischen und genaueren numerischen Berechnung

Für alle Belastungssituationen kann konstatiert werden, dass die Näherung der Integrationskonstanten in beide Richtungen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des numerischen Berechnungsmodells liefert. Die Abweichungen der Näherung sind für andere δ -Verhältnisse vergleichbar, weshalb auf eine gesonderte Darstellung verzichtet wird. In Bereichen von kleinen bis mittleren Schlankheiten überschätzt die Näherung die Tragfähigkeiten geringfügig. Dies bedeutet, dass die Näherung die Völligkeit des Verlaufes der Krümmung über die Stabhöhe in diesem Bereich unterschätzt (vgl. Abbildung 4-28). Dies könnte durch den Ansatz von $C_y = C_z > 1/\pi^2$ korrigiert werden. Führer (1971) schlug für einachsig exzentrisch beanspruchte Wände den Wert $C = 1/9$ vor. Dieser Ansatz würde für mittlere Exzentrizitäten bessere Übereinstimmungen liefern, jedoch gleichzeitig in einer Unterschätzung der Traglasten bei kleinen Exzentrizitäten, insbesondere bei einachsig zentrisch beanspruchten Druckgliedern (e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,0$), resultieren. Für Schlankheiten von $\lambda_y \rightarrow 0$ haben die Integrationskonstanten aufgrund der nicht vorhandenen Effekte nach Theorie II. Ordnung keinen Einfluss auf die Systemtragfähigkeit. Lediglich für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder (vgl. Abbildung 4-33) mit mittleren Exzentrizitäten ergeben sich auch geringfügige Traglastunterschiede für Schlankheiten von $\lambda_y \rightarrow 0$. Im Vergleich zur analytischen Berechnung beschränkt das numerische Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4.4.3 die maximale Dehnung nicht ($\eta_{\max} \geq \eta_u$), sodass dieses auf Querschnittsebene geringfügig größere Tragfähigkeiten als die analytische Lösung aufweist.

Abbildung 4-34 und 4-35 zeigen die Auswirkungen der rechnerischen Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit für ein betragsmäßiges Verhältnis von Biegezug- zu Druckfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,1$. Da die analytische Berechnung der Systemtragfähigkeit Biegezugfestigkeiten nur beim ungerissenen Fall I berücksichtigt, wurde für die Auswertung das numerische Berechnungsmodell zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit verwendet (vgl. Abschnitt 4.4.3). Die Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit hat für große Schlankheiten mit steigenden Exzentrizitäten im Vergleich zur Tragfähigkeit ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit beachtliche Traglaststeigerungen zur Folge. Ferner sinkt der Einfluss der Biegezugfestigkeit für große ψ^I -Werte ($\psi^I \geq 3,0$) mit zunehmendem Verhältnis der Schlankheiten zueinander ($\delta \rightarrow \infty$). Bemerkenswert ist, dass die Systemtragfähigkeit für $\delta = 1,0$ in Kombination mit großen Schlankheiten und großen Exzentrizitäten (e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,30$) mit weiter steigender Schlankheit nur geringfügig abnimmt. Bei großen Schlankheiten determiniert stets das Biegezugversagen gemäß Gl. 4-126. Für gedrungene Bauteile, bei denen Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung eintritt, sind die Auswirkungen der Biegezugfestigkeit auf die Normalkrafttragfähigkeit verschwindend gering.

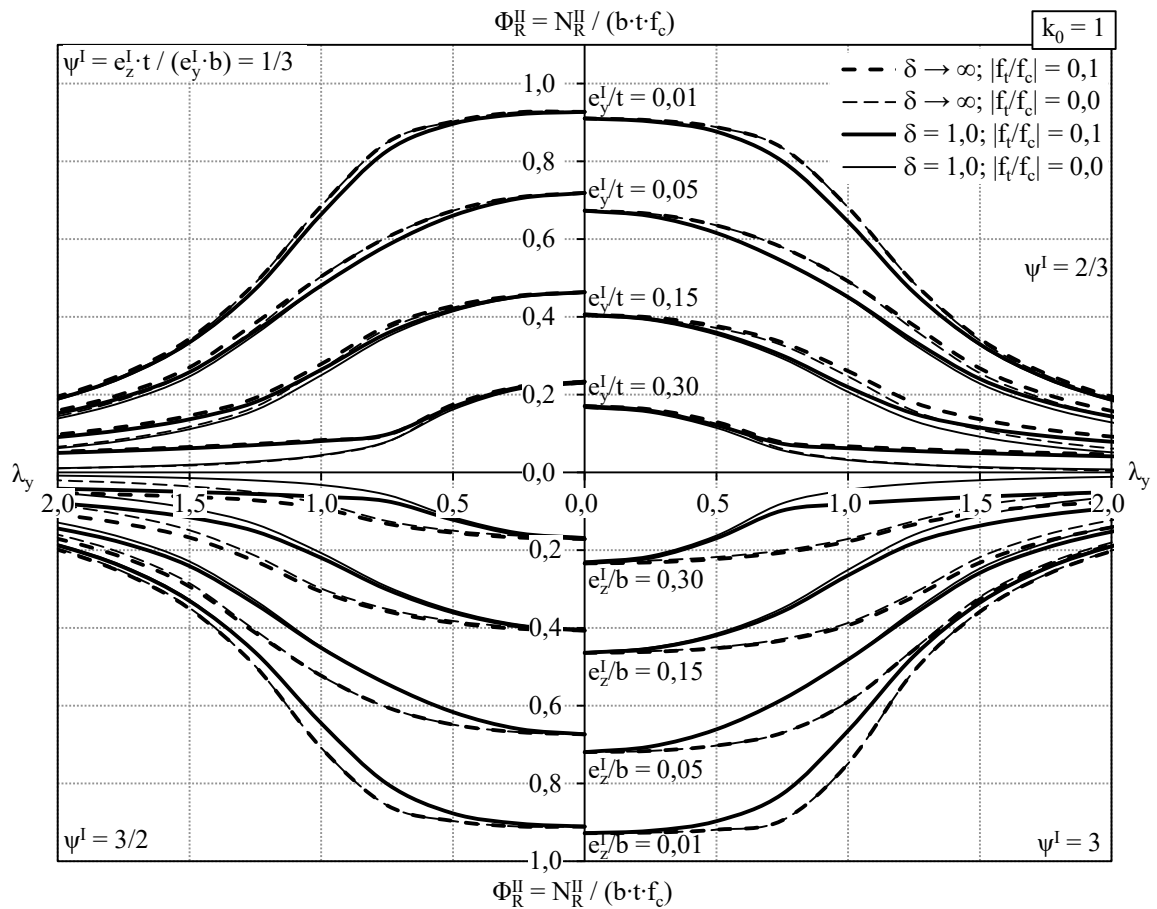


Abbildung 4-34 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,10$

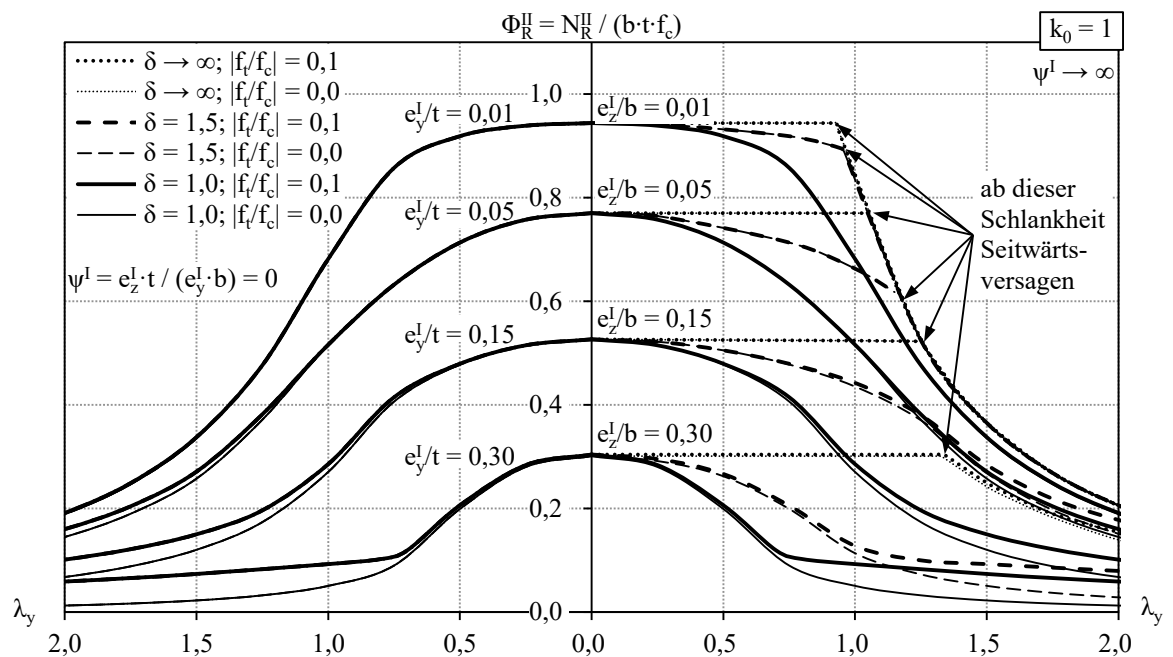


Abbildung 4-35 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,10$ für die Sonderfälle der einachsigen exzentrischen Beanspruchung

4.4.2.9 Sonderfall des linear-elastischen Werkstoffverhaltens mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit am Beispiel Stahl und Holz

Die Allgemeingültigkeit der hergeleiteten Systemtragfähigkeiten wird auch für den Sonderfall der Druckglieder mit linear-elastischem Werkstoffverhalten mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 1,0$) verifiziert. Hierfür werden die Systemtragfähigkeiten gemäß normativer Bemessungsverfahren für Druckglieder aus Stahl und Holz mit denen der analytischen Berechnung gegenübergestellt. Für diesen Sonderfall ist für die analytische Berechnung der Systemtragfähigkeit ausschließlich Gl. 4-115 notwendig (vgl. Abschnitt 4.4.2.2).

Normativ ist die Bemessung von Druckgliedern aus Stahl in DIN EN 1993-1-1 (2010) in Verbindung mit dem deutschen nationalen Anhang DIN EN 1993-1-1/NA (2015) geregelt. Für elastische Querschnittswerte kann die Systemtragfähigkeit Φ_R^{II} von Stahldruckgliedern unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung für den in Abschnitt 4.1 definierten Ausschluss von Verdrehungen mit der normierten Schreibweise wie folgt bestimmt werden:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{1}{\frac{1}{\chi_y} + 6 \cdot \left(k_{yy} \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + k_{yz} \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \leq \frac{1}{\frac{1}{\chi_y} + 6 \cdot \left(0,8 \cdot k_{yy} \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + k_{zz} \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \quad \text{Gl. 4-155}$$

$$\text{mit } \chi_y = 1,0 \quad \text{für } \lambda_{y,i} \leq 0,2$$

$$\chi_y = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{y,i}^2}} \quad \text{für } \lambda_{y,i} > 0,2 \quad \text{Gl. 4-156}$$

$$k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\lambda_{y,i} - 0,2) + \lambda_{y,i}^2 \right] \quad \text{Gl. 4-157}$$

$$\lambda_{y,i} = \frac{h_{\text{ef},y}}{\pi \cdot i_z} \cdot \sqrt{\varepsilon_f} = \lambda_y \cdot \frac{\sqrt{12}}{\pi} \quad \text{Gl. 4-158}$$

$$k_{yy} = 1 + 0,6 \cdot \lambda_{y,i} \cdot \frac{\Phi_R^{\text{II}}}{\chi_y} \leq 1 + 0,6 \cdot \frac{\Phi_R^{\text{II}}}{\chi_y} \quad \text{Gl. 4-159}$$

$$k_{zz} = k_{yz} = 1 + 0,6 \cdot \lambda_{y,i} \cdot \frac{\Phi_R^{\text{II}}}{\chi_z} \leq 1 + 0,6 \cdot \frac{\Phi_R^{\text{II}}}{\chi_z} \quad \text{Gl. 4-160}$$

Der Imperfektionsbeiwert α ist in Abhängigkeit der verschiedenen Knickspannungslinien geregelt und nimmt Werte von 0,13 bis 0,76 an. Die Schlankheit in y-Richtung $\lambda_{y,i}$ ist normiert auf den Flächenträgheitsradius um die z-Achse i_z , der Kreiszahl π und der Dehnung bei Höchstspannung ε_f (vgl. Gl. 4-158). Die Beiwerte k_{yy} , k_{yz} und k_{zz} sind Interaktionsbeiwerte. Die Abminderungsbeiwerte χ_z und k_z können mit Gl. 4-156 und Gl.

4-157 bestimmt werden, wenn anstelle der Schlankheit in y-Richtung $\lambda_{y,i}$ die Schlankheit in z-Richtung $\lambda_{z,i}$ verwendet wird.

Zur Bemessung von Tragwerken aus Holz gilt DIN EN 1995-1-1 (2010) in Verbindung mit dem deutschen nationalen Anhang DIN EN 1995-1-1/NA (2013). Mit der im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewählten normierten Schreibweise lässt sich die Systemtragfähigkeit Φ_R^{II} mit dem Ansatz gleicher Druck-, Biegedruck- und Biegezugfestigkeiten wie folgt ausdrücken:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \frac{1}{\frac{1}{k_{c,y}} + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \leq \frac{1}{\frac{1}{k_{c,z}} + 6 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right)} \quad \text{Gl. 4-161}$$

$$\text{mit } k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{y,i}^2}} \quad \text{Gl. 4-162}$$

$$k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{y,i} - 0,3) + \lambda_{y,i}^2 \right] \quad \text{Gl. 4-163}$$

Dabei ist β_c ein Beiwert für Imperfektionen, der für Vollholz mit $\beta_c = 0,2$ und für Brett-schichtholz und Furnierholz mit $\beta_c = 0,1$ anzusetzen ist. Zur Bestimmung der Knickbeiwerte $k_{c,z}$ und k_z sind Gl. 4-162 und Gl. 4-163 mit getauschten Schlankheiten und Knickbeiwerten ($\lambda_{z,i}$ anstelle von $\lambda_{y,i}$ und k_z anstelle von k_y) anzuwenden.

Bemerkenswert ist die ähnliche Formulierung der beiden normativen Bemessungsverfahren für Druckglieder aus Stahl und Holz (vgl. Gl. 4-155 mit Gl. 4-161, Gl. 4-156 mit Gl. 4-162 sowie Gl. 4-157 mit Gl. 4-163).

Abbildung 4-36 zeigt die Gegenüberstellung der Systemtragfähigkeiten gemäß dem analytischen Berechnungsmodell mit den Tragfähigkeiten gemäß den Normen DIN EN 1993-1-1/NA (2015) und DIN EN 1995-1-1/NA (2013). Für den Sonderfall des ideal zentrisch beanspruchten Druckgliedes ($e_y^{\text{I}}/t = e_z^{\text{I}}/b = 0$) resultieren die normativen Nachweisverfahren bei kleinen bis mittleren Schlankheiten in wesentlich geringeren Traglasten als das analytische Berechnungsmodell. Dies ist mit der Vernachlässigung der Imperfektionen beim analytischen Modell zu begründen. Wird beispielsweise infolge von Imperfektionen eine über die Druckgliedhöhe konstante Zusatzexzentrizität nach Theorie I. Ordnung von $e_{y,\text{Imp}}^{\text{I}}/t = \lambda_y/100$ beim analytischen Verfahren berücksichtigt, so ergeben sich fast identische Tragfähigkeiten wie nach DIN EN 1993-1-1/NA (2015). Dies gilt ebenso für die anderen Exzentrizitäten. Für größere Lastexzentrizitäten sind die beim analytischen Modell vernachlässigten Imperfektionen von untergeordneter Bedeutung, weshalb alle Verfahren in etwa vergleichbare Systemtragfähigkeiten liefern. Auch für andere Verhältnisse der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z > 1,0$) stimmen die normativen Tragfähigkeiten

mit denen des analytischen Modells gut überein, sofern etwaige Imperfektionen berücksichtigt werden.

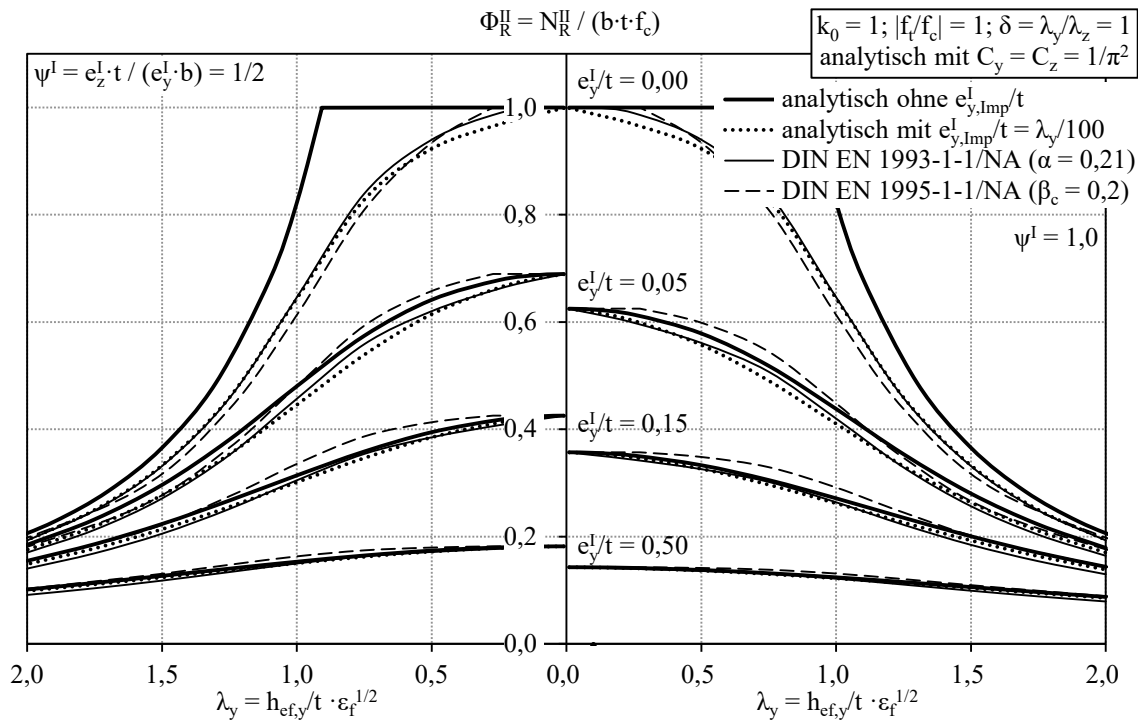


Abbildung 4-36 Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit gemäß dem analytischen Berechnungsmodell, DIN EN 1993-1-1/NA und DIN EN 1995-1-1/NA

Zusammenfassend kann konstatiert werden, dass die hergeleitete Systemtragfähigkeit gemäß Gl. 4-115 auch den Sonderfall eines Werkstoffes mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit zutreffend abbildet und somit ebenso zur Berechnung der Tragfähigkeit von Druckgliedern aus biegezugfesten Werkstoffen, wie zum Beispiel Stahl und Holz, geeignet ist.

4.4.3 Nichtlineares Werkstoffverhalten

Die Systemtragfähigkeit kann bei nichtlinearem Werkstoffverhalten nicht geschlossen gelöst werden, da derzeit keine analytischen Beziehungen für die Querschnittstragfähigkeit und -krümmung vorliegen. Dennoch kann die Systemtragfähigkeit mittels eines geometrisch und physikalisch nichtlinearen numerischen Berechnungsmodells ermittelt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dabei auf das kommerzielle Programm SOFiSTiK (Version 16.08 – 33_x64, SOFiSTiK AG, Oberschleißheim) zurückgegriffen. Bei der numerischen Berechnung wird zunächst eine definierte Last aufgebracht, die iterativ gesteigert wird, bis der Gleichgewichtszustand mit der größten Normalkraft gefunden ist. Die Berechnungen erfolgen dabei mit dem Weggrößenverfahren nach Theorie II. Ordnung. Im Gegensatz zur analytischen Herleitung wird das System für die numerische Berechnung in ein Ersatzsystem mit mehreren Stäben diskretisiert (vgl. Abbildung 4-37).

Beide Stabenden sind in beide Richtungen gelenkig gelagert und die Normalkraft greift am Kopf und Fuß des Druckgliedes jeweils mit gleichen Exzentrizitäten in beide Richtungen an. Die Modellierung mit der Einteilung des Systems in mehrere Stäbe hat den Vorteil, dass keine Krümmungsverläufe angenommen werden müssen und somit keine Abschätzung der Integrationskonstanten C_y und C_z notwendig ist. Die Verläufe der Krümmungen werden in Abhängigkeit der Diskretisierung annähernd korrekt ermittelt. Für den Grenzfall unendlich kleiner Stablängen und unendlicher Iterationen liefert das Modell für die in Abschnitt 4.1 definierten Randbedingungen die theoretisch exakte Systemtragfähigkeit.

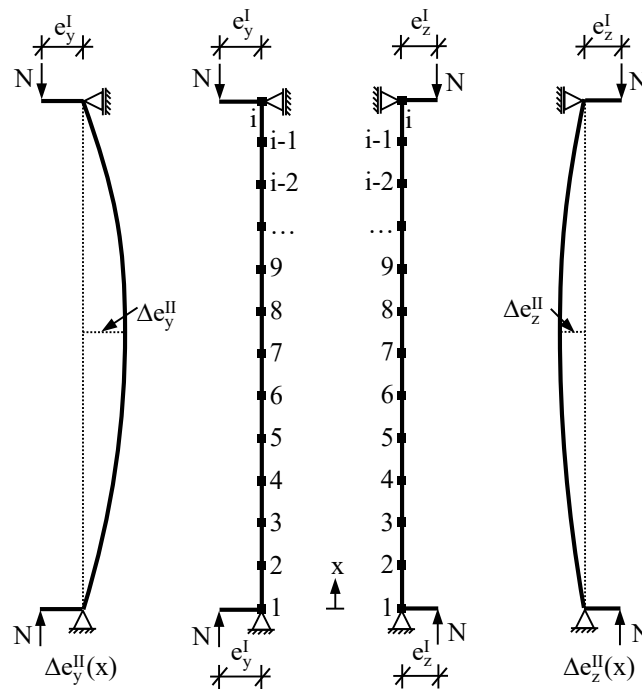


Abbildung 4-37 Statisches Ersatzsystem des numerischen Berechnungsmodells

Beim numerischen Berechnungsmodell ist nicht das Erreichen der maximalen Bruchdehnung als Versagenskriterium definiert. Stattdessen gilt die Systemtragfähigkeit als erreicht, wenn keine Traglaststeigerungen mehr möglich sind. Dies bedeutet, dass im Versagenszustand die maximale Bruchdehnung überschritten sein kann ($\eta_{\max} \geq \eta_u$). Die Bereiche, in denen die maximale Bruchdehnung überschritten ist, fallen rechnerisch aus und leisten somit keinen Beitrag zum Lastabtrag. Die unterschiedlichen Versagenskriterien sind in Abschnitt 4.2.1 ausführlich erläutert. Für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder ergeben sich beim Versagenskriterium ohne Begrenzung der Dehnung ($\eta_{\max} \geq \eta_u$) geringfügig größere Traglasten als mit Begrenzung der Druckdehnung ($\eta_{\max} = \eta_u$). Hierbei ist zu konstatieren, dass für nichtlineares Werkstoffverhalten mit ausgeprägtem Nachbruchverhalten beide Versagenskriterien gleiche Tragfähigkeiten liefern (vgl. Abschnitt 4.2.2.3).

Da das analytische und das numerische Berechnungsmodell unabhängig voneinander sind, verifizieren sich beide Modelle für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit gegenseitig. Die vereinfachte Abschätzung des angenommenen Krümmungsverlaufes über Integrationskonstanten beim analytischen Modell wird durch das numerische Berechnungsmodell bestätigt. Der bereits dargestellte Vergleich der Systemtragfähigkeiten in Abbildung 4-32 und 4-33 zeigt, dass die Systemtragfähigkeiten mit dem analytischen Berechnungsmodell für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit zutreffend abgebildet werden.

Die Verifizierung des numerischen Berechnungsmodells für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder bei nichtlinearem Werkstoffverhalten wurde mit Hilfe der Ergebnisse von Glock (2004) durchgeführt. Für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder mit nichtlinearem Werkstoffverhalten wurden die numerischen Berechnungen stichprobenartig durch Handrechnungen verifiziert. Auf Basis der berechneten Dehnungen im kritischen Schnitt werden die Krümmungen mit Gl. 4-60 und Gl. 4-61 ermittelt. Die Schnittgrößen werden mit Hilfe der Abschätzung des Krümmungsverlaufes über die Systemhöhe (vgl. Abschnitt 4.4.2.1) und mit den Beziehungen nach Gl. 4-113 und Gl. 4-114 nach Theorie II. Ordnung bestimmt. Zusätzlich muss geprüft werden, ob der ermittelte Gleichgewichtszustand der Systemtragfähigkeit entspricht. Für Querschnittsversagen nach Theorie II. Ordnung wird die Querschnittstragfähigkeit erreicht, weshalb diese mit der numerischen Integration nach Abschnitt 4.2.4 kontrolliert wird. Beim Stabilitätsversagen wird die Systemtragfähigkeit mit Hilfe mehrerer Gleichgewichtszustände und der damit aufgetragenen Last-Verformungs-Beziehung überprüft.

Des Weiteren wurde mit der Software ANSYS Workbench (Version 17.2; ANSYS, Inc.; Delaware) ein Finite-Elemente-Modell mit Volumenelementen zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit erstellt. Für ausgewählte Fälle wurden die damit ermittelten Systemtragfähigkeiten mit denen des numerischen Berechnungsmodells, welches Stabelemente verwendet (vgl. Abbildung 4-37), verifiziert. Die Aussage von Pfeiffer & Quast (2003), dass für stabförmige Bauteile keine Finite-Elemente-Modellierung mit Volumenelementen notwendig ist, bestätigt sich.

Die Auswirkung verschiedener nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehungen auf die Systemtragfähigkeit werden nachfolgend analysiert. Die Systemtragfähigkeiten für unterschiedliche bezogene Ursprungsmoduln k_0 sind in Abbildung 4-38 für ein Verhältnis der Schlankheiten von $\delta = \lambda_y/\lambda_z = 2,0$ dargestellt. Dabei entspricht $k_0 = 1,0$ dem linear-elastischen Werkstoffverhalten und mit zunehmenden k_0 -Werten nimmt die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu. Für ein Werkstoffverhalten mit $k_0 = 5,0$ und $\eta_u \rightarrow \infty$ entspricht die Systemtragfähigkeit bei einer theoretischen Schlankheit von $\lambda_y = 0$ der starr-plastischen Querschnittstragfähigkeit. Die Obergrenze der starr-plastischen Querschnittstragfähigkeit wird erreicht, da für $\eta_u \rightarrow \infty$ die Spannungs-Dehnungs-Beziehung

mit einem horizontalen Ast modelliert wird (vgl. Abschnitt 2.4.2). Wie auch bei der Betrachtung der Auswirkungen der Völligkeiten auf die Querschnittstragfähigkeit (vgl. Abbildung 4-19) wirken sich bereits kleine Vergrößerungen des bezogenen Ursprungsmoduls k_0 für alle Schlankheiten positiv auf die Systemtragfähigkeit aus. Bei gleichbleibender Dehnung und Druckspannung ist der traglaststeigernde Effekt bei gedrunenen Druckgliedern auf die Steigerung der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und bei schlanken Druckgliedern auf die Steigerung des Elastizitätsmoduls zurückzuführen.

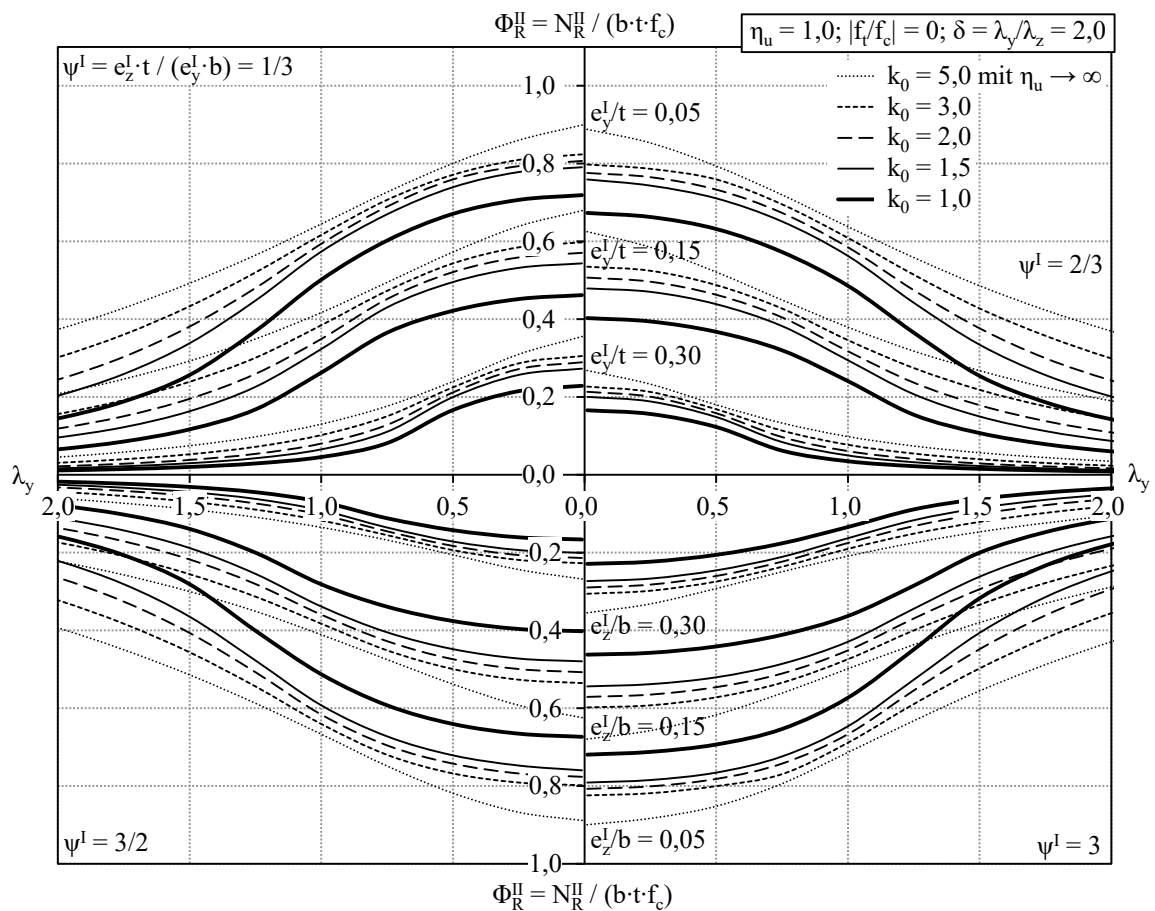


Abbildung 4-38 Systemtragfähigkeit für nichtlineares Werkstoffverhalten mit verschiedenen bezogenen Ursprungsmoduln k_0

Abbildung 4-39 veranschaulicht die Auswirkungen der Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens für einen Werkstoff mit parabolischer Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($k_0 = 2,0$) ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit. Dabei wird ein Verhältnis der Schlankheiten von $\delta = 2,0$ unterstellt. Für $\eta_u = \varepsilon_u/\varepsilon_f = 1,0$ endet die Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit dem Erreichen der Dehnung bei Höchstspannung. Mit steigenden η_u -Verhältnissen werden größere Bruchdehnungen berücksichtigt und die Entfestigungsbereiche werden größer. Für die hier berücksichtigte Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von $k_0 = 2,0$ beträgt die maximale Bruchdehnung $\eta_u = 2,0$; sofern nicht die

Modellierung mit horizontalem plastischen Ast ($\eta_u \rightarrow \infty$) unterstellt wird. Dabei entspricht die Spannungs-Dehnungs-Beziehung einer quadratischen Parabel bei der die Spannung im Bruchzustand bis auf den Wert Null abfällt. Es ist ersichtlich, dass die Berücksichtigung des Entfestigungsbereiches nur beim Querschnittsversagen traglaststeigernde Einflüsse hat [vgl. Förster & Graubner (2017)]. Beim Stabilitätsversagen wird die Querschnittstragfähigkeit nicht erreicht, weshalb der Entfestigungsbereich keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit hat. Weiterhin wird deutlich, dass bereits geringe Steigerungen der bezogenen Bruchdehnungen einen nicht zu verachtenden Einfluss auf die Querschnittstragfähigkeit ($\lambda_y = 0$) haben. Dieser Einfluss nimmt mit zunehmender Schlankheit ab. Die Auswirkungen des Nachbruchverhaltens auf die Querschnittstragfähigkeit wurden bereits mit Abbildung 4-20 illustriert. Für den oberen Grenzwert von $\eta_u = k_0 = 2,0$ ist die Tragfähigkeit nahezu identisch mit der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung einer Bruchdehnung von $\eta_u = 1,5$. Deshalb ist die Tragfähigkeit für den Grenzfall $\eta_u = k_0 = 2,0$ nicht eingetragen.

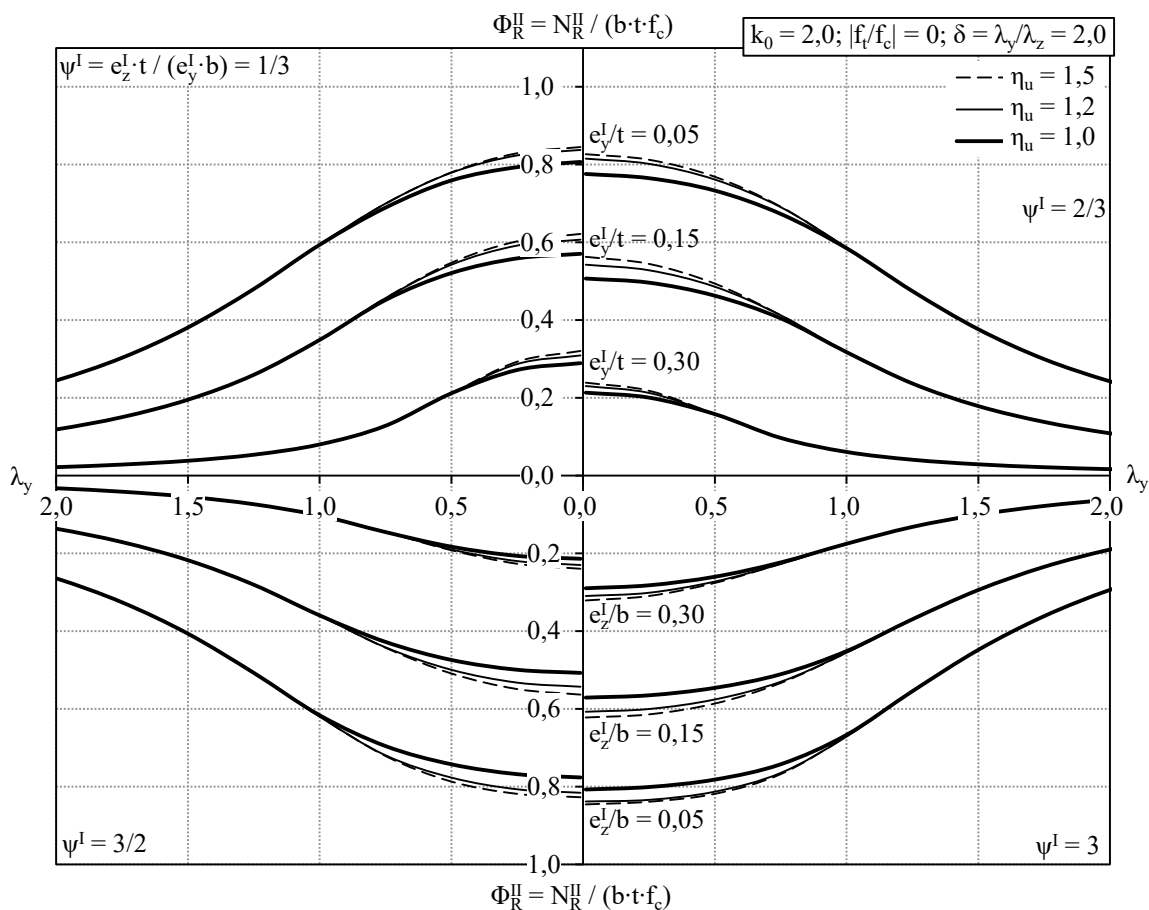


Abbildung 4-39 Systemtragfähigkeit für nichtlineares Werkstoffverhalten mit verschiedenen Entfestigungsbereichen

Abbildung 4-40 zeigt die Systemtragfähigkeiten für ein Werkstoffverhalten mit parabolischer Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($k_0 = 2,0$) unter Berücksichtigung des Entfesti-

gungsbereiches ($\eta_u = 1,5$) mit einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,1$. Neben den verschiedenen Verhältnissen der Exzentrizitäten ψ^I sind auch die Auswirkungen unterschiedlicher Verhältnisse der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$) dargestellt. Sofern die Exzentrizität in y-Richtung größer ist als die Exzentrizität in z-Richtung ($\psi^I \leq 1$), hat das Verhältnis der Schlankheiten (δ) nur geringe Auswirkungen auf die Systemtragfähigkeit. Für Beanspruchungen mit $\psi^I > 1$ steigt die Tragfähigkeit bei zunehmenden δ -Verhältnis bis auf die Obergrenze der Tragfähigkeit für $\delta \rightarrow \infty$ an. Wie auch beim linear-elastischen Werkstoffverhalten fällt die Tragfähigkeit für nichtlineares Werkstoffverhalten bei der Berücksichtigung der Biegezugfestigkeiten für große Exzentrizitäten ($e_y^I/t = 0,30$ bzw. $e_z^I/b = 0,30$) in Kombination mit großen Schlankheiten mit weiter zunehmender Schlankheit ebenfalls nur geringfügig ab.

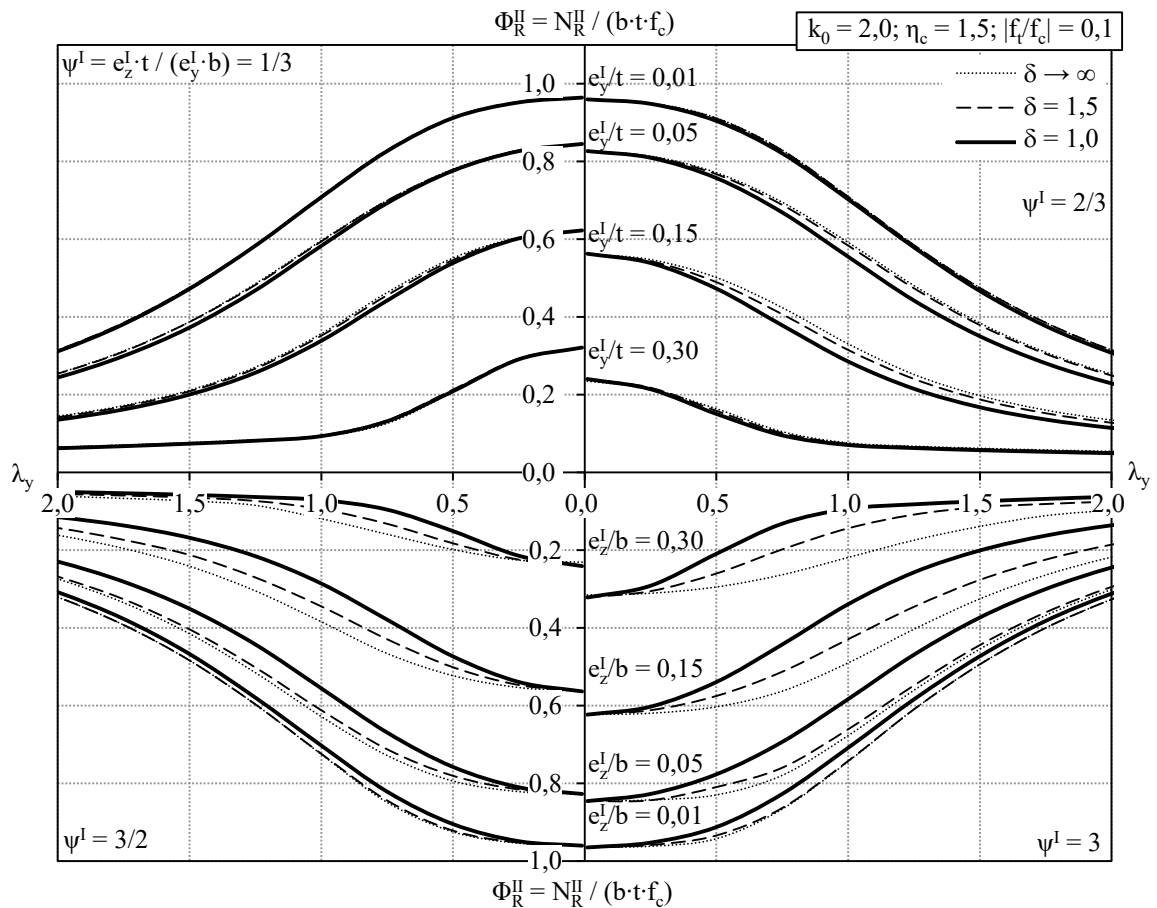


Abbildung 4-40 Systemtragfähigkeit für nichtlineares Werkstoffverhalten mit einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,1$

4.4.4 Weitere mögliche Versagensmodi

4.4.4.1 Allgemeines

Für das Versagen zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder können drei weitere Versagensmodi identifiziert werden. Unter maximaler Druckkraftbeanspruchung kann das Versagen durch Verdrehungen um die Stablängsachse (Biegedrillknicken) induziert werden. Zudem ist auch Querkraftversagen möglich. Neben dem Versagen bei größtmöglicher einwirkender Normalkraft kann das Versagen auch bei minimal einwirkender Normalkraft auftreten.

Nachfolgend werden die drei genannten Versagensmodi kurz erläutert, Untersuchungen zur Abgrenzung des nichtlinearen Berechnungsmodells angestellt und/oder theoretische Grundprinzipien zur möglichen Nachweisführung aufgezeigt.

4.4.4.2 Versagen infolge von Biegedrillknicken

In den Randbedingungen in Abschnitt 4.1 werden die Verdrehungen aufgrund von Torsionsbeanspruchung ausgeschlossen. Dies kann in Teilbereichen zur Überschätzung der Traglast führen, da das Bauteil unter Berücksichtigung der Verdrehungen um die Stablängsachse infolge von Biegedrillknicken versagen kann. Dabei ist das Versagen nicht dem Kippen zuzuordnen, da im Rahmen dieser Arbeit Bauteile mit überwiegender Druckbeanspruchung betrachtet werden. Ebenso ist der Sonderfall des Drillknickens nicht zutreffend, da ein Versagen unter ausschließlicher Verdrehung nicht eintritt. Somit ist das zugehörige Versagen bei maßgebender Verdrehung des Druckgliedes um die Stablängsachse dem allgemeinen Fall des Biegedrillknickens zuzuordnen [vgl. Röder (2015)].

Die wirklichkeitsnahe Ermittlung der Tragfähigkeit beim Biegedrillknickversagen ist komplex und nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit. Um dennoch die traglastmindernden Auswirkungen der Torsionsbeanspruchung infolge der Verdrehungen nach Theorie II. Ordnung als rudimentäre Näherung abzuschätzen, werden Berechnungen mit Hilfe des bereits vorgestellten numerischen Berechnungsmodells durchgeführt (vgl. Abschnitt 4.4.3). Dabei werden an Kopf und Fuß des Druckgliedes Gabellager angeordnet und die Wölbkrafttorsion sowie Profilverformungen vernachlässigt.

Für die Berechnung der Tragfähigkeit ist die Torsionssteifigkeit GI_T für den Widerstand gegen Verdrehung des Druckgliedes um die Stablängsachse von Bedeutung. Die Torsionssteifigkeit fällt infolge der Reduzierung des Torsionsflächenmomentes 2. Grades I_T durch Rissbildung und infolge der Verminderung des Schubmoduls G bei zunehmender Beanspruchung ab. Der Abfall des Torsionsflächenmomentes wird durch die reduzierte ungerissene Querschnittsfläche erfasst. Ein Ansatz zur Verringerung des Schubmoduls G ist ein beanspruchungsabhängiger Schubmodul $G(E)$ [vgl. Mehlhoren (1970)]. Dabei ist

der Verlauf des Schubmoduls affin zum Verlauf des Tangentenelastizitätsmoduls und damit auch affin zur zugehörigen Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Bei der verwendeten Softwarelösung (SOFiSTiK) kann der Schubmodul nur unabhängig von der Belastung angesetzt werden ($G \neq G(E)$), weshalb vereinfachend der auf der linearen Elastizitätstheorie basierende Ursprungsschubmodul G_0 zu einem rechnerischen Schubmodul G_{rech} abgemindert wird:

$$G_{\text{rech}} = \alpha_G \cdot G_0 = \alpha_G \cdot \frac{E_0}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{Gl. 4-164}$$

Für Beton liegt der Wertebereich der Poissonzahl im Bereich von $\nu = 0,15$ bis $0,26$ (vgl. Abschnitt 2.2.3). Für Mauerwerk reicht der Wertebereich von $\nu = 0,01$ bis $0,34$ (vgl. Abschnitt 2.3.3). Für die nachfolgende Berechnung wird die Poissonzahl mit $\nu = 0,2$ angesetzt. In Pauli & Bellman (2006) wird der Faktor zur Reduzierung des Schubmoduls mit $\alpha_G = 0,5$ vorgeschlagen. Kolodziejczyk (2015) empfiehlt für kippgefährdete Stahlbetonträger den Wert $\alpha_G = 1,0$ und für Spannbetonträger $\alpha_G = 0,6$. Die Faktoren α_G ermittelte Kolodziejczyk (2015) anhand von Nachrechnungen der Versuche an kippgefährdeten Stahlbeton- und Spannbetonträgern, welche von Teutsch & Kordina (1982) und Pauli (1990) durchgeführt wurden.

Die Software SOFiSTiK ist dazu geeignet, die Tragfähigkeit kippgefährdeter Stahlbeton- und Spannbetonträger zu ermitteln [vgl. Pauli & Bellman (2006) und Kolodziejczyk (2015)]. Es ist jedoch unklar, ob die dabei unterstellten Randbedingungen, unter anderem die pauschale Abminderung des Schubmoduls mit dem Faktor α_G , auch für die Beschreibung des Tragverhaltens unbewehrter Druckglieder aus Beton und Mauerwerk zutreffen. Neben der beanspruchungsabhängigen Reduzierung des Schubmoduls sollten bei großen b/t -Verhältnissen auch mögliche Profilverformungen berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere für Mauerwerksdruckglieder mit unvermörtelten Stoßfugen. Da die Druckglieder mittels Stäben diskretisiert werden, können keine Profilverformungen berücksichtigt werden. Aufgrund dieser vereinfachten Ansätze stellen die nachfolgend durchgeführten Berechnungen lediglich eine erste Abschätzung der Tragfähigkeit dar.

In Abbildung 4-41 sind die Auswirkungen verschiedener rechnerischer Abminderungsfaktoren des Schubmoduls α_G auf die Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Materialverhalten ($k_0 = 1,0$) ohne Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0,0$) dargestellt. Aufgetragen sind die Systemtragfähigkeiten über das Verhältnis der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$). Dies entspricht bei den zugrunde gelegten gleichen Knicklängen in beide Richtungen ($h_{\text{ef},y} = h_{\text{ef},z}$) dem Verhältnis von Querschnittsbreite zu -dicke (b/t). Dabei sind in jedem Quadranten unterschiedliche Exzentrizitäten e_z^I/b berücksichtigt. In y -Richtung wird eine kleine Exzentrizität von $e_y^I/t = 0,01$ einberechnet. Die unterschiedlichen Kurven in den Quadranten repräsentieren unterschiedliche Schlankheiten λ_y .

Abbildung 4-41 berücksichtigt mit dem zugrunde gelegten linear-elastischen Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit die ungünstigste Last-Verformungs-Beziehung. Werkstoffverhalten mit größeren Völligkeiten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung weisen für das Versagen infolge von Biegedrillknicken größere Systemtragfähigkeiten auf. Mit zunehmender Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung verkleinert sich bei gleichbleibender Exzentrizität die überdrückte Querschnittsfläche. Der kleinere, nicht gerissene Querschnittsbereich führt gleichzeitig zu einer größeren Abminderung der Steifigkeiten infolge der Rissbildung und reduziert somit die Tragfähigkeit. Bei der unterstellten gleichbleibenden Dehnung wird jedoch mit zunehmender Völligkeit auch der Ursprungselastizitätsmodul und damit ebenso der Ursprungsschubmodul gesteigert. Diese tragfähigkeitssteigernde Auswirkung überwiegt und die Tragfähigkeit wird somit mit zunehmender Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung größer. Dieser Sachverhalt wurde durch Vergleichsrechnungen bestätigt.

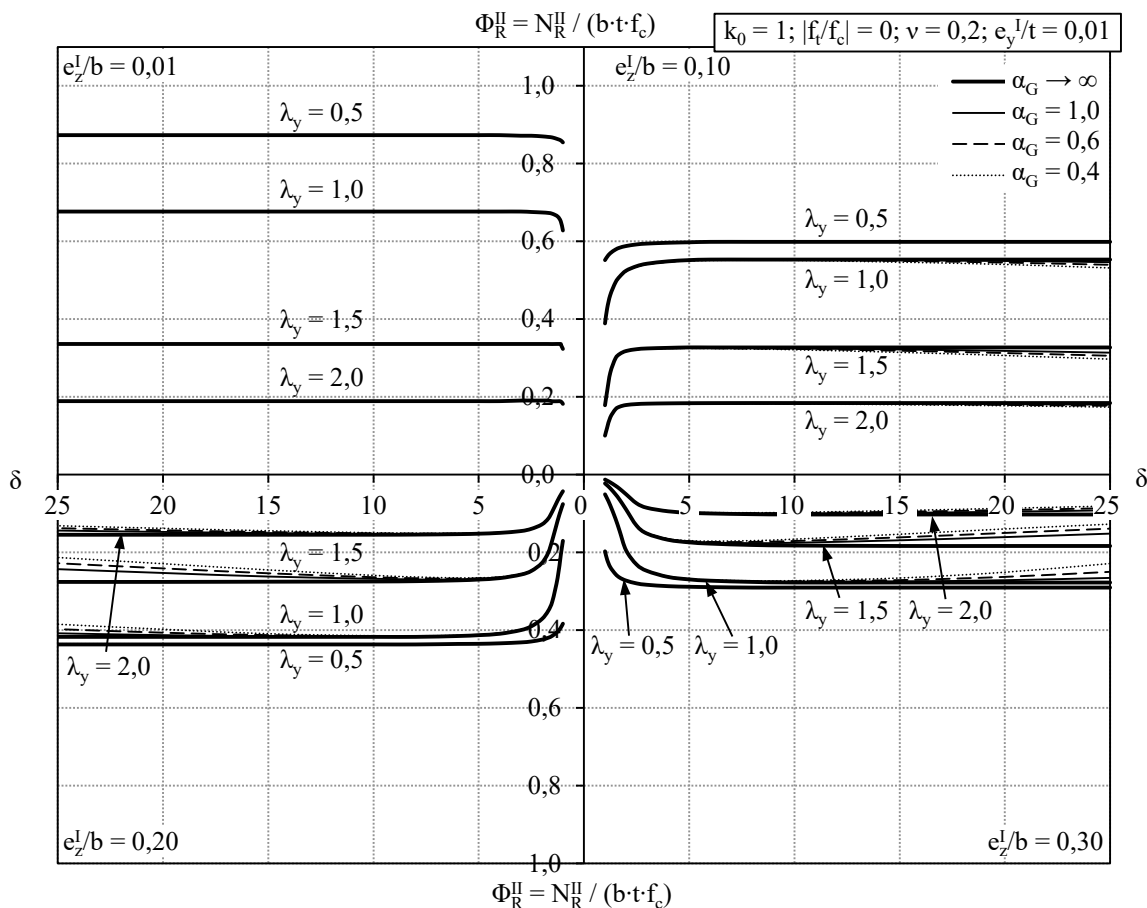


Abbildung 4-41 Systemtragfähigkeit unter Berücksichtigung der Auswirkungen der Torsion für verschiedene rechnerische Abminderungen des Schubmoduls

Für den theoretischen Grenzfall von $\alpha_G \rightarrow \infty$ ergibt sich eine unendlich große Schubsteifigkeit, sodass keine Verdrehungen auftreten. Dies stellt damit die theoretische Obergrenze der Tragfähigkeit dar. Auch wenn die Auswirkungen der Torsion berücksichtigt wer-

den ($\alpha_G \leq 1,0$), haben diese für kleine Exzentrizitäten (Quadrant II mit $e_z^I/b = 0,01$) und/oder für kleine Schlankheiten von $\lambda_y = 0,5$ bei den untersuchten δ -Verhältnissen keinerlei Auswirkungen auf die Systemtragfähigkeit. Jedoch sind insbesondere für Schlankheiten von $\lambda_y = 1,5$ und ab Verhältnissen von $\delta = \lambda_y/\lambda_z > 10$ zum Teil beachtliche Reduzierungen der Tragfähigkeiten festzustellen. Sofern die Auswirkungen der Verdrehungen einen Einfluss auf die Systemtragfähigkeit haben, sinkt mit zunehmender Abminderung α_G des Schubmoduls erwartungsgemäß auch die Systemtragfähigkeit. Mit zunehmender Exzentrizität e_z^I/b nehmen die prozentualen Abweichungen der Tragfähigkeit unter Berücksichtigung der Auswirkungen der Querschnittsverdrehungen zu und sind für die untersuchte Schlankheit von $\lambda_y = 1,5$ am größten.

Mit dem Ausschluss von Wölbkrafttorsion sowie Profilverformungen und dem rechnerisch abgeminderten Schubmodul wird im Rahmen der durchgeführten Untersuchung als Abschätzung empfohlen, das nichtlineare Berechnungsmodell nur für Druckglieder mit Verhältnissen von $\delta = \lambda_y/\lambda_z \leq 10$ anzuwenden, sofern die Verdrehungen um die Druckgliedlängsachse nicht konstruktiv ausgeschlossen sind. Dies ist einer eventuellen Reduzierung der rechnerischen Tragfähigkeit infolge von Verdrehungen, die beim nichtlinearen Berechnungsmodell unberücksichtigt bleibt, geschuldet.

4.4.4.3 Querkraftversagen

Zusätzlich zur Biegetragfähigkeit ist auch eine ausreichende Querkrafttragfähigkeit der Druckglieder sicherzustellen. Wenn das Druckglied in Übereinstimmung mit den in Abschnitt 4.1 definierten Randbedingungen durch eine Normalkraft mit konstanten Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung beansprucht wird, ergeben sich Querkräfte infolge der Verformungen des Druckgliedes. Da diese Querkräfte äußerst klein sind und Druckglieder stets eine gewisse Querkrafttragfähigkeit aufweisen, ist die Querkrafttragfähigkeit a priori sichergestellt.

Sind die Exzentrizitäten der Last abweichend von Abschnitt 4.1 an Kopf und Fuß des Druckgliedes unterschiedlich groß oder ist das Druckglied über seine Höhe durch horizontale Lasten beansprucht, können maßgebliche Querkräfte auftreten. Das Querkraftversagen kann durch die Überschreitung der schiefen Hauptzugspannungen und durch Fugenversagen bei Fugen in Betonbauteilen bzw. Lagerfugen in Mauerwerksbauteilen eintreten. Weitere Versagensarten für Druckglieder aus Mauerwerk, wie zum Beispiel das Schubdruckversagen oder das Kippen der Einzelsteine, sind gesondert zu betrachten. Der Nachweis der schiefen Hauptzugspannungen kann unter Berücksichtigung der überdrückten Querschnittsfläche gemäß Abschnitt 4.2.2 erfolgen. Der Tragwiderstand beim Fugenversagen setzt sich aus den Traganteilen infolge von Reibung und Kohäsion zusammen. Der Traganteil der Reibung ist gemäß dem 1. Amontonsschen Gesetz zur Tribologie unabhängig von der überdrückten Querschnittsfläche, wohingegen der Traganteil der Kohä-

sion lediglich auf die überdrückte Fläche anzurechnen ist. Basierend auf diesen theoretischen Grundlagen kann die Querkrafttragfähigkeit auch für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder ermittelt werden.

4.4.4.4 Versagen infolge von horizontaler Last bei minimaler Normalkraft

Neben dem Nachweis der Tragfähigkeit von unbewehrten Druckgliedern unter maximaler Normalkraftbeanspruchung ist auch die Tragfähigkeit unter minimaler Normalkrafteinwirkung sicherzustellen. Für die in Abschnitt 4.1 definierte Randbedingung der Normalkraftbeanspruchung, bei der die Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung über die Höhe des Druckgliedes konstant sind, ist die Tragfähigkeit auch sichergestellt, wenn keine Drucknormalkraft einwirkt. Einwirkende Zugnormalkräfte sind gemäß Abschnitt 4.1 ausgeschlossen.

Sofern abweichend von Abschnitt 4.1 horizontale Lasten angreifen, ist die Tragfähigkeit des Druckgliedes durch eine minimal einwirkende Drucknormalkraft (Mindestauflast) sicherzustellen. Da in diesem Fall die Biegeeinwirkungen dominieren, handelt es sich jedoch nicht mehr um ein Druckglied, sondern vielmehr um einen Biegebalken. Zur Sicherstellung der Tragfähigkeit ist das Gleichgewicht am verformten System zu wahren. Ein Modell zur Ermittlung der minimal notwendigen Normalkraft für einachsige Biegung mit Drucknormalkraft ist beispielsweise in Schmitt et al. (2015) enthalten. Dieses Modell kann mit den dargestellten Beziehungen zur Querschnittstragfähigkeit und den Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen auf den allgemeingültigen Fall der zweiachsigen Biegung mit Drucknormalkraft erweitert werden. Alternativ dazu kann auch eine Bogentragwirkung unterstellt werden. Mit Hilfe der Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit zur Querschnitts- und Systemtragfähigkeit können bestehende Bogenmodelle, beispielsweise das Modell nach Förster & Graubner (2016), für zweiachsige Biegebeanspruchungen erweitert werden.

4.5 Experimentelle Verifizierung

4.5.1 Grundlagen

Zur Verifizierung des nichtlinearen Berechnungsmodells wurden experimentelle Versuche zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit durchgeführt. Das vorgestellte nichtlineare Berechnungsmodell basiert auf der Idealisierung eines homogenen Querschnittes (vgl. Abschnitt 4.1). Diese Annahme ist für Druckglieder ohne Querschnittsschwächungen zweifelsfrei gerechtfertigt. Um die gestiegenen bauphysikalischen Anforderungen zu erfüllen, kommen im Mauerwerksbau zum Teil auch Mauersteine mit großen Öffnungen in vertikaler Richtung zum Einsatz. Auch wenn bei der Ermittlung der Druckfestigkeit stets die Bruttoquerschnittsfläche verwendet wird, kann die Idealisierung als homogener Querschnitt nicht a priori als zutreffend angesehen werden. Um die Idealisierung der Mauersteine mit nennenswertem Lochanteil zu überprüfen, wurden daher Versuche an Mauersteinen mit ein- und zweiachsig exzentrischen Belastungsanordnungen durchgeführt. Da Hochlochziegel sehr große Öffnungen bei verhältnismäßig kleinen zugehörigen Stegdicken besitzen, erfolgten die Versuche an zwei Hochlochziegeln mit unterschiedlichen Lochbildern.

Für die Systemtragfähigkeit von einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern steht in der Literatur eine Vielzahl von Versuchsergebnissen zur Verfügung. Wie bereits erläutert stellt das hier vorgestellte nichtlineare Berechnungsmodell eine Erweiterung des bestehenden Modells von Glock (2004) dar, welches ausschließlich für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder gültig ist. Deshalb sind die in Glock (2004) dargestellten Verifizierungen der theoretischen mit denen im Versuch gemessenen Tragfähigkeiten ebenfalls für das vorliegende Modell gültig. Folglich kann konstatiert werden, dass für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder das nichtlineare Berechnungsmodell bereits ausreichend verifiziert ist. Um das nichtlineare Berechnungsmodell auch für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder experimentell zu verifizieren, wird auf in der Literatur beschriebene Versuche zurückgegriffen. Die mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell ermittelten Systemtragfähigkeiten werden den Traglasten der Versuche gegenübergestellt.

4.5.2 Querschnittstragfähigkeit

Für die experimentelle Verifizierung der Querschnittstragfähigkeit von Mauersteinen mit Löchern wurden ein Hochlochziegel mit einer Vielzahl von filigranen Längs- und Querstegen und ein Hochlochziegel mit nur wenigen, aber dafür massigeren Längs- und Querstegen gewählt. Im Folgenden werden die unterschiedlichen Mauersteine als Filigranziegel und Großkammerziegel bezeichnet. Beide Mauersteine wurden von der Wienerberger GmbH zur Verfügung gestellt.

Bei den Filigranziegeln handelt sich es um das Produkt Planhochlochziegel T10 gemäß Z-17.1-889 (2012) und bei den Großkammerziegeln um Planhochlochziegel T8 MW gemäß Z-17.1-1041 (2015). Die Kammern der Großkammerziegel sind mit Mineralwolle gefüllt, um die Wärmeleitfähigkeit des Steines zu reduzieren. Für die Tragfähigkeit ist das Füllmaterial irrelevant, da es nicht am Lastabtrag beteiligt ist. Aufgrund der großen Kammern ist der Großkammerziegel im Vergleich zum untersuchten Filigranziegel wesentlich heterogener. Beide untersuchten Ziegel haben die Abmessungen $b/t/h$ von 248/300/250 mm. Die Mauersteine und die zugehörigen Stegdicken sind in Abbildung 4-42 dargestellt.

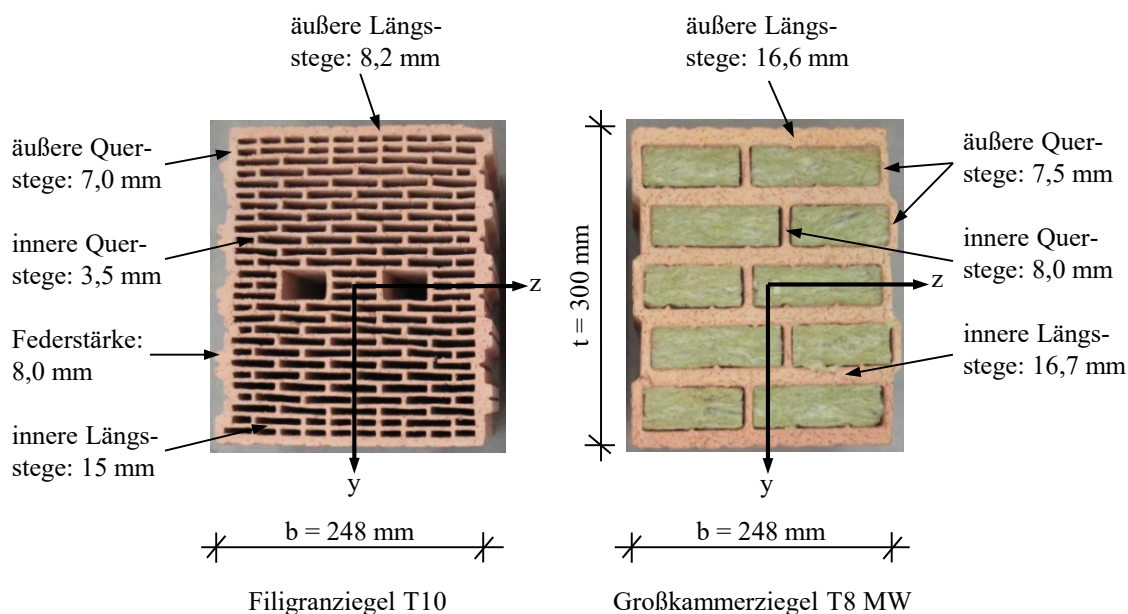


Abbildung 4-42: Filigranziegel T10 (links) und Großkammerziegel T8 MW (rechts)

Die Normalkraft wurde in die plangeschliffenen Mauersteine durch zwei steife Lasteinleitungsplatten aus Stahl eingeleitet. Die Übertragung von Zugspannungen zwischen Mauerstein und Lasteinleitungsplatte ist somit ausgeschlossen. Zwischen den Stahlplatten und der Prüfmaschine wurde jeweils ein Kalottenlager angeordnet, sodass die Normalkraft mit den definierten Exzentrizitäten eingeleitet wird und gleichzeitig die Verdrehungen der Lasteinleitungsplatten um beide Achsen, welche aus der schiefen Dehnungsebene resultieren, ermöglicht wird. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4-43 abgebildet.

Die Versuche wurden in Anlehnung an DIN EN 772-1 (2016) mit einer Belastungsgeschwindigkeit von ca. 1 kN/s durchgeführt. Die Messung der aufgebrachten Kraft erfolgte durch die in der Prüfmaschine verbaute Kraftmessdose. Die untersuchten Kombinationen der Exzentrizitäten in beide Richtungen decken ein breites Spektrum ab und reichen von zentrischer Beanspruchung, über einachsige Biegung in Dicken oder Längsrichtung bis hin zur zweiachsigen Biegung. Dabei wurden die Exzentrizitäten so gewählt, dass der gesamte Querschnitt oder auch nur ein Teilbereich des Querschnittes Druckbeanspruchungen erfährt.

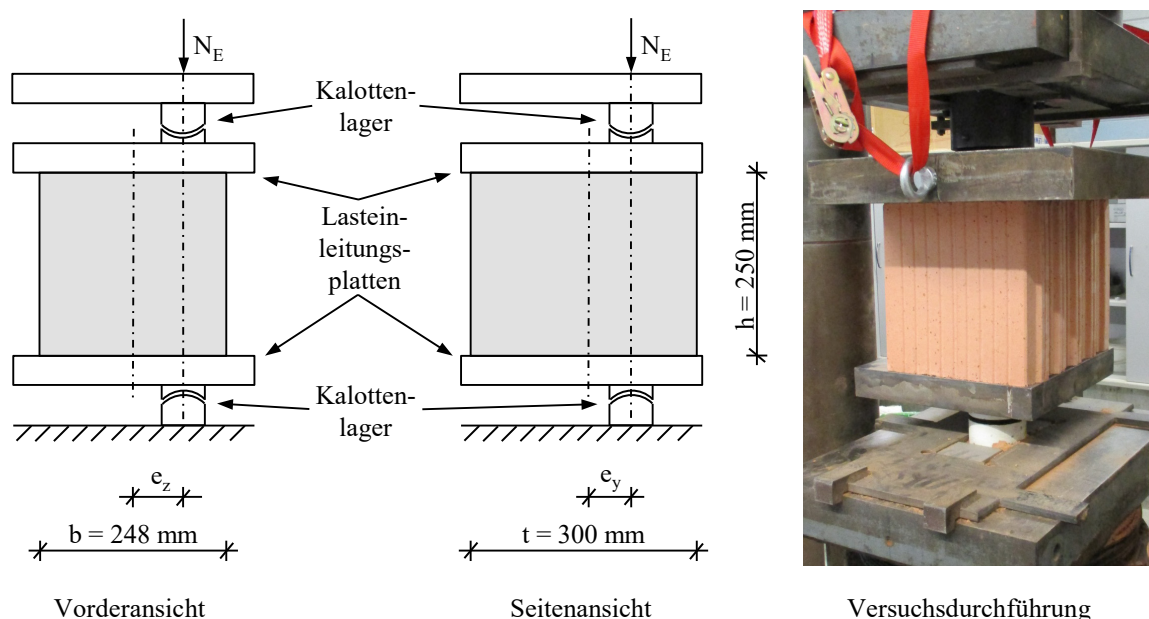


Abbildung 4-43: Darstellung des Versuchsaufbaus: Vorderansicht (links), Seitenansicht (Mitte), Versuchsdurchführung (rechts)

Für jede Belastungssituation (e_z/b und e_y/t) wurden jeweils drei Versuche durchgeführt. Die aus den zentrischen Versuchen ermittelte aufnehmbare Traglast stellt den Bezugswert für die rechnerisch und versuchstechnisch ermittelten Traglasten der exzentrischen Belastungsanordnungen dar, weshalb bei den zentrischen Versuchen die Versuchsanzahl auf jeweils fünf Versuche pro Stein erhöht wurde. Insgesamt wurden für die zwei untersuchten Mauersteine 58 Versuche durchgeführt. Das Versagen war für exzentrisch beanspruchte Mauersteine stets durch ein Abplatzen von Teilen des Steines in Kombination mit dem Ausbrechen eines Teilbereiches gekennzeichnet. Bei den Versuchen mit zentrischer Beanspruchung waren zumeist keine Abplatzungen an den Außenseiten der Steine festzustellen. Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle 4-1 zusammengefasst.

Tabelle 4-1: Versuchsergebnisse der durchgeführten Mauersteinprüfungen

e_y/t	e_z/b	Normalkrafttragfähigkeit in kN	
		Filigranziegel T10	Großkammerziegel T8 MW
0	0	778 / 727 / 654 / 704 / 609	610 / 567 / 684 / 649 / 599
1/6	0	412 / 409 / 395	402 / 393 / 404
3/10	0	276 / 288 / 285	301 / 286 / 266
1/12	1/12	451 / 402 / 446	416 / 406 / 474
3/10	1/6	256 / 260 / 255	204 / 195 / 168
3/10	3/10	177 / 159 / 165	167 / 184 / 167
1/6	3/10	264 / 264 / 256	237 / 197 / 216
0	1/6	456 / 497 / 443	412 / 426 / 399
0	3/10	301 / 285 / 341	293 / 296 / 261

Die Abbildung 4-44 veranschaulicht die ausgewerteten Versuchsergebnisse der Filigranziegel T10 im Vergleich zu den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten ohne ($\eta_u = 1,0$) und mit ($\eta_u \rightarrow \infty$) horizontalem plastischem Ast. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist

dabei die Traglastfunktion für die Exzentrizität von $e_z/b = 1/12$ nur in einem Teilbereich dargestellt.

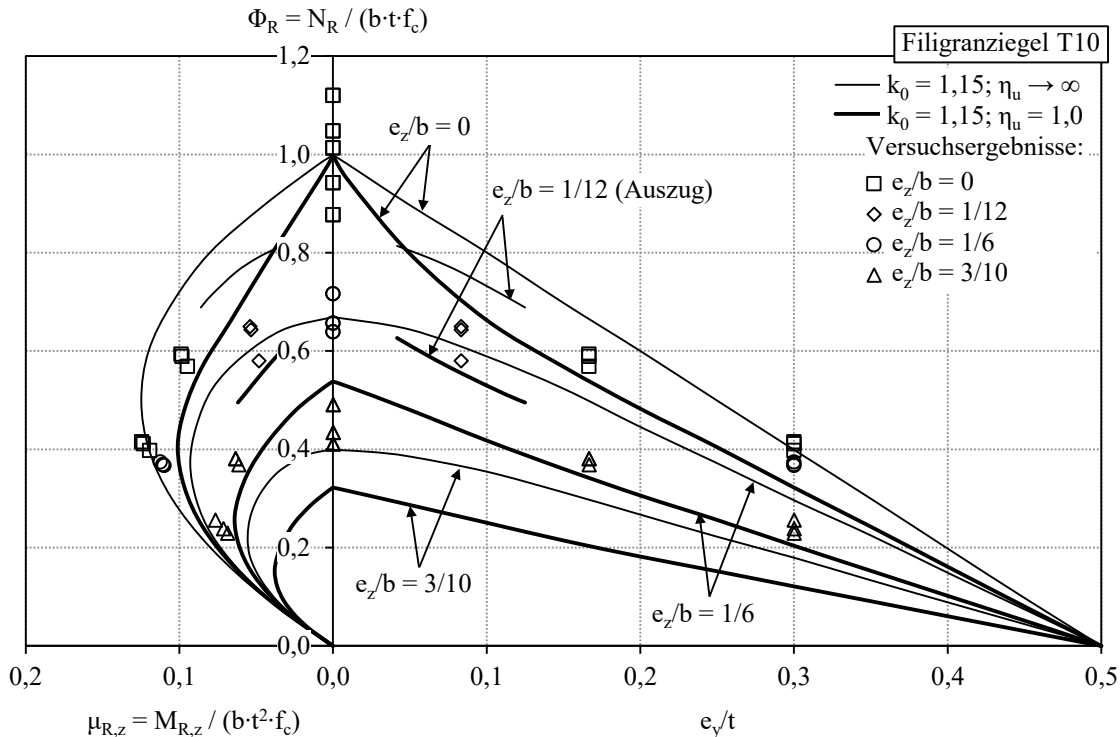


Abbildung 4-44: Vergleich der Versuchsergebnisse der Filigranziegel T10 mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten

Es ist ersichtlich, dass kein einziges Versuchsergebnis mit exzentrischer Beanspruchung Tragfähigkeiten unterhalb der theoretischen Tragfähigkeit ohne horizontalen plastischen Ast liefert. Die Versuchswerte liegen zwischen den theoretischen Traglasten ohne und mit plastischem Ast oder für große Exzentrizitäten in z-Richtung ($e_z/b = 3/10$) über denen mit plastischem Ast. Letzteres ist zum Teil mit dem im Verhältnis zu den inneren Stegen deutlich massigeren äußeren Stegen zu erklären. Die äußeren Stege haben aufgrund der exponierten Lage an den Rändern der Mauersteine und den damit verbundenen größeren inneren Hebelarmen stets einen größeren Einfluss auf die Tragfähigkeit als die inneren Stege. Je größer die Exzentrizitäten sind, desto mehr kommt dieser Effekt zu tragen, da sich der Traganteil der äußersten Stege im Verhältnis zur Gesamttragfähigkeit erhöht. Dieser Effekt ist ebenso bei den einachsig exzentrisch beanspruchten Versuchsergebnissen vorhanden. Für die einachsig in y-Richtung exzentrisch beanspruchten Versuchskörper ($e_z/b = 0$) ist ersichtlich, dass bei der Exzentrizität von $e_y/t = 1/6$ die Traglasten näher bei den rechnerischen Traglasten ohne horizontalen plastischen Ast liegen. Für den Querschnitt mit einer Exzentrizität von $e_y/t = 3/10$ decken sich die Versuchswerte mit Tragfähigkeit mit plastischem Ast. Dies gilt ebenso für die ausschließlich in z-Richtung exzentrisch ($e_y/t = 0$) beanspruchten Versuchskörper. Für die Exzentrizität von $e_z/b = 1/6$ liegen die Versuchswerte dabei nahe der starr-plastischen Tragfähigkeit ($\eta_u \rightarrow \infty$). Bei größerer

Exzentrizität ($e_z/b = 3/10$) ergeben sich versuchstechnisch größere Traglasten, als rechnerisch mit homogener Spannungsverteilung mit plastischem Ast über den Querschnitt ermittelt werden können. Dieser Effekt tritt für in z-Richtung beanspruchte Querschnitte stärker auf als für Querschnitte, die nur in y-Richtung belastet sind, was auf die massigere Stirnseite des Mauersteins, insbesondere auf die Nut-Feder-Verbindung, zurückgeführt wird.

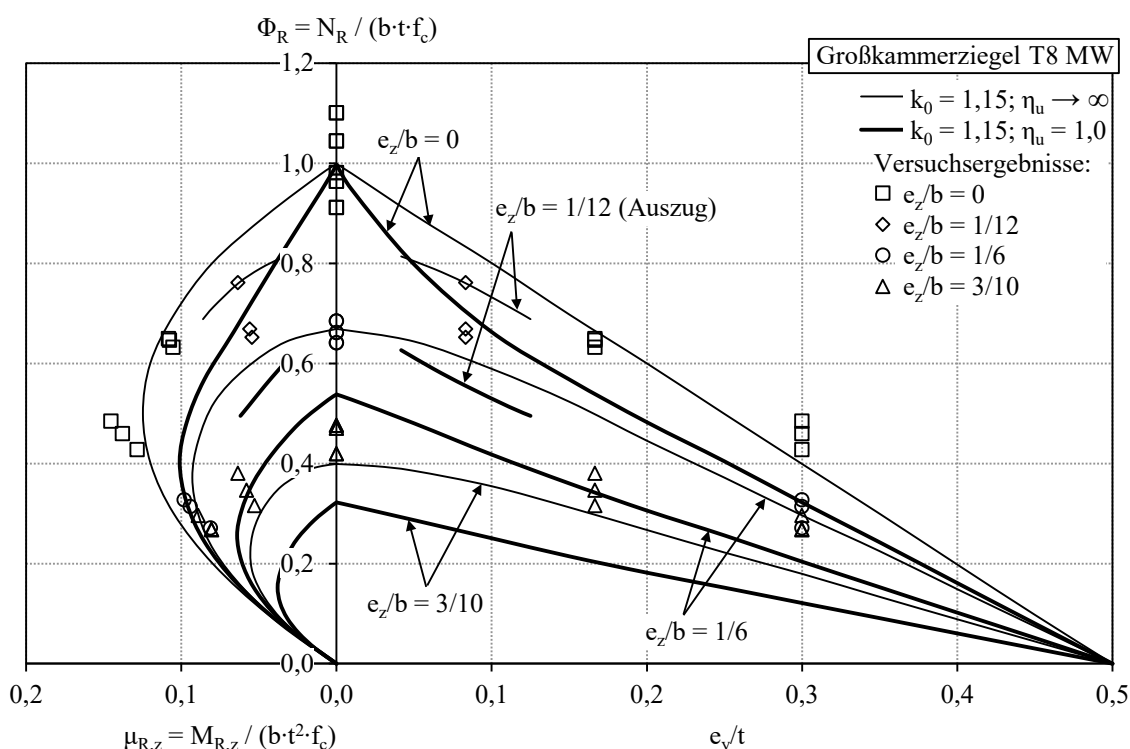


Abbildung 4-45: Vergleich der Versuchsergebnisse der Großkammerziegel T8 MW mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten

Entsprechend zu Abbildung 4-44 sind in Abbildung 4-45 die Ergebnisse der Versuche mit den Großkammerziegeln T8 MW mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten gegenübergestellt. Die Versuchsergebnisse der geprüften Großkammerziegel sind vergleichbar mit den geprüften Hochlochziegeln. Ausschließlich für eine Belastungssituation von $e_z/b = 1/6$ mit $e_y/t = 3/10$ ergeben sich für den Großkammerziegel geringere Tragfähigkeiten als für den untersuchten Hochlochziegel, wobei zu bemerken ist, dass fast alle gemessenen Traglasten der Großkammerziegel dennoch stets über der rechnerischen plastischen Tragfähigkeit für die homogene Modellierung des Querschnittes liegen. Für größere ein- oder zweiachsige Ausmitten ($e_z/b = 0,3$ oder $e_y/t = 0,3$) liegen die Versuchsergebnisse bei homogener Modellierung des Querschnittes weit über der rechnerisch möglichen plastischen Tragfähigkeit. Dies resultiert aus den großen Kammern der Ziegel, was folgendes Beispiel verdeutlicht: Wird eine einachsige Exzentrizität so groß gewählt, dass nur der äußerste Steg überdrückt ist, so ergeben sich rechnerisch nur sehr geringe Traglasten, da im Verhältnis zur gesamten Bruttoquerschnittsfläche des Steines (Querschnittsfläche ohne

Berücksichtigung der Kammern) nur eine sehr kleine Fläche des Steines überdrückt ist. In der Realität ist jedoch von der Steinnettofläche (Querschnittsfläche mit Berücksichtigung der Kammern) ein deutlich größerer Anteil überdrückt, wodurch sich auch eine größere Traglast ergibt. Somit kann für die verwendeten Großkammerziegel konstatiert werden, dass sich in den betrachteten Fällen die Diskontinuität der Mauersteine positiv auf die Tragfähigkeit ein- und zweiachsig exzentrisch beanspruchter Querschnitte auswirkt.

In Abbildung 4-46 sind alle versuchstechnisch ermittelten Tragfähigkeiten (Φ_{Versuch}) in normierter Form mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten (Φ_{Theorie}) ohne ($\eta_u = 1$) und mit ($\eta_u \rightarrow \infty$) horizontalem plastischen Ast gegenübergestellt. Dabei spiegelt die Winkelhalbierende eine exakte Übereinstimmung der Ergebnisse von Theorie und Versuch wider. Es ist ersichtlich, dass bei kleinen Normalkräften die Tragfähigkeiten der Versuche systematisch unterschätzt werden. Dabei repräsentieren die kleinen Tragfähigkeiten große einachsig exzentrische oder mittlere bis große zweiachsig exzentrische Belastungssituationen.

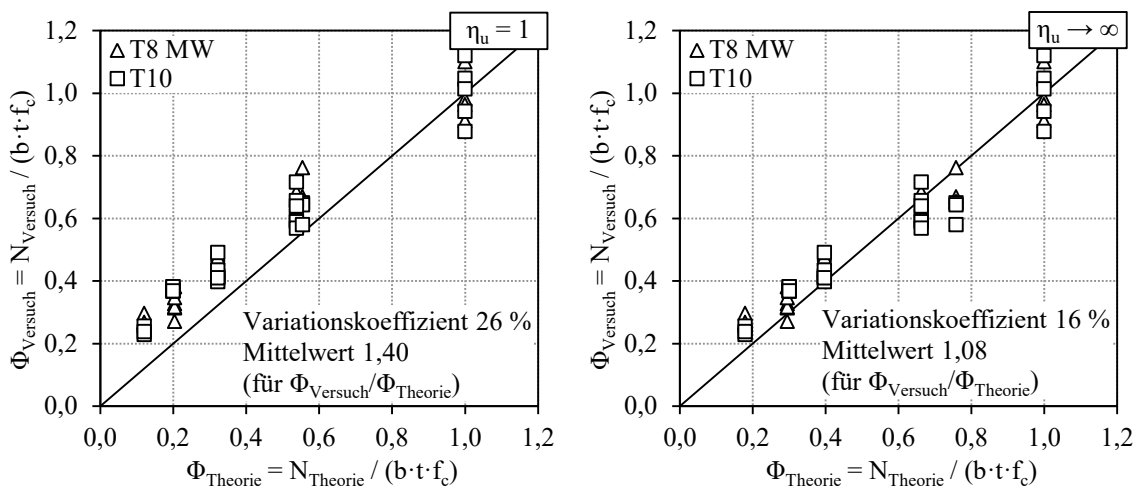


Abbildung 4-46: Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastversuche mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten ohne ($\eta_u = 1$) und mit ($\eta_u \rightarrow \infty$) horizontalem plastischen Ast

Analog der unterschiedlichen Festigkeiten bei zentrischer Zug- und Biegezugbeanspruchung sind unterschiedliche Festigkeiten bei zentrischer Druck- und Biegedruckbeanspruchung festzuhalten. Die Versuchsergebnisse Yokel & Dikkers (1971), Yokel & Dikkers (1973), Fattal & Cattaneo (1976) und Hatzinikolas et al. (1978) bestätigen diesen Sachverhalt [vgl. TMS 402/602-16 (2016)]. Aus diesem Grund werden bei normativen Nachweisverfahren die Tragfähigkeiten, für deren Ermittlung linear-elastisches Werkstoffverhalten zugrunde gelegt wird, teilweise um den Faktor 4/3 erhöht (vgl. Abschnitte 3.4.2.1, 3.4.3.1, 3.4.3.2 und 3.4.3.3). Dies wird üblicherweise durch eine um den Faktor 4/3 vergrößerte aufnehmbare Randspannung erzielt. Dadurch wird für den gerissenen Querschnitt die Tragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten rechnerisch auf die starr-plastische Tragfähigkeit erhöht. Dieser Sachverhalt wird durch die in Abbildung

4-46 dargestellten Versuchsergebnisse bestätigt, da die versuchstechnisch ermittelten Tragfähigkeiten besser mit den theoretischen Tragfähigkeiten unter Berücksichtigung des horizontal plastischen Astes ($\eta_u \rightarrow \infty$) übereinstimmen als mit den Tragfähigkeiten ohne Berücksichtigung des Astes ($\eta_u = 1,0$).

Allgemein kann bei exzentrischer Beanspruchung ein gewisser Anteil der Abweichungen von gemessener zu theoretisch ermittelter Tragfähigkeit auf den Maßstabseffekt zurückgeführt werden. Sofern der Querschnitt infolge der exzentrisch wirkenden Normalkraft aufreißt, verringert sich mit zunehmender Exzentrizität die überdrückte Querschnittsfläche. Der Maßstabseffekt, dass mit zunehmender Prüfkörpergröße die Festigkeit abnimmt, und der Einfluss der Schlankheit der Prüfkörper auf die im Versuchen erzielten Druckfestigkeiten unter zentrischer Beanspruchung, wird für Mauerwerk und Mauersteine zum Beispiel in den Arbeiten Schellbach (1979), Kirtschig & Karsten (1981), Betzler (1995), Mohamed et al. (2011), Das et al. (2014) und Brameshuber & Graubohm (2014) untersucht. Dabei stellt sich heraus, dass mit zunehmender Schlankheit der Prüfkörper die gemessene Tragfähigkeit abnimmt. Dies ist unter anderem auf den Einfluss der Querdehnungsbehinderung, welche in der Versuchsdurchführung durch die Lasteinleitungsplatten aus Stahl gegeben ist, zurückzuführen. Die Erkenntnisse können auf exzentrisch beanspruchte Prüfkörper nur bedingt übertragen werden, da sich die Literatur auf zentrisch beanspruchte Prüfkörper bezieht.

Da das Mauerwerk neben den Mauersteinen auch aus Mauermörtel besteht, darf der Einfluss des Mauermörtels nicht unberücksichtigt bleiben. Es ist allgemein bekannt, dass die Mauerwerksdruckfestigkeit bei der Verwendung von Dünnbettmörtel unabhängig von der Mörtelfestigkeit ist (vgl. Abschnitt 2.3.3). Die Vermauerung von Großkammerziegeln erfolgt ausschließlich mit Dünnbettmörtel, damit das daraus erstellte Mauerwerk eine geringe Wärmeleitfähigkeit hat. Dennoch können die Prüfergebnisse aufgrund der in der Versuchsdurchführung vorhandenen Querdehnungsbehinderungen nicht unverändert auf die Tragfähigkeit von Mauerwerk übertragen werden.

Da die gemessene Tragfähigkeit jedoch deutlich über der theoretischen Tragfähigkeit liegt, wird konstatiert, dass die Idealisierung der Steine als homogener Querschnitt auch für Steine mit großen Löchern für ein- und zweiachsig exzentrisch beanspruchte Querschnitte als konservative Abschätzung möglich ist. Bei der Ermittlung der Druckfestigkeit wird stets die Bruttoquerschnittsfläche verwendet, weshalb sich große Öffnungen in Abhängigkeit der Exzentrizitäten positiv auf die Tragfähigkeit von Mauersteinen auswirken. Insbesondere für sehr große Exzentrizitäten ist diese Modellbildung als homogener Querschnitt konservativ. Da jedoch das Mauerwerk aus verschiedenen Lagen mit unterschiedlichen Steinanordnungen zur Erzielung des Mauerwerksverbandes besteht, sollte auf mögliche Traglaststeigerungen ohne weitere Absicherung mit Mauerwerksprüfkörpern verzichtet werden. Diesbezüglich sind auch Leibungs-, Eck-, End- und Ergänzungssteine

zu berücksichtigen. Die Tragfähigkeit wird dadurch nicht beeinträchtigt, sofern diese die gleichen Festigkeiten bei gleichen oder größeren Verhältnissen von Brutto- zu Netto-steinquerschnittsfläche und vergleichbaren Lochbild aufweisen.

4.5.3 Systemtragfähigkeit

Für die experimentelle Bestimmung der Tragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder haben Lau (1990) und Yang (1995) Großversuche durchgeführt. Zur Verifizierung des nichtlinearen Berechnungsmodells werden die Ergebnisse dieser Bauteilversuche den theoretisch ermittelten Systemtragfähigkeiten gegenübergestellt. Für den Vergleich der Traglasten werden die in Abschnitt 2.4.3 vorgeschlagenen mittleren Werkstoffkennwerte für die nichtlineare Berechnung verwendet. Die Druckfestigkeiten werden gemäß den begleitenden Druckfestigkeitsprüfungen angesetzt. Zusätzlich sind auch die Systemtragfähigkeiten mit der Anhebung auf die plastische Querschnittstragfähigkeit ($\eta_u \rightarrow \infty$) dargestellt. Auf eine detaillierte Beschreibung der Versuchsaufbauten wird an dieser Stelle nicht eingegangen, da diese in den entsprechenden Arbeiten dargestellt sind [vgl. Lau (1990) und Yang (1995)].

Lau (1990) führte im Rahmen seiner Untersuchungen an Mauerwerksdruckgliedern mit komplexen Querschnittsgeometrien („Geometric Cross Section“) auch Versuche an drei Druckgliedern mit rechteckigen Querschnitten durch [vgl. auch Phipps & Lau (1989), Phipps & Lau (1990) und Bell & Phipps (1991)]. Die Druckglieder aus Betonsteinmauerwerk waren an beiden Enden gelenkig gelagert, womit sich unter Berücksichtigung der Querschnittsabmessungen ($t/b = 155/270$ mm) das δ -Verhältnis zu $\delta = \lambda_y/\lambda_z = 1,74$ ergibt. In Abbildung 4-47 sind die Versuchsergebnisse von Lau (1990) den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten auf Basis des nichtlinearen Berechnungsmodells gegenübergestellt.

Die Versuchsergebnisse von Lau (1990) unterschreiten in keinem Fall die Systemtragfähigkeiten gemäß dem nichtlinearen Berechnungsmodell. Zwei der drei Versuchsergebnisse überschreiten die theoretische Tragfähigkeit unter Berücksichtigung des horizontalen plastischen Astes ($\eta_u \rightarrow \infty$) um bis zu 9 %.

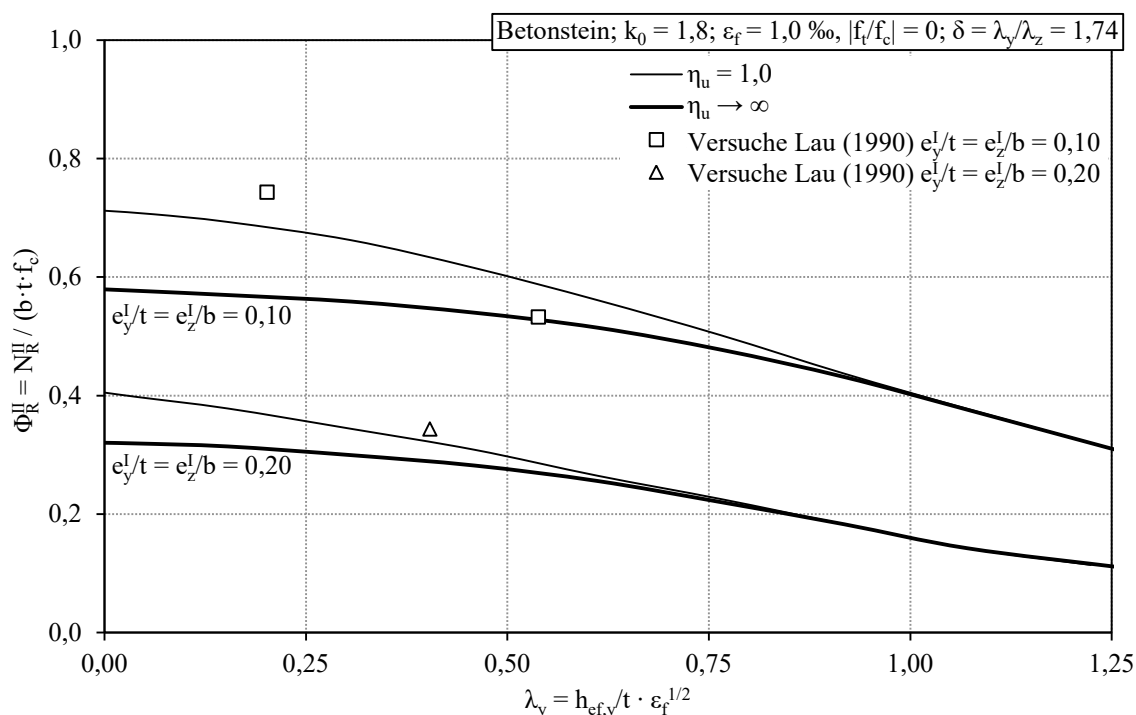


Abbildung 4-47: Vergleich der Versuchsergebnisse von Lau (1990) mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten

Yang (1995) beschäftigte sich ebenfalls mit Druckgliedern mit komplexer Querschnittsgeometrie („Geometric Cross Section“). Dabei wurden unter anderem auch 15 unbewehrte Mauerwerksdruckglieder mit rechteckigen Querschnitten untersucht [vgl. auch Phipps et al. (1993), Phipps et al. (1994a) und Phipps et al. (1994b)]. Die Querschnittsabmessungen (t/b) betrugen dabei 215/215 mm, 215/328 mm, 215/330 mm und 215/440 mm. Die Druckglieder waren an beiden Enden gelenkig gelagert. Somit wurden δ -Verhältnisse im Bereich von $\delta = 1,0$ bis 2,05 untersucht. Die Druckglieder wurden aus Ziegel- oder Betonsteinmauerwerk hergestellt. Neben zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern prüfte Yang (1995) auch einachsig exzentrisch und planmäßig zentrisch beanspruchte Druckglieder. Da selbst bei Versuchen unter Laborbedingungen weder eine ideale zentrische Lastaufbringung noch ein ideal gerades Druckglied ohne jegliche Imperfektionen vorhanden sein kann, wird für die zentrisch beanspruchten Druckglieder ein Mindestwert der Exzentrizitäten in beide Richtungen von $e_y^I/t = e_z^I/b = 0,01$ angesetzt. Die Versuchsergebnisse sind den theoretisch ermittelten Systemtragfähigkeiten in Abbildung 4-48 bis Abbildung 4-51 grafisch gegenübergestellt. Dabei ist die Darstellung so gewählt, dass alle Versuchsergebnisse in möglichst wenigen Diagrammen übersichtlich wiedergegeben werden.

4 Nichtlineares Berechnungsmodell

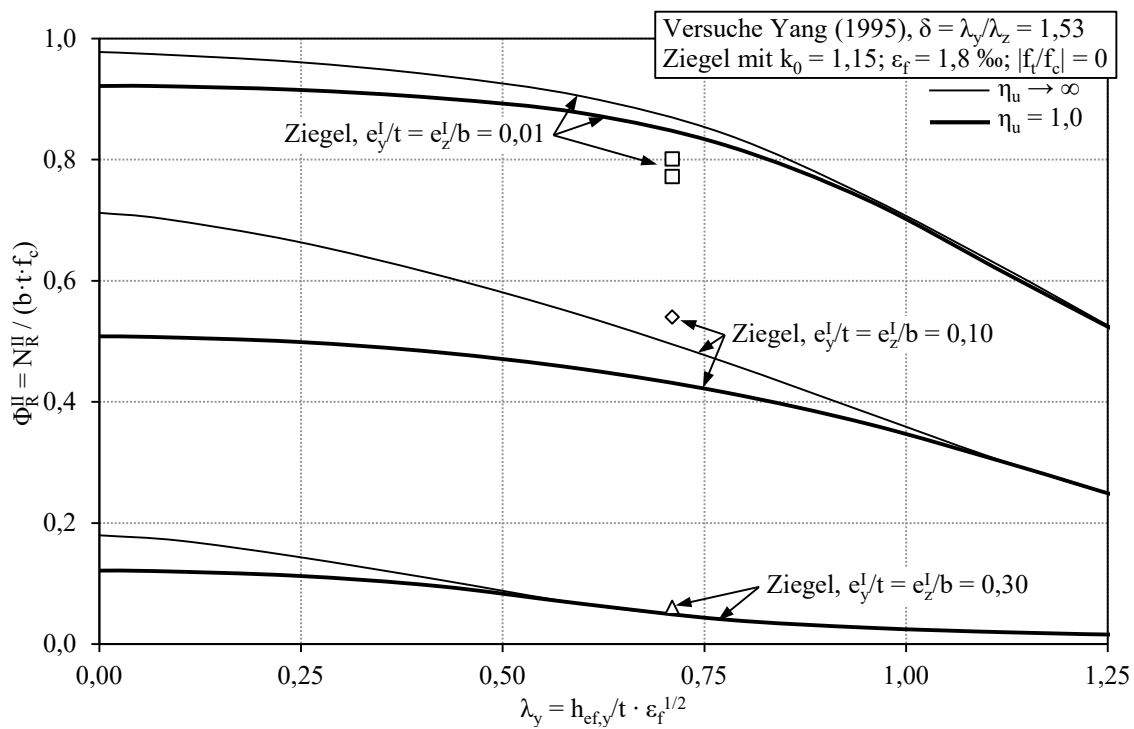


Abbildung 4-48: Vergleich der Versuchsergebnisse von Yang (1995) mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten (Teil 1 von 4)

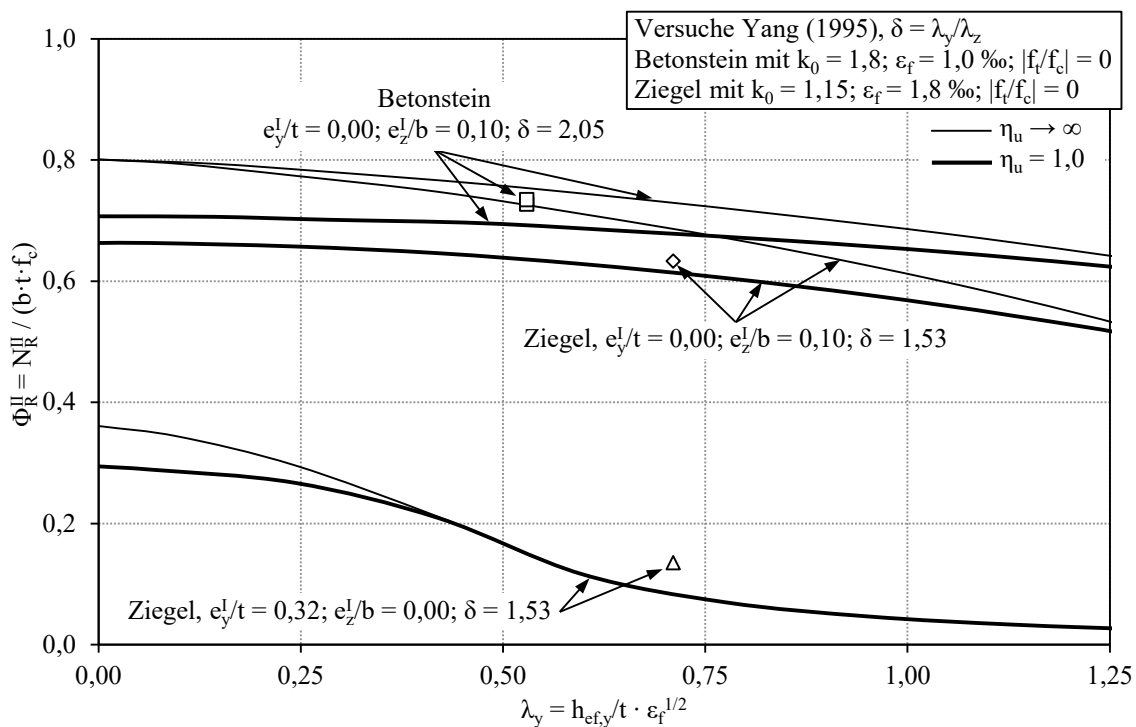


Abbildung 4-49: Vergleich der Versuchsergebnisse von Yang (1995) mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten (Teil 2 von 4)

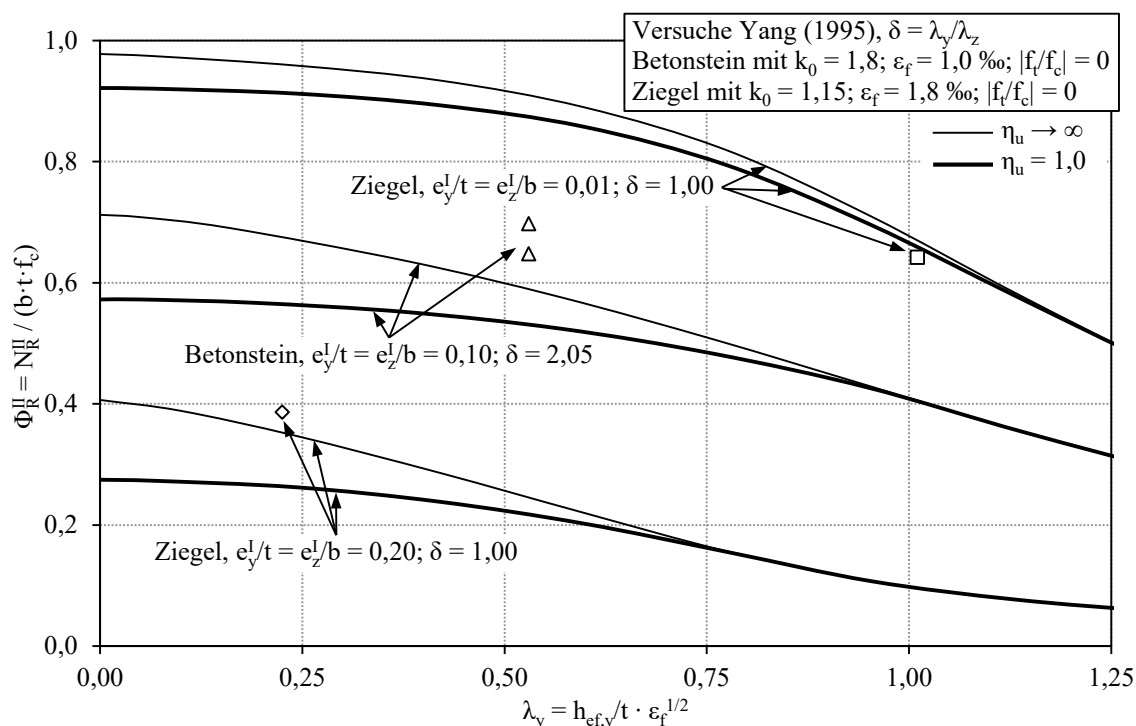


Abbildung 4-50: Vergleich der Versuchsergebnisse von Yang (1995) mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten (Teil 3 von 4)

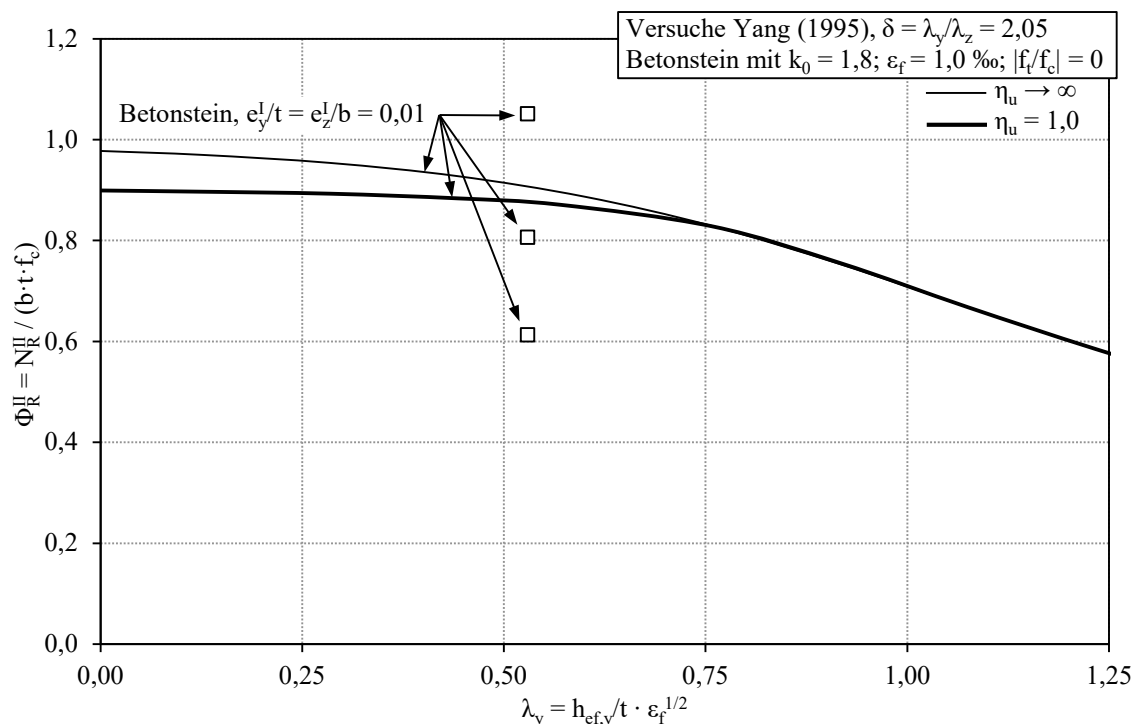


Abbildung 4-51: Vergleich der Versuchsergebnisse von Yang (1995) mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten (Teil 4 von 4)

Die Versuchsergebnisse für die planmäßige zentrische Beanspruchung in Abbildung 4-51 ($e_y^I/t = e_z^I/b = 0,01$) verdeutlichen, dass die gemessenen Tragfähigkeiten einer großen Streuung unterliegen. Mit Ausnahme des kleinen Einzelwertes in Abbildung 4-51 werden

die theoretischen Tragfähigkeiten gemäß dem nichtlinearen Berechnungsmodell ($\eta_u = 1,0$) im Vergleich zu den Versuchsergebnissen stets um nicht mehr als 9 % unterschritten.

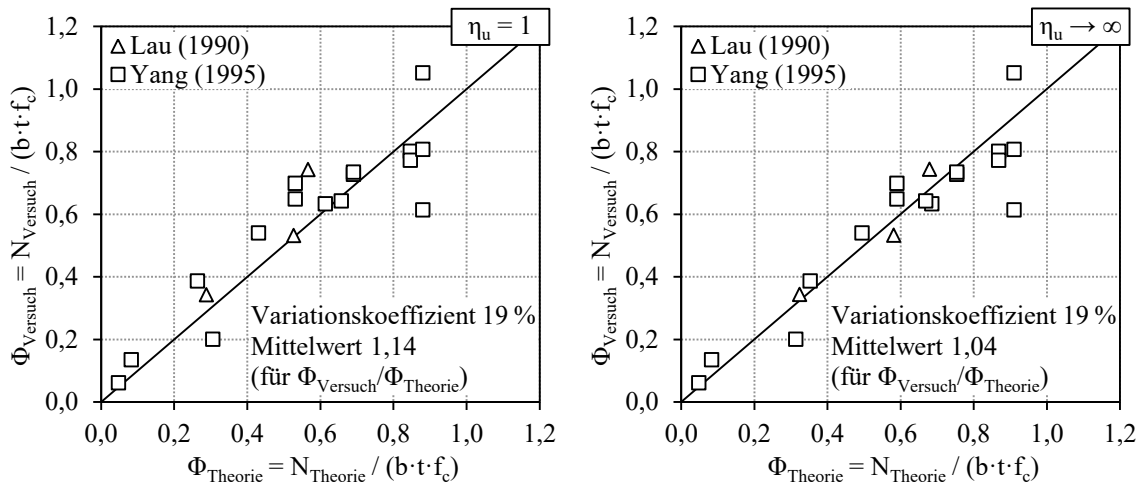


Abbildung 4-52: Gegenüberstellung der Ergebnisse der Traglastversuche mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten ohne ($\eta_u = 1$) und mit ($\eta_u \rightarrow \infty$) horizontalen plastischen Ast

Zusammenfassend stellt Abbildung 4-52 die normierten Tragfähigkeiten der Versuche von Lau (1990) und Yang (1995) (Φ_{Versuch}) über die theoretischen Systemtragfähigkeiten (Φ_{Theorie}) gemäß dem nichtlinearen Berechnungsmodell ohne ($\eta_u = 1$) und mit ($\eta_u \rightarrow \infty$) horizontalem plastischen Ast dar.

Wird kein plastischer Ast berücksichtigt ($\eta_u = 1$), so kann eine geringfügige Unterschätzung der versuchstechnisch ermittelten Tragfähigkeiten festgehalten werden. Dahingegen stimmen die theoretische Tragfähigkeiten bei Berücksichtigung des plastischen Astes ($\eta_u \rightarrow \infty$) besser mit den Ergebnissen der Versuche übereinstimmen. Dies wird auch durch die Mittelwerte der Verhältnisse von Tragfähigkeit des Versuches zur theoretischen Tragfähigkeit von 1,14 ohne Berücksichtigung des plastischen Astes und von 1,04 mit Berücksichtigung des plastischen Astes deutlich. Bereits die Gegenüberstellungen der Versuchsergebnisse mit den theoretischen Tragfähigkeiten für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder von Glock (2004) zeigt, dass die Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit einem horizontalen plastischen Ast ($\eta_u \rightarrow \infty$) tendenzielle bessere Übereinstimmungen liefert. Gleichmaßen wurde diese Tendenz auch bei der Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit der Mauersteine bei mittleren bis großen exzentrischen Beanspruchungen festgestellt (vgl. Abschnitt 4.5.2). Dies ist auf unterschiedliches Tragverhalten von zentrischer und exzentrischer Beanspruchung, analog dem unterschiedlichen Tragverhalten bei Zug- und Biegezugbeanspruchung, zurückzuführen (vgl. Abschnitt 4.5.2). Aufgrund der geringen mittleren Abweichung und der akzeptablen Variation der Traglasten von Versuch zu Theorie wird abschließend konstatiert, dass die Tragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell zutreffend abbildet wird.

4.6 Zusammenfassung

Zur möglichst wirklichkeitsgetreuen Ermittlung der Systemtragfähigkeit wurde ein nicht-lineares Berechnungsmodell entwickelt, welches sich aus Analysen zur Querschnittstragfähigkeit, -krümmung und Systemtragfähigkeit zusammensetzt. Im Gegensatz zu den in Abschnitt 3 vorgestellten Verfahren wurde dabei weitestgehend auf vereinfachende Annahmen verzichtet.

Die durchgeführte Ermittlung und Auswertung der Querschnittstragfähigkeit erfolgte für linear-elastisches, starr-plastisches und nichtlineares Werkstoffverhalten gemäß Abschnitt 2.4. Angegeben wurden neben den Querschnittstragfähigkeiten auch die überdrückten Längen, welche für die nachfolgende Ermittlung der Querschnittskrümmungen notwendig sind. Dabei ist es gelungen, für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit die infolge der Überschreitung der Bruchdehnung und des damit verbundenen rechnerischen Ausfalls dieser Querschnittsbereiche in geringem Umfang möglichen Tragfähigkeitssteigerungen ($< 3\%$) zu identifizieren. Für starr-plastisches Werkstoffverhalten wurden Beziehungen zur Bestimmung der Querschnittstragfähigkeit unter Annahme einer rechteckförmigen Druckzone und einer Druckzone mit schiefer Nulllinienlage hergeleitet. Die Ermittlung der Querschnittstragfähigkeiten für nichtlineares Werkstoffverhalten erfolgte mittels numerischer Integration. Im Vergleich zum linear-elastischen Werkstoffverhalten zeigten sich bereits bei geringen Völligkeiten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie schwach ausgeprägtem Nachbruchverhalten deutliche Steigerungen der Querschnittstragfähigkeiten. Bei der rechnerischen Berücksichtigung von Biegezugfestigkeiten stellten sich ausschließlich bei großen Exzentrizitäten deutliche Traglaststeigerungen ein. Zudem zeigte sich, dass die zuvor genannten Einflüsse bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung weitaus ausgeprägter als bei einachsig exzentrischer Beanspruchung sind.

Vorbereitend für die Ermittlung der Systemtragfähigkeiten wurden die Zusammenhänge von Querschnittskrümmungen und Exzentrizitäten untersucht. Für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit ist es gelungen, die Querschnittskrümmungen herzuleiten, wohingegen die Krümmungen für nichtlineares Werkstoffverhalten numerisch ermittelt wurden. Die Analyse ergab, dass sich bei rechnerischer Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit beachtlich kleinere Querschnittskrümmungen einstellen.

Basierend auf den Exzentrizitäten-Krümmungs-Beziehungen war es möglich, die Systemtragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit herzuleiten. Die auch für den Sonderfall eines Werkstoffes mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit gültige analytische Lösung wurde mit den Tragfähigkeiten gemäß den gültigen Bemessungsnormen für Druckglieder aus Stahl und Holz bestätigt. Für wenige Fälle liegen keine zutreffenden analytischen Lösungen vor, weshalb ein iteratives Vorgehen zur Berechnung der Systemtragfähigkeit entwickelt wurde. Ferner wurde ein numerisches Berechnungsmodell zur Ermittlung der Systemtragfähigkeiten vorgestellt. Mit

diesem Modell ließ sich die Näherung der analytischen Ermittlung der Systemtragfähigkeit – die Abschätzungen der Verläufe der Krümmungen über die Druckgliedhöhe – verifizieren.

Die analytischen und numerischen Berechnungen zeigten, dass ausschließlich bei Belastungssituationen, in denen die bezogenen Biegebeanspruchungen um die starke Achse größer sind als jene um die schwache Achse, das Verhältnis der Schlankheiten zueinander einen signifikanten Einfluss auf die normierte Systemtragfähigkeit hat. Ausgehend von einem Druckglied mit gleichen Schlankheiten in beide Achsrichtungen wird mit abnehmender Schlankheit in Richtung der stärkeren Achse die Systemtragfähigkeit stets gesteigert, sofern das Druckglied nicht infolge maßgeblicher Verformungen in Richtung der schwächeren Achsrichtung versagt (Seitwärtsversagen). Die Querschnitts- und Systemtragfähigkeiten reagieren bei annähernd linear-elastischem Werkstoffverhalten sensitiv auf Veränderungen der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung und des Nachbruchverhaltens. Rechnerisch angesetzte Biegezugfestigkeiten haben nur bei großen Schlankheiten oder großen Exzentrizitäten relevante Traglaststeigerungen zur Folge.

Zudem wurden weitere Versagensmodi von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern identifiziert. Erste Tastrechnungen zum Versagen infolge Biegedrillknicken ergaben, dass nur bei großen Schlankheitsunterschieden nennenswerte traglastmindernde Einflüsse auftreten können. Für das Querkraftversagen sowie für das Versagen unter minimaler einwirkender Normalkraft wurden mögliche Grundprinzipien zur Beschreibung der Versagensmechanismen angegeben.

Abschließend wurde das nichtlineare Berechnungsmodell durch experimentelle Versuchsergebnisse verifiziert. Mit eigens durchgeführten Versuchen zeigte sich, dass die vereinfachende Annahme eines homogenen Querschnittes auch für Mauersteine mit verhältnismäßig großen vertikalen Öffnungen als konservative Abschätzung möglich ist. Zudem ließ sich das nichtlineare Berechnungsmodell durch die Gegenüberstellung der theoretisch ermittelten Systemtragfähigkeiten mit Versuchsergebnissen aus der Literatur bestätigen.

5 NICHTLINEARES BEMESSUNGSVERFAHREN

5.1 Einführung

Für die baupraktische Anwendung ist das vorgestellte nichtlineare Berechnungsmodell aufgrund der komplexen Beziehungen sowie der notwendigen Fallunterscheidung wenig geeignet. Weiterhin kommt die Bemessung auf Grundlage eines nichtlinearen numerischen Modells bei den in der Praxis tätigen Ingenieurinnen und Ingenieuren für bewehrte Bauteile nur selten und für unbewehrte Bauteile nur in ausgewählten Sonderfällen zur Anwendung. Um der Baupraxis dennoch die wirklichkeitsnahen Tragfähigkeiten und damit auch die ökonomischen Vorzüge einer genaueren Berechnung zur Verfügung zu stellen, wird nachfolgend ein nichtlineares Bemessungsverfahren zum normenkonformen Nachweis der Tragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder vorgestellt. Dabei soll das Tragverhalten der zu bemessenden Druckglieder realitätsnah erfasst werden. Der wichtigste Bestandteil des nichtlinearen Bemessungsverfahrens ist die Approximation der Systemtragfähigkeit. Für die Entwicklung einer geeigneten Approximation sind mehrere Vorgehensweisen vorstellbar: Zum einen die empirische Approximation der Systemtragfähigkeit und zum anderen die Simplifikation durch Rückführung auf bekannte und damit leichter handhabbare Problemstellungen. Für den ersten Ansatz, die empirische Approximation, können Regressionsanalysen zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit und der Momenten-Krümmungs-Beziehung durchgeführt werden. Letzteres wird jedoch aufgrund des maßgeblichen Einflusses der Krümmungen auf die Systemtragfähigkeit als nicht zielführend erachtet. Auch die ganzheitliche empirische Approximation der Systemtragfähigkeit durch Regressionsanalysen erscheint angesichts der Vielzahl an Parametern (Werkstoff, System und Beanspruchung) und deren zum Teil hochgradig nichtlinearen Auswirkungen auf die Systemtragfähigkeit als unzumutbar. Deshalb wird im Rahmen dieser Arbeit der Ansatz der Rückführung auf bekannte Problemstellungen gewählt. Die Tragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder wird unter Verwendung der Tragfähigkeit ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder approximiert. Für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder stehen in der Literatur viele unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit zur Verfügung, weshalb im Rahmen dieser Arbeit kein neuer Vorschlag zur Bemessung lediglich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder unterbreitet, sondern auf bestehende Verfahren zurückgegriffen wird (vgl. Abschnitt 3.3).

Nachfolgend werden zunächst die Grundlagen des nichtlinearen Bemessungsverfahrens dargestellt und erläutert. Die dem Bemessungsverfahren zugrunde gelegte Approximation der Systemtragfähigkeit wird mit Hilfe umfangreicher Vergleichsrechnungen mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4 verifiziert. Um die Güte der Approximation zu demonstrieren, werden für verschiedene Werkstoffverhalten Vergleiche zwi-

schen der Approximation und der genaueren nichtlinearen Berechnung präsentiert. Da an Kopf und Fuß des Druckgliedes unterschiedliche Lastexzentrizitäten vorliegen können (vgl. Abbildung 1-1), wird eine Modellbildung mit Ersatzexzentrizitäten vorgestellt. Zudem erfolgt die Modifizierung eines nichtlinearen Nachweisverfahrens zur normenkonformen Bemessung unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes. Anschließend wird das nichtlineare Bemessungsverfahren auf Grundlage der bestehenden Regelungen zur Tragfähigkeit von einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern angewandt. Es wird aufgezeigt, wie bestehende Defizite der derzeit gültigen normativen Regelungen mit dem nichtlinearen Bemessungsverfahren eliminiert werden können. Außerdem wird ein stark vereinfachter Vorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit unterbreitet.

Für das nichtlineare Bemessungsverfahren gelten weiterhin die Randbedingungen gemäß Abschnitt 4.1. Einschränkend dazu wird das Bemessungsverfahren auf die üblichen Biegezugfestigkeiten von mineralischen Baustoffen mit einer bezogenen Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| \leq 0,2$ begrenzt. Damit ist das Bemessungsverfahren auch für Druckglieder aus Stahlfaserbeton anwendbar.

Das nichtlineare Bemessungsverfahren kann als Erweiterung der bestehenden Vorgehensweise von DIN EN 1996-1-1/NA (2012) angesehen werden (vgl. Abschnitt 3.4.3.1). Dabei ist jedoch zu beachten, dass die normative Vorgehensweise ausschließlich auf Basis der Querschnitts- und nicht der Systemtragfähigkeit entwickelt wurde. Bei der Entwicklung der bestehenden Regelung wurden keinerlei Analysen zur Systemtragfähigkeit durchgeführt (vgl. Abschnitt 3.4.3.1). Die bestehende normative Regelung erfasst nur in y-Richtung die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung und vernachlässigt die Verformungen in z-Richtung gänzlich ($\Phi_{Rd}^{\text{II}} = \Phi_{Rd,y}^{\text{II}} \cdot \Phi_{Rd,z}^{\text{I}}$). Deshalb ist die bestehende Regelung ausschließlich für ausreichend lange Wände anwendbar, bei denen die Verformungen in z-Richtung vernachlässigbar klein sind (ausführlicher in Abschnitt 3.4.3.1 erläutert). Diese Einschränkung entfällt mit dem nichtlinearen Bemessungsverfahren, da beide Richtungen gleichwertig behandelt werden.

5.2 Vorschlag eines nichtlinearen Bemessungsverfahrens

5.2.1 Grundlagen

Das nichtlineare Bemessungsverfahren basiert auf der Systemtragfähigkeit einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit reduzierter Steifigkeit, welche mit einem rechnerischen Ersatzquerschnitt abgebildet wird. Dabei wird das rechnerische Versagen in y- und z-Richtung getrennt voneinander betrachtet.

Die Bemessung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder ist wie folgt durchzuführen: Zunächst wird die Tragfähigkeit für das rechnerische Versagen in y-Richtung ermittelt. Dabei wird die Breite des Druckgliedes in Abhängigkeit der Exzentrizität senkrecht zur Versagensebene e_z^I/b und einem Korrekturfaktor Ω rechnerisch reduziert. Mit diesem neu generierten Ersatzdruckglied mit reduzierter normierter Querschnittsbreite b_{red}/b wird, unter Berücksichtigung der einachsigen Exzentrizität e_y^I/t und der Schlankheit λ_y , die Systemtragfähigkeit für das Versagen in y-Richtung ermittelt (vgl. Abbildung 5-1 links). Exzentrizitäten sowie Verformungen senkrecht zur Belastungsebene ($e_z^I/b = e_z^{II}/b = 0$) sind dabei rechnerisch ausgeschlossen. Somit kann für die Ermittlung der Systemtragfähigkeit für das ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchte Ersatzdruckglied auf bestehende Berechnungsverfahren zurückgegriffen werden. Die Systemtragfähigkeit des Ersatzdruckgliedes entspricht für Belastungssituationen mit $\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b) \leq 1,0$ unmittelbar der Systemtragfähigkeit des zweiachsig beanspruchten Druckgliedes und kann der einwirkenden Normalkraft gegenüber gestellt werden. Ausschließlich für Belastungssituationen, bei denen die Exzentrizität in z-Richtung größer ist als die Exzentrizität in y-Richtung ($\psi^I > 1,0$), kann die rechnerisch maßgebende Versagensebene nicht a priori vorhergesagt werden. Für diese Fälle muss deshalb, zusätzlich zur Bestimmung der Tragfähigkeit beim rechnerischen Versagen in y-Richtung, auch das rechnerische Versagen in z-Richtung überprüft werden. Die Vorgehensweise ist dabei äquivalent: Mit der Exzentrizität e_y^I/t und dem Korrekturfaktor Ω ist eine rechnerische Ersatzdicke (t_{red}/t) zu bestimmen. Für das Ersatzdruckglied mit reduziertem Querschnitt wird die Systemtragfähigkeit für das Versagen in z-Richtung ermittelt (vgl. Abbildung 5-1 rechts). Für diesen ebenen Nachweis der Systemtragfähigkeit muss nur die Exzentrizität e_z^I/b und die Schlankheit in z-Richtung λ_z berücksichtigt werden. Dementsprechend sind auch hier Exzentrizitäten und Verformungen senkrecht zur Belastungsrichtung ($e_y^I/t = e_y^{II}/t = 0$) rechnerisch ausgeschlossen. Die Systemtragfähigkeit des zweiachsig beanspruchten Druckgliedes ergibt sich aus der kleineren der beiden Tragfähigkeiten bei rechnerischen Versagen in y- und z-Richtung und ist für den Nachweis der Tragfähigkeit der einwirkenden Normalkraft gegenüber zu stellen.

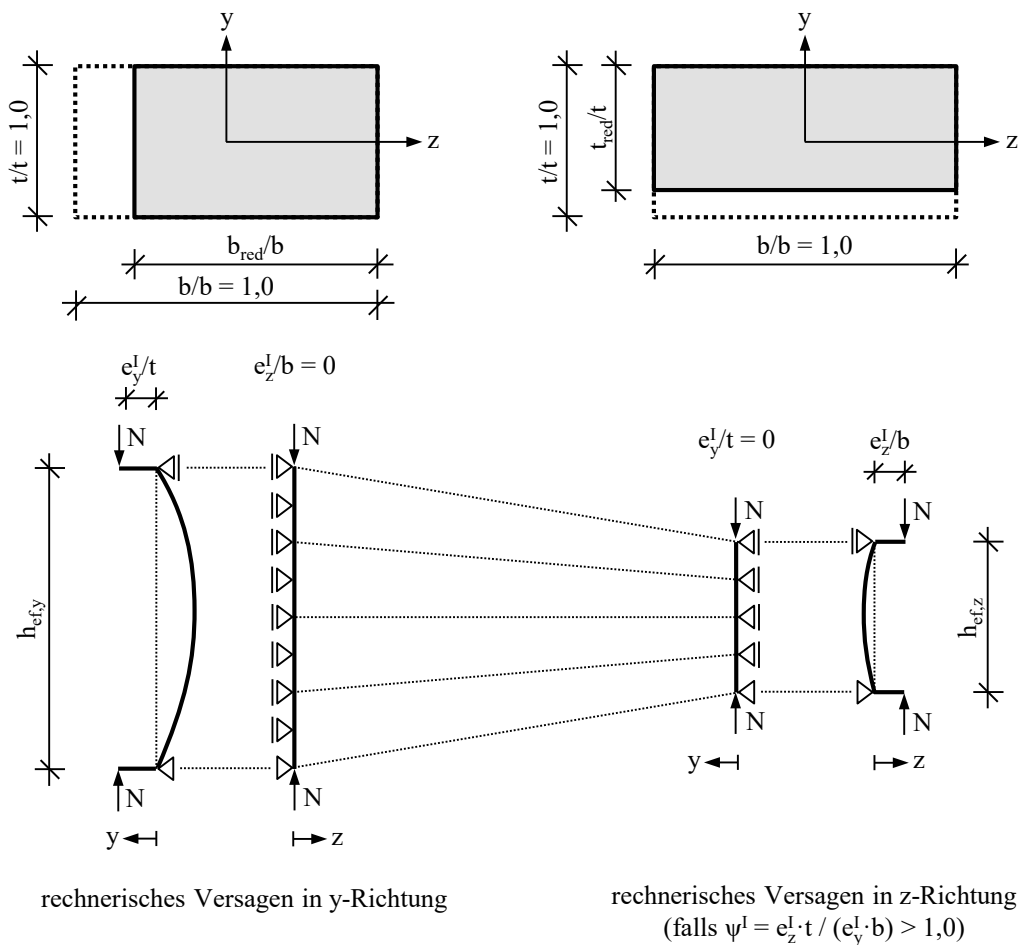


Abbildung 5-1 Ersatzdruckglieder mit reduzierten Querschnittsabmessungen und zugehörigem statischem System für rechnerisches Versagen in y- und z-Richtung

Die Ermittlung der Tragfähigkeit bei ausschließlich einachsiger exzentrischer Beanspruchung kann am reduzierten Querschnitt gemäß Abbildung 5-1 oder wegen des linearen Einflusses der Querschnittsabmessung senkrecht zur Belastungs- und Verformungsebene mit den nicht reduzierten, tatsächlichen Querschnittsabmessungen mit anschließender linearer Abminderung der Tragfähigkeit geführt werden. Insbesondere in Bezug auf die fehlerfreie Anwendung wird letzterer Ansatz als zielführender erachtet und deshalb im Rahmen dieser Arbeit nachfolgend verwendet. Einzige Ausnahme hiervon ist die Abbildung 5-1 sowie die zugehörigen vorstehenden Erläuterungen, da diese der besseren Veranschaulichung der rechnerischen Reduktionen dienen.

Die Vorgehensweise der Ermittlung der Systemtragfähigkeit auf Basis der Tragfähigkeit unter einachsiger Beanspruchung hat den Vorteil, dass bestehende Verfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit verwendet werden können und mit dem hier vorgestellten Bemessungsverfahren deren Anwendungsbereich erheblich erweitert wird. Dabei ist es gänzlich irrelevant, ob es sich dabei um analytische, empirische oder numerische Verfah-

ren zur Bestimmung der Tragfähigkeit handelt. Ebenso kann die Tragfähigkeit unter einachsiger Beanspruchung auch mit normativen Nachweisverfahren bestimmt werden. Des Weiteren ist die gewählte Vorgehensweise prinzipiell auch für zukünftige noch zu entwickelnde Verfahren zur Berechnung von einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern und damit auch zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit unter zweiachsig exzentrischer Beanspruchung anwendbar.

Die allgemein gültige Vorgehensweise zum Nachweis der Tragfähigkeit des Druckgliedes infolge maximaler Normalkraftbeanspruchung setzt sich aus folgenden Schritten zusammen:

1. Ermittlung des Bemessungswertes der Tragfähigkeit unter einachsig exzentrischer Beanspruchung des Druckgliedes ohne Querschnittsreduzierung für rechnerisches Versagen in y-Richtung unter Vernachlässigung der Exzentrizitäten e_z^I/b und der Schlankheit λ_z :
 $\rightarrow \Phi_{Rd,y}^II$
2. Ausschließlich für $\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b) > 1,0$: Ermittlung des Bemessungswertes der Tragfähigkeit unter einachsig exzentrischer Beanspruchung des Druckgliedes ohne Querschnittsreduzierung für rechnerisches Versagen in z-Richtung unter Vernachlässigung der Exzentrizität e_y^I/t und der Schlankheit λ_y :
 $\rightarrow \Phi_{Rd,z}^II$
3. Ermittlung des Korrekturfaktors (Gl. 5-4 mit Gl. 5-5):
 $\rightarrow \Omega$
4. Ermittlung der rechnerischen Reduzierungen der Querschnittsabmessungen (Gl. 5-2 und Gl. 5-3):
 $\rightarrow b_{red}/b$ und ggf. t_{red}/t
5. Ermittlung des Bemessungswertes der Systemtragfähigkeit unter Berücksichtigung der rechnerischen Reduktion des Querschnittes (Gl. 5-1):
 $\rightarrow \Phi_{Rd}^II$
6. Nachweis der Systemtragfähigkeit:
 $\rightarrow \Phi_{Ed} \leq \Phi_{Rd}^II$

Die Tragfähigkeit unter ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung gemäß Aufzählungsnummern 1 und 2 sind Eingangsgrößen für das nichtlineare Verfahren. Die Aufzählungsnummern 3 bis 5 spiegeln die Approximation der Systemtragfähigkeit wider und werden in Abschnitt 5.2.2 explizit erläutert.

Bedingt durch die Rückführung der Systemtragfähigkeit bei zweiachsiger Beanspruchung auf die Tragfähigkeit unter ausschließlich einachsiger Beanspruchung werden die Unschärfen der jeweiligen Verfahren für die ebene Beanspruchung auch auf die Systemtragfähigkeit von zweiachsig beanspruchten Druckgliedern übertragen. Sofern das Verfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit unter ausschließlich einachsig exzentrischer Bean-

spruchung bezogen auf die reale Tragfähigkeit eine zu geringe, zu große oder die reale Traglast abbildet, so wird auch die Tragfähigkeit bei zweiachsiger Beanspruchung bei der Bestimmung gemäß dem hier vorgeschlagenen Verfahren unterschätzt, überschätzt oder realitätsnah beschrieben. Dabei ist zu bemerken, dass sich die Unschärfen bei der Berechnung der Tragfähigkeiten unter einachsig exzentrischer Beanspruchung nicht potenzieren, sondern sich linear auf die Systemtragfähigkeit des zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes übertragen.

5.2.2 Approximation der Systemtragfähigkeit

Auf Basis systematisch durchgeführter Berechnungen mit dem in Abschnitt 4 entwickeltem nichtlinearen Berechnungsmodell wird unter Berücksichtigung von wirklichkeitsnahem Werkstoffverhalten und den Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung für die Approximation der Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder folgender Vorschlag unterbreitet:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{R,y}^{\text{II}} \cdot \frac{b_{\text{red}}}{b} \\ \Phi_{R,z}^{\text{II}} \cdot \frac{t_{\text{red}}}{t} \quad \text{falls } \psi^{\text{I}} = \frac{e_z^{\text{I}} \cdot t}{e_y^{\text{I}} \cdot b} > 1,0 \end{array} \right\} \quad \text{Gl. 5-1}$$

$$\frac{b_{\text{red}}}{b} = \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \cdot (1 + \Omega \cdot \Psi_n^{\text{I}}) \quad \text{Gl. 5-2}$$

$$\frac{t_{\text{red}}}{t} = \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) \cdot (1 + \Omega \cdot \Psi_n^{\text{I}}) \quad \text{Gl. 5-3}$$

$$\Omega = 0,1 \cdot k_0 + 0,2 \cdot \eta_u - 0,4 \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,07 \\ 0,7 \cdot \left(\frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \\ 0,05 \cdot \frac{\lambda_y}{\lambda_z} - 0,08 \end{array} \right\} \quad \text{Gl. 5-4}$$

$$\Psi_n^{\text{I}} = \left\{ \begin{array}{l} \psi^{\text{I}} = \frac{e_z^{\text{I}} \cdot t}{e_y^{\text{I}} \cdot b} \quad \text{für } \psi^{\text{I}} \leq 1,0 \\ \frac{1}{\psi^{\text{I}}} \quad \text{für } \psi^{\text{I}} > 1,0 \end{array} \right\} \quad \text{Gl. 5-5}$$

Die Systemtragfähigkeit von zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern wird durch die kleinere der beiden rechnerisch reduzierten Tragfähigkeiten für Versagen in y- und z-Richtung determiniert (vgl. Gl. 5-1). Die Bestimmung der normierten Tragfähigkeiten der ausschließlich einachsig beanspruchten Druckglieder ($\Phi_{R,y}^{\text{II}}$ und $\Phi_{R,z}^{\text{II}}$) sind Eingangsgrößen für die Bestimmung der Systemtragfähigkeit und somit nicht Bestandteil des Vorschlags.

Um unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes den Bemessungswert der Systemtragfähigkeit bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung (Φ_{Rd}^{II}) zu erhalten, sind die Bemessungswerte der Tragfähigkeiten bei einachsig exzentrischer Beanspruchung ($\Phi_{Rd,y}^{\text{II}}$ und $\Phi_{Rd,z}^{\text{II}}$) zugrunde zu legen (vgl. Abschnitt 5.2.1).

Die normierte reduzierte rechnerische Querschnittsbreite (b_{red}/b) bzw. -dicke (t_{red}/t) entspricht der überdrückten Breite bzw. Dicke für starr-plastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit bei einachsig exzentrischer Beanspruchung (vgl. Gl. 4-45 bzw. Gl. 4-49 bzw. Gl. 4-55 und Gl. 4-56). Die rechnerische Reduzierung der Querschnittsabmessungen kann auch als Traglastfaktor nach Theorie I. Ordnung in die jeweilige Achsrichtung verstanden werden ($\Phi_{R,y}^{\text{I}} = t_{\text{red}}/t$ und $\Phi_{R,z}^{\text{I}} = b_{\text{red}}/b$). Damit wird, bei Vernachlässigung des Korrekturfaktors ($\Omega = 1,0$) und unter Berücksichtigung der Gl. 5-1, die Analogie zur Multiplikation der Traglastfaktoren zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit ($\Phi_R^{\text{II}} = \Phi_{R,y}^{\text{II}} \cdot \Phi_{R,z}^{\text{I}}$) gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) deutlich (vgl. Abschnitt 3.4.3.1).

Die rechnerisch reduzierten Querschnittsabmessungen werden mit dem empirischen Korrekturfaktor Ω in Kombination mit dem normierten Verhältnis der bezogenen Exzentrizitäten Ψ_n^{I} adjustiert (vgl. Gl. 5-2 und Gl. 5-3). Dabei kann der Korrekturfaktor die Systemtragfähigkeit um bis zu 7 % erhöhen und um bis zu 10 % verringern. Der Einfluss des Korrekturfaktors Ω auf die Systemtragfähigkeit ist für Belastungssituationen, bei denen die bezogenen Exzentrizitäten in beide Richtungen die gleiche Größe besitzen, ($\Psi_n^{\text{I}} = \psi^{\text{I}} = 1$) am größten (vgl. Abbildung 5-2 oben links). Ausgehend von dieser Belastungssituation weist das Bemessungsverfahren durch den reziproken Ansatz von Ψ_n^{I} für $\psi^{\text{I}} > 1,0$ einen linearen Übergang bis hin zu den Grenzfällen der ausschließlich einachsigen Biegebeanspruchung ($\psi^{\text{I}} = 0$ und $\psi^{\text{I}} \rightarrow \infty$) auf. Somit wird ein konsistenter Übergang der Tragfähigkeit von zweiachsig exzentrischer Beanspruchung hin zur Tragfähigkeit bei ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung sichergestellt. Da das rechnerische Versagen für Belastungssituationen mit $\psi^{\text{I}} > 1,0$ in beide Richtungen zu prüfen ist, wird auch das Seitwärtsversagen (Versagen infolge maßgeblicher Verformungen senkrecht zur Beanspruchungsebene) angemessen berücksichtigt.

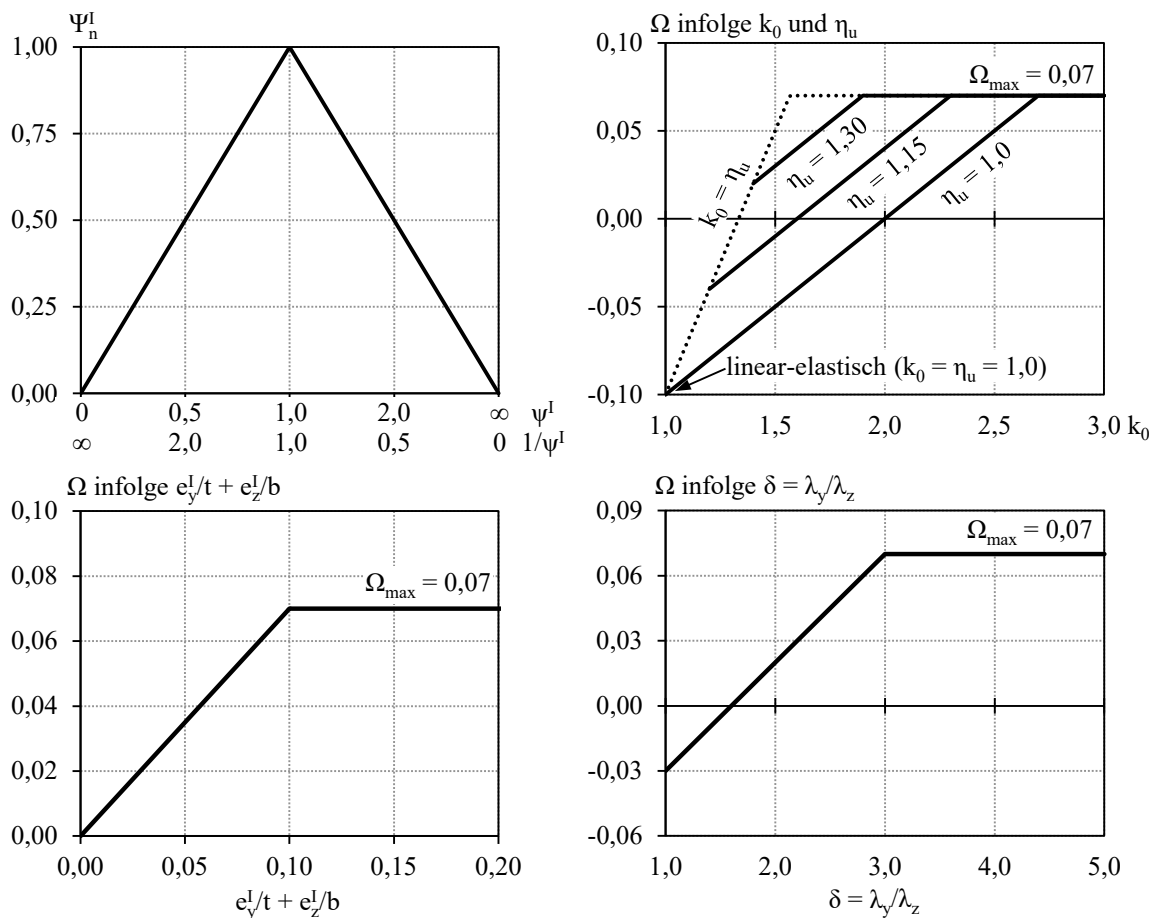


Abbildung 5-2 Normiertes Verhältnis der Exzentrizitäten Ψ_n^I und des Korrekturfaktors Ω in Abhängigkeit von bezogenem Ursprungsmodul (k_0), Dehnung (η_u), Belastungssituation (Ψ^I und $e_y^I/t + e_z^I/b$) und Verhältnis der Schlankheiten zueinander (δ)

Der Korrekturfaktor Ω wird durch den verwendeten Werkstoff beeinflusst, sofern nicht eine der Obergrenzen die Berechnung determiniert. Mit zunehmender Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung k_0 und insbesondere mit zunehmender bezogener Bruchdehnung η_u wird die rechnerische Tragfähigkeit für einachsige Beanspruchung weniger reduziert oder gesteigert. Dies ist mit dem Traganteil des Bereiches an der am stärksten beanspruchten Ecke des Querschnittes zu begründen (vgl. Abschnitte 4.2.4 und 4.4.3). In Abbildung 5-2 (rechts oben) sind die Auswirkungen verschiedener bezogener Bruchdehnungen η_u auf den Korrekturfaktor Ω über die Völligkeiten k_0 dargestellt. Aufgrund des verwendeten Werkstoffgesetzes gilt stets $k_0 \leq \eta_u$ (vgl. Abschnitt 2.4). Des Weiteren ist die Obergrenze des Korrekturfaktors von $\Omega_{\max} = 7\%$ eingetragen. Für den unteren Grenzfall des linear-elastischen Werkstoffverhaltens ($k_0 = \eta_u = 1,0$) beträgt der Korrekturfaktor $\Omega = -0,10$ und bedeutet je nach Belastungssituation (Ψ^I bzw. Ψ_n^I) eine Abminderung der Tragfähigkeit gegenüber einer Berechnung mit Vernachlässigung des Korrekturfaktors ($\Omega = 0$) um bis zu 10 %. Die Approximation der Systemtragfähigkeit kann auch unter Berücksichtigung eines horizontalen plastischen Astes mit $\eta_u \rightarrow \infty$ an-

gewandt werden. Für die rechnerische Erhöhung der Traglasten sind gemäß Gl. 5-4 für den Korrekturfaktor Ω drei Obergrenzen einzuhalten. Die Steigerung der Traglast mit dem Faktor Ω ist stets auf die absolute Obergrenze von $\Omega_{\max} = 7 \%$ begrenzt. Zusätzlich wird die Erhöhung für kleine aufsummierte bezogene Exzentrizitäten oder für annähernd gleiche Schlankheiten in beide Richtungen begrenzt bzw. gänzlich ausgeschlossen (vgl. Abbildung 5-2 unten links und rechts). Letzteres gilt zum Beispiel für die Fälle des zentrisch gedrückten Druckgliedes und des Druckgliedes mit gleichen Schlankheiten in beiden Richtungen.

Den Korrekturfaktor Ω zu vernachlässigen ($\Omega = 0$) ist für normative Nachweisverfahren in aller Regel ausreichend genau, weshalb von dieser Vereinfachung in Abschnitt 5.4 Gebrauch gemacht wird. Je nach Traglastfunktion für die Ermittlung der Tragfähigkeit von ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern kann zudem eine Grenze, für die das rechnerische Versagen in z-Richtung bemessungsrelevant wird (zweite Zeile von Gl. 5-1), ermittelt werden. Für die in Deutschland gültigen normativen Nachweisverfahren wird diese Grenze in Abschnitt 5.4 dargestellt.

5.2.3 Verifizierung der Approximation der Systemtragfähigkeit

Die Systemtragfähigkeit gemäß der Approximation (Abschnitt 5.2.2) wird zur Verifizierung mit der des numerischen Berechnungsmodells (Abschnitt 4.4.3) gegenübergestellt. Bei der Anwendung der Approximation sind die Tragfähigkeiten von einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedern notwendig. Diese wurden für die Entwicklung des Bemessungsverfahrens sowie für die hiesige Verifizierung ebenfalls mit dem numerischen Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4.4.3 mit $\psi^I = 0$ berechnet. Für die Entwicklung und Verifizierung der Approximation wurde eine Vielzahl von verschiedenen Kombinationen von Werkstoffen, Systemen und Beanspruchungen untersucht. Nachfolgend werden nur Ausschnitte der durchgeführten Vergleichsrechnungen dargelegt. Dabei werden stets die zwei Grenzwerte der Schlankheiten – gleiche Schlankheiten ($\delta = \lambda_y/\lambda_z = 1,0$) und Schlankheit in z-Richtung $\lambda_z \rightarrow 0$ ($\delta \rightarrow \infty$) – untersucht. Die prinzipiellen Auswirkungen des δ -Verhältnisses auf die Tragfähigkeit sind in Abbildung 4-41 dargestellt. Für das Verhältnis der Exzentrizitäten zueinander ($\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b)$) werden verschiedene markante Werte dargestellt. Dabei spiegelt $\psi^I = 10$ ein äußerst großes Verhältnis wider, da bei der Bemessung von Druckgliedern normativ Mindestexzentrizitäten zur Berücksichtigung etwaiger Imperfektionen anzusetzen sind.

Abbildung 5-3 stellt die Systemtragfähigkeiten der genaueren nichtlinearen Berechnung (nl. Berech.) mit der Approximation gemäß Abschnitt 5.2.2 für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit für $\delta = 1,0$ und $\delta \rightarrow \infty$ gegenüber. Die verschiedenen Quadranten repräsentieren verschiedene Verhältnisse der bezogenen Exzentrizitäten ($\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b)$).

Für $\psi^I \leq 1,0$ ist stets das rechnerische Versagen in y-Richtung maßgebend, wohingegen für $\psi^I > 1,0$ in Kombination mit gleichen Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = 1,0$) das rechnerische Versagen in z-Richtung die Bemessung mit der Approximation determiniert. Mit zunehmendem δ -Verhältnis kann auch für $\psi^I > 1,0$ das Versagen durch maßgebliche Verformungen in y-Richtung hervorgerufen werden (Seitwärtsversagen).

Für die sehr kleinen Exzentrizitäten von e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,01$ ist das Druckglied annähernd zentrisch beansprucht, weshalb sich die rechnerische Tragfähigkeit gemäß der Approximation sowie die Tragfähigkeit der genaueren nichtlinearen Berechnung für schlanke Druckglieder (Stabilitätsversagen) mit gleichen Schlankheiten in beiden Richtungen ($\delta = 1,0$) der Eulerschen Verzweigungslast annähert. Für ungleiche Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta \rightarrow \infty$) nähert sich die Tragfähigkeit der hergeleiteten Verzweigungslast für senkrecht zur Versagensebene exzentrisch beanspruchte schlanke Druckglieder mit linear-elastischem Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit an (vgl. Gl. 4-141). Auch diese Sonderfälle werden mit der Approximation angemessen abgebildet.

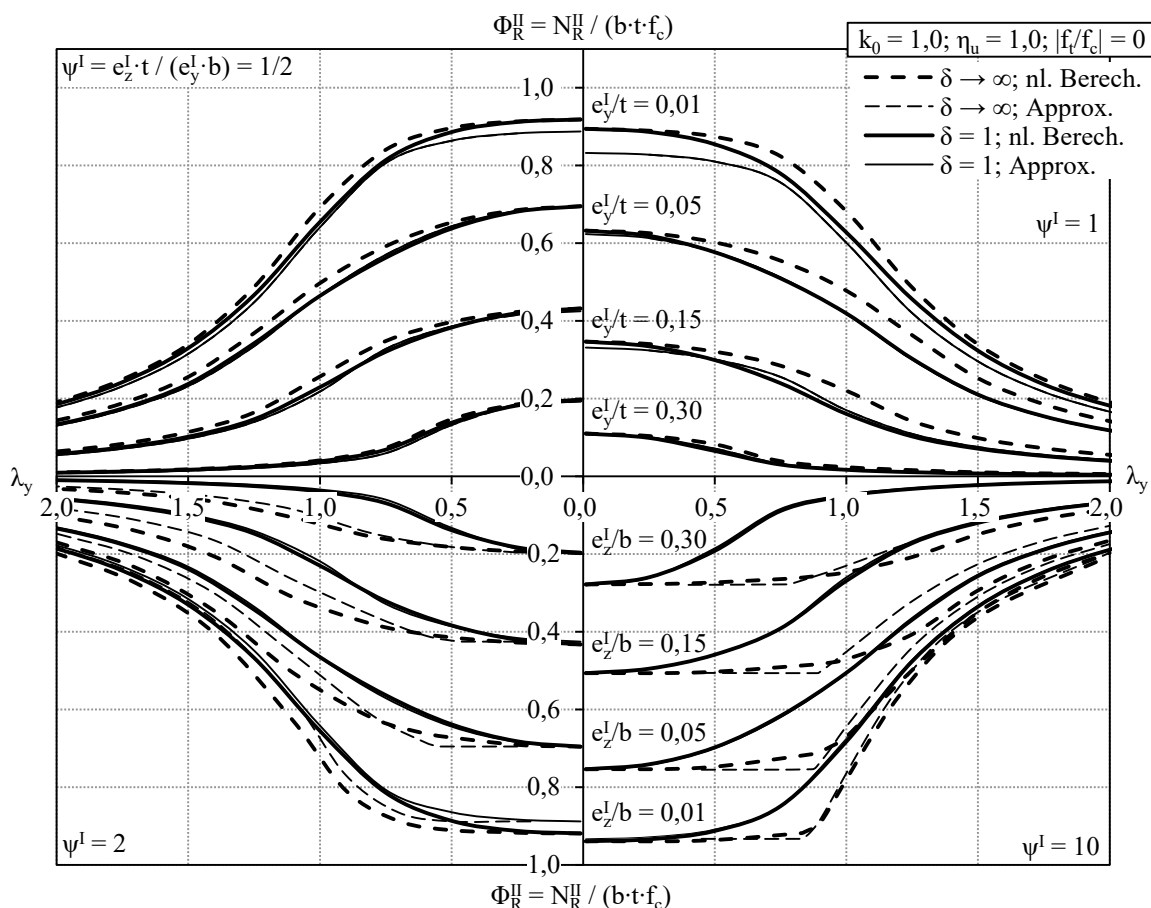


Abbildung 5-3 Systemtragfähigkeit gemäß Approximation und nichtlinearer Berechnung für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit

Für gleiche Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = 1,0$) und für den theoretischen Sonderfall $\delta \rightarrow \infty$ in Kombination mit $\psi^I = 1/2$ und $\psi^I = 1,0$ sind die Tragfähigkeiten gemäß

der Approximation annähernd identisch und somit überwiegend deckungsgleich mit der genaueren nichtlinearen Berechnung für $\delta = 1,0$. Einzige Ausnahmen mit größeren Unterschätzungen (bis zu 8 %) sind bei $\delta \rightarrow \infty$ in Kombination mit e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,01$ sowie $\psi^I = 1/2$; 1 und 2 festzuhalten. Des Weiteren wird für $\delta = 1,0$; $\psi^I = 1,0$ und mittlere bis große Exzentrizitäten ($e_y^I/t \geq 0,15$) die Systemtragfähigkeit mit der Approximation bei kleinen bis mittleren Schlankheiten ($\approx 0,5 < \lambda_y < 1,0$) überschätzt. Die maximale prozentuale Tragfähigkeitsüberschätzung der Approximation bezogen auf die genauere nichtlineare Berechnung beträgt für $e_y^I/t = 0,3$ ($\psi^I = 1$) circa 8 %. Dabei ist jedoch zu bemerken, dass diese Überschätzung der Tragfähigkeit lediglich einen Unterschied der normierten Normalkrafttragfähigkeit von $\Phi_R^II = N_R^II / (b \cdot t \cdot f_c) < 0,01$ entspricht. Bei sehr kleinen Exzentrizitäten wird für $\delta = 1,0$ in Kombination mit kleinen Schlankheiten die Tragfähigkeit gemäß der Approximation unterschätzt (≈ 5 %). Dieser Fall ist jedoch baupraktisch irrelevant, da stets ungewollte Exzentrizitäten infolge von Imperfektionen zu berücksichtigen sind.

Für den Grenzfall $\delta = \lambda_y/\lambda_z \rightarrow \infty$ wird das rechnerische Versagen in z-Richtung, welches ausschließlich Querschnittsversagen ist, nur für kleine Schlankheiten λ_y maßgebend, da für größere Schlankheiten die Tragfähigkeit des Druckgliedes infolge von Seitwärtsversagen maßgeblich reduziert wird. Dabei ist das rechnerische Versagen in z-Richtung durch die über die Schlankheit λ_y konstante Systemtragfähigkeit in Abbildung 5-3 bei $\psi^I = 2$ und $\psi^I = 10$ zu erkennen. Die Unstetigkeiten in der approximierten Traglastfunktion für $\delta \rightarrow \infty$ kennzeichnen den Übergang der beiden rechnerischen Versagensebenen. In diesen Bereichen kommt es zu Überschätzungen (≈ 5 %) der Traglast durch den Approximationsvorschlag. Dies ist mit einer etwas zu großen rechnerischen Reduzierung der Querschnittsbreite gemäß Gl. 5-2 zu begründen. Wie bereits erwähnt, ist für $\delta \rightarrow \infty$ und $\psi^I = 1/2$ bzw. $\psi^I = 1$ die approximierte Systemtragfähigkeit annähernd identisch mit der Systemtragfähigkeit gemäß der nichtlinearen Berechnung für $\delta = 1,0$.

Sofern für $\delta \rightarrow \infty$ und große ψ^I -Verhältnisse, insbesondere für $\psi^I = 10$, rechnerisch das Versagen in y-Richtung (Seitwärtsversagen) maßgebend wird, liefert die Approximation konservative Tragfähigkeiten. Diese können durch eine rechnerische Verringerung der Schlankheit λ_y oder auch durch eine weniger starke Abminderung der rechnerischen Breite nach Gl. 5-2 korrigiert werden. Dies würde jedoch gleichzeitig im Fall des rechnerischen Versagens in y-Richtung zu einer weiter zunehmenden Überschätzung der Tragfähigkeit führen. Des Weiteren verschieben sich dadurch die rechnerischen Übergänge von Versagen in z-Richtung zu y-Richtung, sodass es auch dabei zu vergrößerten Überschätzungen der Tragfähigkeiten käme. Aus diesen Gründen wird auf eine zusätzliche Anpassung verzichtet.

Normative Nachweisverfahren legen für die Querschnitttragfähigkeit oftmals die Tragfähigkeit für starr-plastisches Werkstoffverhalten zugrunde. Mit Abbildung 5-4 wird ge-

zeigt, dass auch bei Spannungs-Dehnungs-Beziehungen mit Modellierung eines horizontalen plastischen Astes nach dem Erreichen der Dehnung bei Höchstspannung ($\eta_u \rightarrow \infty$) die Approximation die Tragfähigkeit beschreiben kann (vgl. Abschnitt 2.4.2). In Abbildung 5-4 sind die Systemtragfähigkeiten der Approximation mit den Tragfähigkeiten der genaueren nichtlinearen Berechnung für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit horizontalem plastischem Ast gegenübergestellt.

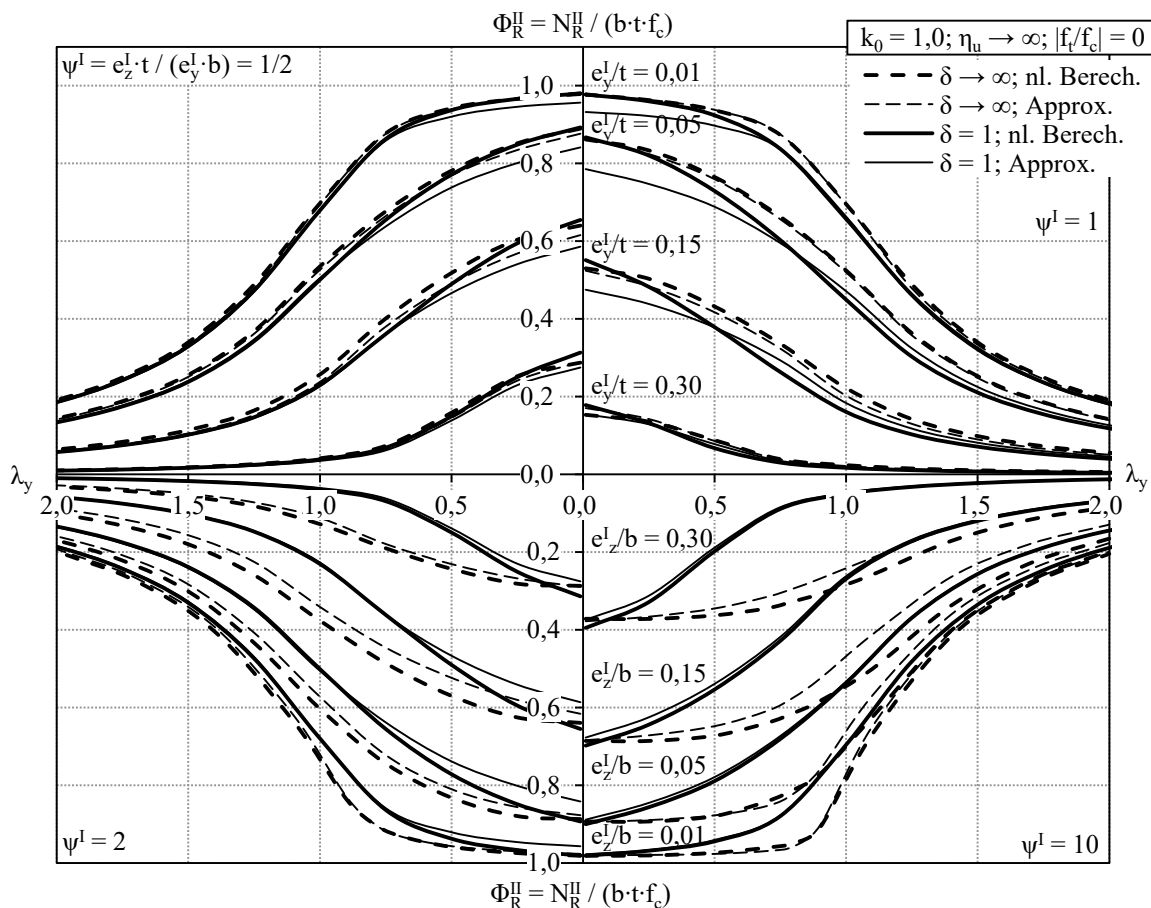


Abbildung 5-4 Systemtragfähigkeit gemäß Approximation und nichtlinearer Berechnung für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit horizontalem plastischem Ast und ohne Biegezugfestigkeit

Im Gegensatz zum linear-elastischen Werkstoffverhalten (Abbildung 5-3) wird bei Berücksichtigung des plastischen Astes (Abbildung 5-4) durch den Korrekturfaktor Ω gemäß Gl. 5-4 die Tragfähigkeit mit Ausnahme von kleinen δ -Verhältnissen gegebenenfalls erhöht und nicht abgemindert. Die Approximation unterschätzt für $\delta = 1,0$ die Systemtragfähigkeit bei kleinen Schlankheiten, wohingegen für mittlere und große Schlankheiten die Übereinstimmungen zumeist gut sind. Dabei wird für $\delta = 1,0$ und einer theoretischen Schlankheit von Null die Tragfähigkeit um $\approx 10\%$ unterschätzt, wohingegen für $\delta \rightarrow \infty$ die Approximation gute Übereinstimmungen mit den Ergebnissen der genaueren Berechnung zeigt. Prinzipiell sind die Abweichungen für das linear-elastische Werkstoffverhalten mit plastischem Ast für $\delta \rightarrow \infty$ ähnlich dem linear-elastischen Werkstoffverhalten mit

plastischem Ast (vgl. Abbildung 5-3): Für Belastungssituationen mit $\psi^I > 1$ ergeben sich mit zunehmender Schlankheit konservative Traglasten. Des Weiteren sind beim rechnerischen Übergang von Versagen in z- zu y-Richtung (Übergang zum Seitwärtsversagen) minimale Überschätzungen der Traglasten festzustellen.

Abbildung 5-5 veranschaulicht den Vergleich der Systemtragfähigkeiten der Approximation mit den Systemtragfähigkeiten der genaueren nichtlinearen Berechnung für einen Werkstoff mit parabolischer Spannungs-Dehnungs-Beziehung ($k_0 = 2,0$) mit Nachbruchverhalten ($\eta_u = 1,5$).

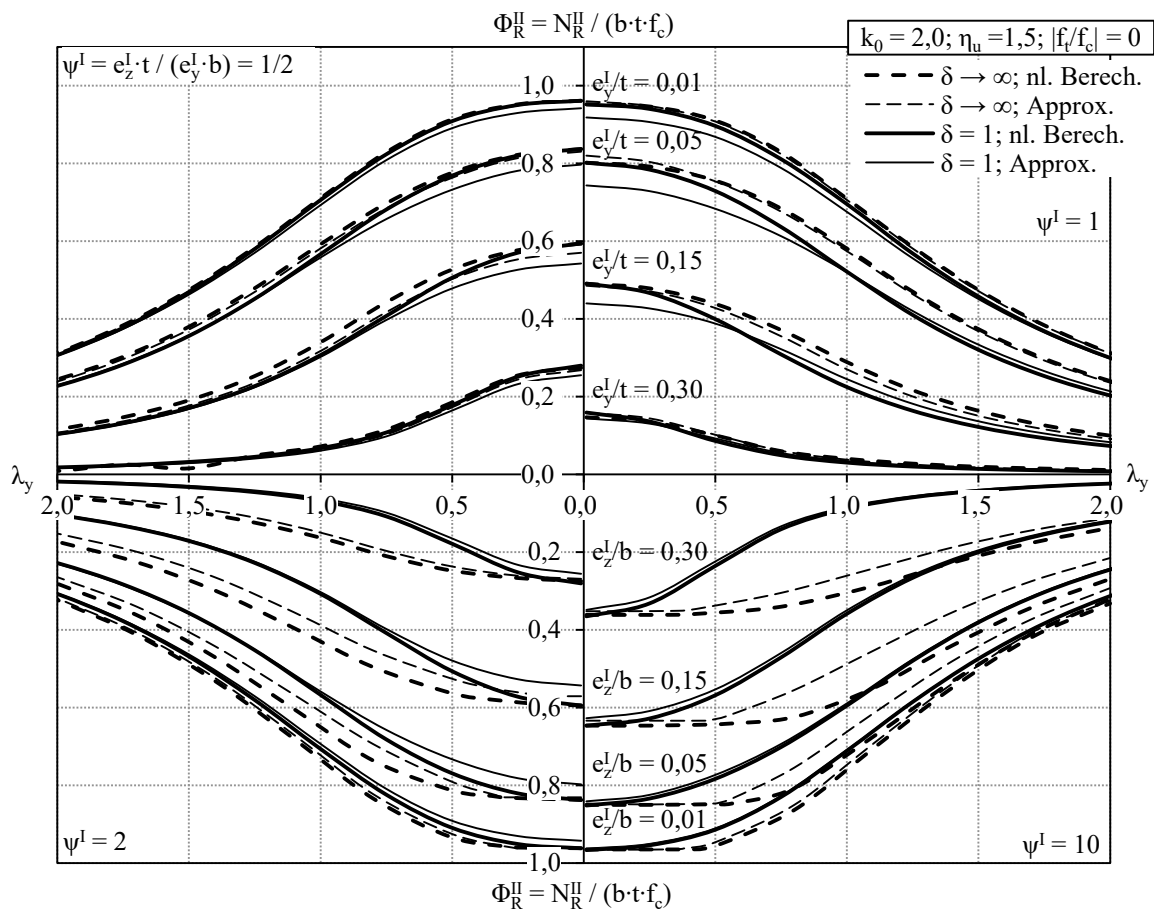


Abbildung 5-5 Systemtragfähigkeit gemäß Approximation und nichtlinearer Berechnung für eine parabolische Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit Nachbruchverhalten und ohne Biegezugfestigkeit

Auch für das in Abbildung 5-5 zugrunde gelegte Werkstoffverhalten bewirkt der Korrekturfaktor Ω gemäß Gl. 5-4 in Abhängigkeit der Exzentrizitäten und des Verhältnisses der Schlankheiten eine Tragfähigkeitserhöhung für definierte Fälle. Die Abweichungen zwischen den Traglasten der Approximation und der nichtlinearen Berechnung sind wiederum äquivalent zu den bereits vorgestellten Abbildungen mit unterschiedlichem Werkstoffverhalten. Somit kann festgehalten werden, dass auch für volligere Spannungs-Dehnungs-Beziehungen die Approximation zufriedenstellende Ergebnisse liefert.

Die vorgeschlagene Approximation beschreibt auch für kleine bezogene Biegezugfestigkeiten die Systemtragfähigkeit zielsicher. In Abbildung 5-6 wird beispielhaft ein parabolischer Spannungs-Dehnungs-Verlauf ($k_0 = 2,0$) mit ausgeprägtem Nachbruchverhalten ($\eta_u = 2,0$) und eine bezogene Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,1$ zugrunde gelegt.

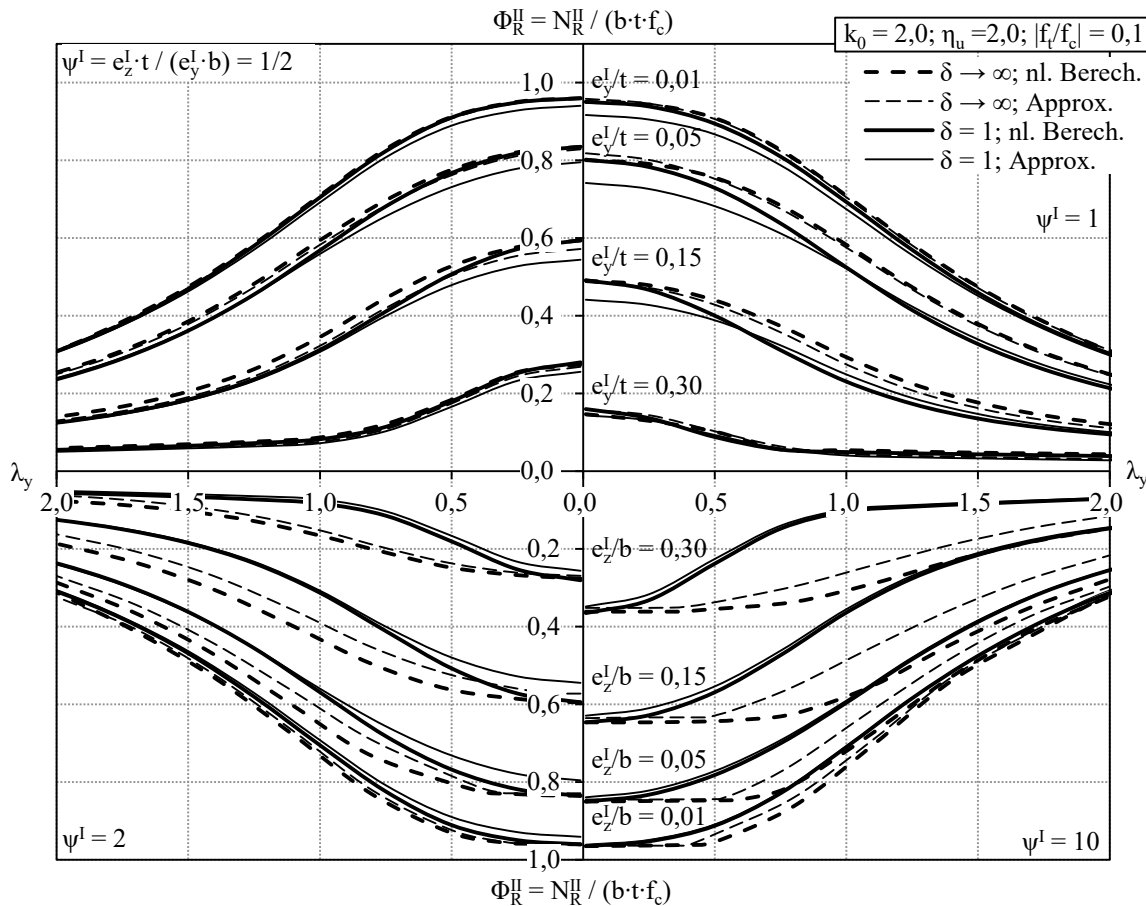


Abbildung 5-6 Systemtragfähigkeit gemäß Approximation und nichtlinearer Berechnung für eine parabolische Dehnungs-Spannungs-Beziehung mit ausgeprägtem Nachbruchverhalten und einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 0,1$

Wie bereits in Abschnitt 4.4.2.8 erläutert, hat die Biegezugfestigkeit für die Tragfähigkeit von gedruckten Bauteilen lediglich eine untergeordnete Bedeutung. Für schlanke Druckglieder hingegen hat die Biegezugfestigkeit einen nennenswerten Einfluss auf die Systemtragfähigkeit. Für diese Fälle ergeben sich gemäß der vorgeschlagenen Approximation geringfügig kleinere Tragfähigkeiten als nach der genaueren nichtlinearen Berechnung. Prinzipiell kann das nichtlineare Bemessungsverfahren auch für größere Biegezugfestigkeiten als $|f_t/f_c| > 0,1$ angewandt werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Approximation die Systemtragfähigkeit zum Teil erheblich unterschätzt. Zum Beispiel liefert die Approximation für Belastungssituationen mit kleinen Exzentrizitäten (e_y^I/t bzw. $e_z^I/b < 0,05$) für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit einer Biegezugfestigkeit von $|f_t/f_c| = 1,0$ akzeptable Ergebnisse (Überschätzung $\approx 5\%$ und Unterschätzung $\approx 8\%$). Mit

zunehmender Exzentrizität wird die Tragfähigkeit gemäß der Approximation in diesem Beispiel jedoch um mehr als die Hälfte unterschätzt. Dies ist der zu großen rechnerischen Reduzierung der Bauteilbreite bzw. -dicke geschuldet. Möglicherweise könnten mit einer Querschnittsreduzierung auf Grundlage der überdrückten Fläche für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 1,0$; vgl. Gl. 3-68) bessere Ergebnisse erzielt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit zugrunde gelegten mineralischen Baustoffe haben jedoch wesentlich kleinere Biegezugfestigkeiten, für welche die Approximation die Tragfähigkeit zutreffend beschreibt.

Zusammenfassend kann konstatiert werden, dass die vorgeschlagene Approximation trotz der einfachen mathematischen Beziehungen die Systemtragfähigkeit gemäß der genaueren nichtlinearen Berechnung sehr gut abbildet.

5.2.4 Modellbildung bei unterschiedlichen Exzentrizitäten an Kopf und Fuß

Wie bereits in Abbildung 1-1 dargestellt, sind die einwirkenden Momente und damit auch die Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung nicht immer konstant über die Druckgliedhöhe. In Abhängigkeit der Beanspruchung sind an Kopf und Fuß des Druckgliedes unterschiedliche Exzentrizitäten vorhanden (vgl. Abbildung 5-7 links).

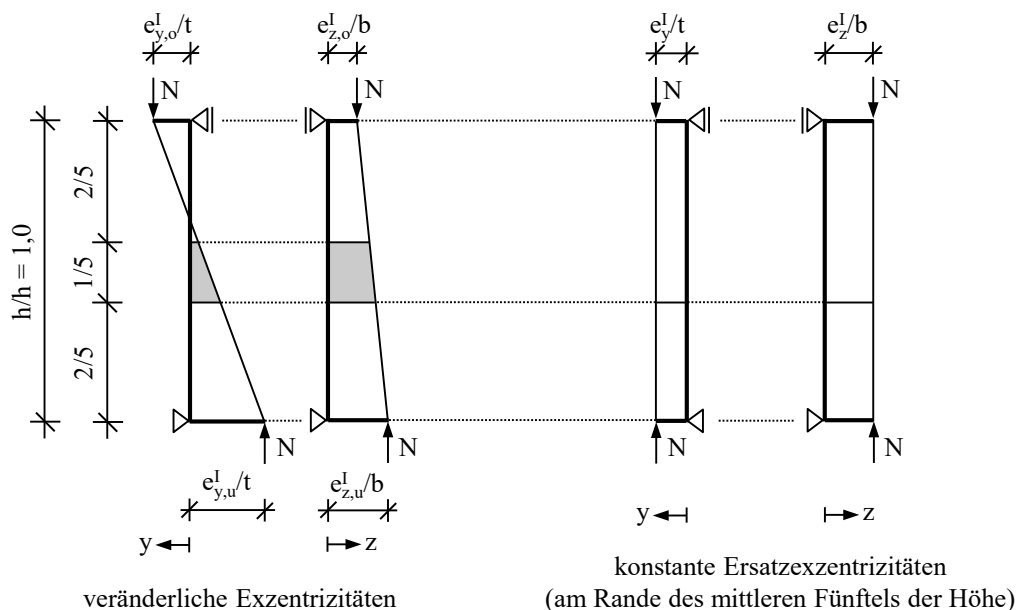


Abbildung 5-7 Exzentrizitäten und Ersatzexzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung im mittleren Fünftel der Druckgliedhöhe

Das Bemessungsverfahren setzt stets konstante Exzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung voraus (vgl. Abschnitt 5.1 in Verbindung mit Abschnitt 4.1). Um dennoch Druckglieder mit unterschiedlichen Exzentrizitäten an Kopf und Fuß nachweisen zu können, wird die Ermittlung der Tragfähigkeit nach Theorie II. Ordnung am Druckglied mit konstanten Ersatzexzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung empfohlen. Diese Ersatzexzentrizitäten

entsprechen den Exzentrizitäten, die sich gemäß Theorie I. Ordnung im mittleren Höhenbereich des Druckgliedes einstellen (vgl. Abbildung 5-7). Zusätzlich sind die Querschnittstragfähigkeiten an Kopf und Fuß des Druckgliedes zu ermitteln. Die kleinste der drei Tragfähigkeiten entspricht der Systemtragfähigkeit des Druckgliedes.

Diese Vorgehensweise wurde für einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder von Glock (2004) verifiziert. Mittels durchgeführter Vergleichsrechnungen kann dieser Ansatz auch für Druckglieder mit zweiachsig exzentrischer Beanspruchung empfohlen werden.

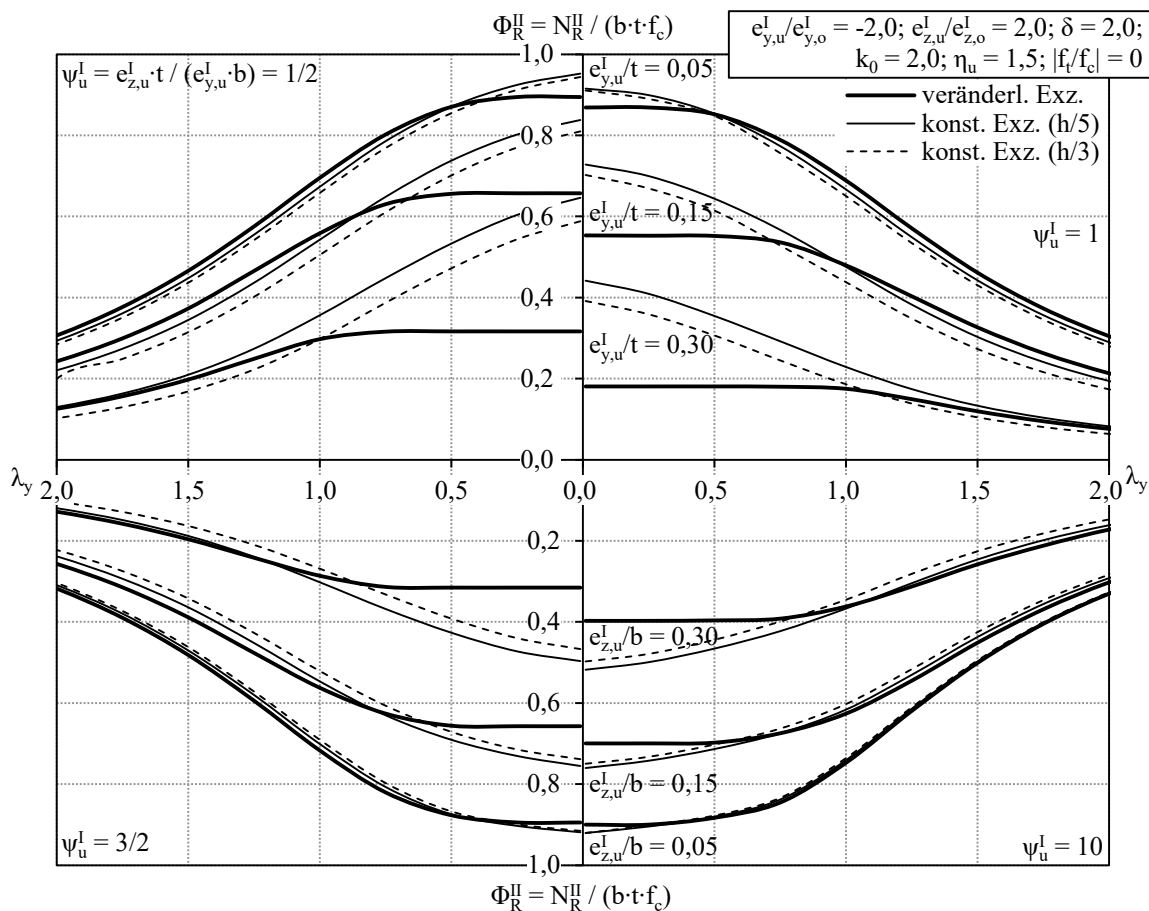


Abbildung 5-8 Systemtragfähigkeit für veränderliche und konstante Exzentrizitäten an Kopf und Fuß des Druckgliedes

Beispielhaft stellt Abbildung 5-8 die Systemtragfähigkeit für Druckglieder mit über die Höhe veränderlichen Exzentrizitäten (veränderl. Exz.) den Tragfähigkeiten nach Theorie II. Ordnung bei konstanten Ersatzexzentrizitäten ohne Berücksichtigung der Querschnittstragfähigkeiten an Kopf und Fuß gegenüber. Die konstanten Ersatzexzentrizitäten entsprechen den maximalen Exzentrizitäten im mittleren Fünftel (konst. Exz. (h/5)) oder im mittleren Drittel (konst. Exz. (h/3)) der Druckgliedhöhe (vgl. Abbildung 5-7). Dabei wird für die Exzentrizitäten in y-Richtung ein Verhältnis der Exzentrizitäten von Kopf zu Fuß des Druckgliedes von $e_{y,u}^I/e_{y,o}^I = -2,0$ und für die Exzentrizitäten in z-Richtung ein Ver-

hältnis von $e_{z,u}^I/e_{z,o}^I = 2,0$ zu Grunde gelegt. Es wird ein Werkstoffverhalten mit parabolischer Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit Nachbruchverhalten ($\eta_u = 1,5$) und begrenzter Biegezugfestigkeit ($|f_t/f_c| = 0,1$) berücksichtigt. Die Berechnung der Systemtragfähigkeit erfolgt stets mit dem numerischen Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4.4.3.

Für kleine Schlankheiten überschätzt die Tragwerksidealisierung mit den konstanten Ersatzexzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung die Tragfähigkeit im Vergleich zu einer Berechnung mit veränderlichen Exzentrizitäten. In diesen Bereichen sind die Tragfähigkeiten unabhängig von der Schlankheit, weshalb stets die Querschnitttragfähigkeit an Kopf oder Fuß des Druckgliedes die Tragfähigkeit determiniert. Somit sind die Bereiche für den Vergleich der Tragfähigkeiten nach Theorie II. Ordnung in mittleren Drittel oder Fünftel der Druckgliedhöhe irrelevant. Sofern Versagen infolge von Theorie II. Ordnung eintritt, bildet die Idealisierung mit konstanten Exzentrizitäten die Systemtragfähigkeit gut ab. Ausschließlich bei großen Exzentrizitäten (e_y^I/t oder $e_z^I/b > 0,25$) kann es mit dem Ansatz der Ersatzexzentrizitäten, ermittelt am Rande des mittleren Fünftels, zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit kommen. Diese Überschätzung kann mehrere Prozent betragen, welche jedoch lediglich einen Unterschied der normierten Normalkrafttragfähigkeit von $\Phi_R^{II} = N_R^{II} / (b \cdot t \cdot f_c) < 0,01$ entsprechen.

Zusammenfassend wird konstatiert, dass die Modellbildung mit konstanten Ersatzexzentrizitäten nach Theorie I. Ordnung die Systemtragfähigkeit von Druckgliedern mit unterschiedlichen Exzentrizitäten an Kopf und Fuß zufriedenstellend abbildet.

5.3 Berücksichtigung des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzepts

5.3.1 Grundlagen

Ziel bei der Planung und Realisierung von Baukonstruktionen ist es, die Versagenswahrscheinlichkeit zu begrenzen und damit eine ausreichende Zuverlässigkeit des Tragwerks sicherzustellen. Die normative Zielversagenswahrscheinlichkeit ist auf ein gesellschaftlich akzeptables Maß festgelegt. Dabei wird die Divergenz zwischen Wirtschaftlichkeit und Reduzierung des Risikos für Leib und Leben sowie das Risiko wirtschaftlicher Schäden an der Baukonstruktion berücksichtigt. Die Einwirkungen auf ein Tragwerk sowie der Widerstand werden von vielen voneinander abhängigen oder unabhängigen Größen beeinflusst. Diese sogenannten Basisvariablen können mehr oder weniger zutreffende stochastische Verteilungsfunktionen zugrunde gelegt werden. Mit Zuverlässigkeitsanalysen können die Versagenswahrscheinlichkeit und die Zuverlässigkeit des Tragwerks bestimmt werden. Weiterführende Grundlagen der Sicherheitstheorie und der Zuverlässigkeit von Bauwerken sind zum Beispiel in Spaethe (1992), Six (2001) und Glowienka (2007) zu finden. Da eine vollprobabilistische Bemessung in der praktischen Anwendung sehr aufwendig ist, wurde das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept zur Bemessung von Tragwerken normativ verankert.

In DIN EN 1992-1-1 (2011) stehen unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzeptes mehrere mögliche Verfahren zur Schnittgrößenermittlung und Bemessung zur Verfügung. Nachfolgend wird zunächst das normative Vorgehen zur Bestimmung der Bemessungswerte der Druckfestigkeit dargestellt. Anschließend wird das nichtlineare Verfahren zur Schnittgrößenermittlung und Bemessung gemäß Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013), nachfolgend γ_R -Verfahren genannt, derart modifiziert, dass es sich auch zur Bemessung unbewehrter Druckglieder eignet. Zudem wird das Vorgehen zur Bestimmung der anzusetzenden rechnerischen Mittelwerte der Werkstoffe vorgestellt. Für die Baustoffe Beton und Mauerwerk werden rechnerische Mittelwerte für die Bemessung vorgeschlagen. Abschließend wird aufgezeigt, dass eine normenkonforme Bemessung mit dem vorgeschlagenen Verfahren möglich ist.

5.3.2 Bemessungswerte der Druckfestigkeit

Die spätere Gegenüberstellung der Tragfähigkeiten verschiedener Verfahren erfolgt auf Bemessungsniveau. Hierfür wird für Druckglieder aus Beton der in DIN EN 1992-1-1 (2011) geregelte Bemessungswert der Druckfestigkeit $f_{cd,EC2}$ verwendet. Der zugehörige nationale Anhang DIN EN 1992-1-1/NA (2013) legt für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation den Teilsicherheitsbeiwert für Beton mit $\gamma_C = 1,5$ fest. Der Dauerstandsfaktor zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die Betondruckfestigkeit ist für bewehrte Bauteile mit $\alpha_{cc} = 0,85$ angegeben. Für unbewehrte Bauteile ist der

Dauerstandfaktor α_{cc} aufgrund der geringeren Duktilität durch den Beiwert $\alpha_{cc,pl} = 0,70$ zu ersetzen [vgl. DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1992-1-1/NA (2013)]. Diese rechnerische Reduktion des Dauerstandsfaktors wird als zusätzliches Sicherheitselement $\gamma_{M,pl} = \alpha_{cc}/\alpha_{cc,pl} = 0,85/0,70 \approx 1,21$ angesehen. Mit dieser Annahme kann unter Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes für das Material ($\gamma_C = 1,5$) ein tatsächlicher Teilsicherheitsbeiwert bestimmt werden zu $\gamma_C \cdot \gamma_{C,pl} = 1,5 \cdot 1,21 = 1,82$. Dieser Wert wird auch durch den in DIN 1045-1 (2008) geregelten Teilsicherheitsbeiwert für unbewehrte Bauteile von $\gamma_C = 1,8$ bestätigt. Der Bemessungswert der Festigkeit $f_{cd,EC2}$ ist für unbewehrte Bauteile wie folgt zu ermitteln:

$$f_{cd,EC2} = \alpha_{cc,pl} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = \frac{\alpha_{cc}}{\gamma_{C,pl}} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C \cdot \gamma_{C,pl}} \quad Gl. 5-6$$

Für Druckglieder aus Mauerwerk wird der Bemessungswert der Druckfestigkeit gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) in Abhängigkeit der charakteristischen Druckfestigkeit des Mauerwerks f_k und dem Dauerstandsfaktor zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen ζ bestimmt:

$$f_{cd,EC6} = \zeta \cdot \frac{f_k}{\gamma_M} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \quad Gl. 5-7$$

Der Teilsicherheitsbeiwert für das Material ist für die ständige und veränderliche Bemessungssituation mit $\gamma_M = 1,5$ anzunehmen. Es ist zu beachten, dass für die Bemessung von unbewehrtem Mauerwerk nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012) der Dauerstandsfaktor zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen für dauernde Beanspruchungen mit $\zeta = \alpha_{cc} = 0,85$ angesetzt werden soll. Gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ist der Bemessungswert der Druckfestigkeit für Druckglieder mit Bruttoquerschnittsflächen kleiner als $0,1 \text{ m}^2$ mit dem Faktor $0,7 + 3 \cdot A$ (mit A in m^2) abzumindern. Sofern die Querschnittsfläche größer oder gleich $0,1 \text{ m}^2$ ist, ergeben sich somit im Vergleich zur Bemessung von unbewehrten Betondruckgliedern rechnerisch um etwa 1,21-fach ($= \gamma_{C,pl} = 0,85/0,7$) größere Bemessungswerte der Druckfestigkeit für Druckglieder aus Mauerwerk.

5.3.3 Modifizierung des γ_R -Verfahrens

Für die Bemessung von Mauerwerk wird in DIN EN 1996-1-1 (2010) konstatiert, dass die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Mauerwerk in der Regel nichtlinear ist. Weiterhin kann gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) das Tragverhalten mit einem nichtlinearen Berechnungsverfahren unter Berücksichtigung einer realitätsnahen Spannungs-Dehnungs-Beziehung erfolgen. Spezifische Regelungen zur nichtlinearen Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes sind jedoch nicht angegeben, weshalb zur Bemessung von Druckgliedern aus Mauerwerk und Beton das in Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) geregelte γ_R -Verfahren zur Schnittgrößenermittlung

Bestimmung und Bemessung verwendet wird. Dieses Verfahren ist gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) auch für die Bemessung unbewehrter Betonbauteile zulässig. Das Verfahren wurde für bewehrte Stahlbetonbauteile entwickelt und verfolgt den Grundgedanken, dass versagensunabhängig ein einheitlicher Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite in Rechnung gestellt werden kann. Dies erreichen König et al. (1995a), König et al. (1995b) und König et al. (1997) aufbauend auf der Arbeit von Eibl (1992) durch die Einführung von rechnerischen Mittelwerten der Werkstoffeigenschaften. Bei dem Verfahren werden für Beton- und Stahlfestigkeit unterschiedliche rechnerische Mittelwerte zugrunde gelegt, damit der gleiche Sicherheitsbeiwert für beide Werkstoffe verwendet werden kann. Diese Vorgehensweise kann auf die vorliegende Problemstellung mit unterschiedlichen Auswirkungen von Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul auf das Querschnitts- und Stabilitätsversagen übertragen werden.

Zur Sicherstellung einer ausreichenden Versagenswahrscheinlichkeit muss der Bemessungswert der Einwirkung E_d kleiner oder gleich dem Bemessungswert des Tragwiderstands R_d sein. Der Bemessungswert der Einwirkung E_d ist mit den charakteristischen Einwirkungen sowie den in DIN EN 1990 (2010) und DIN EN 1990/NA (2010) geregelten Teilsicherheitsbeiwerten und Lastkombinationen zu bestimmen.

$$E_d \leq R_d = \frac{R_{cR}(f_{cR}, E_{cR})}{\gamma_R} \quad \text{Gl. 5-8}$$

Der Bemessungswert des Tragwiderstands R_d berechnet sich auf Grundlage des Tragwiderstands unter Berücksichtigung rechnerischer Mittelwerte der Baustoffeigenschaften $R(f_{cR})$ und dem Teilsicherheitsbeiwert für den Systemwiderstand γ_R . Für die zugrunde gelegte ständige und vorübergehende Bemessungssituation ist der Teilsicherheitsbeiwert mit $\gamma_R = 1,3$ anzusetzen. Die Ermittlung des rechnerischen Mittelwertes der Druckfestigkeit f_{cR} basiert auf dem Dauerstandsfaktor und der charakteristischen Druckfestigkeit f_{ck} .

$$f_{cR} = 0,85 \cdot \alpha_{cc,pl} \cdot f_{ck} \quad \text{Gl. 5-9}$$

Zudem ist bei der nichtlinearen Berechnung zu beachten, dass gemäß DAfStb (2012) bei nicht zu vernachlässigendem Einfluss der Verformungen auf die Tragfähigkeit der Elastizitätsmodul um den Faktor 0,85 abzumindern ist. Da der Elastizitätsmodul bei der vorliegenden Problemstellung einen maßgeblichen Einfluss auf die Tragfähigkeit hat, wird diese Abminderung in Rechnung gestellt:

$$E_{c0R} = 0,85 \cdot E_{c0m} \quad \text{Gl. 5-10}$$

Da die werkstoffnormierte Schlankheit ($\lambda_y = h_{ef,y}/t \cdot \epsilon_f^{1/2}$) die Tragfähigkeit maßgeblich beeinflusst, wird der Einfluss der Dehnung bei Höchstspannung auf die Tragfähigkeit

deutlich. Mit der Beziehung gemäß Gl. 2-14 lässt sich die werkstoffnormierte Schlankheit (hier in y-Richtung) wie folgt ausdrücken:

$$\lambda_y = \frac{h_{ef,y}}{t} \cdot \sqrt{k_0 \cdot \frac{f_{cm}}{E_{c0m}}} \quad \text{Gl. 5-11}$$

Die Schlankheit und somit auch die Systemtragfähigkeit sind neben dem Verhältnis von Knicklänge zu Bauteildicke auch vom Verhältnis $k_0 \cdot f_{cm} / E_{c0m}$ abhängig. Da letzteres Verhältnis unverändert bleibt, kann Gl. 5-8 in Verbindung mit Gl. 5-9 und Gl. 5-10 umgeformt werden:

$$R_d = \frac{0,85}{\gamma_R} \cdot R_{cR}(\alpha_{cc,pl} \cdot f_{ck}, E_{c0m}) \quad \text{Gl. 5-12}$$

Der Vorfaktor von Gl. 5-12 kann näherungsweise mit $\gamma_C = 1,5$ auch wie folgt ausgedrückt werden:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_C} \cdot R_{cR}(\alpha_{cc,pl} \cdot f_{ck}, E_{c0m}) \quad \text{Gl. 5-13}$$

Dabei ist die Unschärfe ($0,85/1,3 = 0,654 \approx 0,667 = 1/1,5$) kleiner als zwei Prozent und wird vernachlässigt. Mit der Schreibweise gemäß Gl. 5-13 wird ersichtlich, dass für den Elastizitätsmodul ein Sicherheitselement weniger vorhanden ist als für die Druckfestigkeit. Für den rechnerischen Mittelwert des Elastizitätsmoduls wird das mittlere Elastizitätsmodul verwendet (E_{c0m}), wohingegen für den rechnerischen Mittelwert der Druckfestigkeit der charakteristische Wert der Druckfestigkeit unter Berücksichtigung des Dauerstandsfaktors angesetzt wird ($\alpha_{cc,pl} \cdot f_{ck}$). Diese Vorgehensweise ist mit den unterschiedlichen Auswirkungen der Werkstoffeigenschaften auf die Tragfähigkeit zu begründen: Die Streuung der Druckfestigkeit hat bei gedrunenen Bauteilen einen großen Einfluss auf die Systemtragfähigkeit, da die Normalkraft über die gesamte Höhe des Druckgliedes abgetragen werden muss. Berücksichtigt man die Streuung der Druckfestigkeit über die Höhe des Druckgliedes, so versagt das Druckglied an jener Querschnittsstelle, an der die Einwirkung den Widerstand übersteigt. Für den Grenzfall des unendlich gedrunenen Druckgliedes wird das Systemversagen durch den Querschnitt mit der geringsten Tragfähigkeit induziert. Dies ist vergleichbar mit einem in Reihe geschalteten System. Im Gegensatz dazu ist die Streuung des Elastizitätsmoduls beim Querschnittsversagen nach Theorie I. Ordnung gänzlich irrelevant. Mit zunehmender Schlankheit wird der Einfluss des Elastizitätsmoduls und dessen Streuung größer. Ein schlankes Druckglied versagt beim Stabilitätsversagen durch den überproportionalen Zuwachs der Verformungen im Verhältnis zur Normalkraftsteigerung. Einzelne Bereiche, welche infolge der Streuung des Elastizitätsmoduls geringe Steifigkeiten aufweisen, beeinflussen die Systemtragfähigkeit nur geringfügig. Dementsprechend ähnelt dies einem parallel geschalteten System. Da die Quer-

schnitttragfähigkeit beim Stabilitätsversagen nicht erreicht wird, hat die Druckfestigkeit keinen Einfluss auf die Systemtragfähigkeit. Zudem ist es für die nichtlineare Berechnung unerlässlich, die Steifigkeiten realitätsnah abzubilden, um die Schnittgrößen und damit auch die Tragfähigkeit wirklichkeitsnah bestimmen zu können. Deshalb wird die Berechnung gemäß Gl. 5-13 bzw. Gl. 5-16 auf Grundlage der dargestellten Rechenwerte als gerechtfertigt angesehen. Zudem bestätigen die Versuchsergebnisse von Schmidt & Curbach (2016) an unbewehrten Stützen aus ultrahochfestem Beton den Sachverhalt, dass die Streuung des Materials einen wesentlichen Einfluss auf die Tragfähigkeit beim Querschnittsversagen hat, wohingegen der Einfluss beim Stabilitätsversagen deutlich geringer ist. Erste theoretische Untersuchungen zu den Sicherheitsfaktoren für Druckglieder aus unbewehrtem Mauerwerk unter Berücksichtigung der korrelierten Streuung der Werkstoffeigenschaften über die Druckgliedhöhe sind in Müller et al. (2017a) und Müller et al. (2017b) zu finden. Auch diese bestätigen, dass für Stabilitätsversagen die Auswirkungen der Materialstreuung auf die Tragfähigkeit deutlich geringer sind als beim Querschnittsversagen.

Wie bereits in Abschnitt 5.3.2 erläutert, ist die Reduktion des Dauerstandsfaktors für unbewehrten Beton von 0,85 auf 0,70 als zusätzliches Sicherheitselement ($\gamma_{C,pl} = \alpha_{cc}/\alpha_{cc,pl}$) anzusehen. Dementsprechend muss der zusätzliche Teilsicherheitsbeiwert auch für schlanke Druckglieder, welche maßgeblich durch den Elastizitätsmodul beeinflusst werden, gelten. Damit wird Gl. 5-13 adjustiert zu:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_C \cdot \gamma_{C,pl}} \cdot R_{cRm}(\alpha_{cc} \cdot f_{ck}, E_{c0m}) \quad \text{Gl. 5-14}$$

Die rechnerische Abminderung des Mittelwertes der Druckfestigkeit hat beim Ansatz des Mittelwerts des Elastizitätsmoduls zur Folge, dass die Spannungs-Dehnungs-Beziehung adjustiert werden muss. Gemäß Gl. 2-14 kann dabei die Völligkeit gesteigert werden oder die Dehnung bei Höchstspannung reduziert werden. In Fingerloos et al. (2015) wird die Dehnung bei Höchstspannung nicht verändert, was zwangsläufig eine Erhöhung der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung zur Folge hat. Diese Vorgehensweise mag für Stahlbetonbauteile vielleicht eine zutreffende Näherung sein, führt aber für unbewehrte Bauteile beim Querschnittsversagen unweigerlich zu einer Überschätzung der Tragfähigkeit. Abbildung 4-19 verdeutlicht für zweiachsig exzentrisch beanspruchte unbewehrte Druckglieder den maßgeblichen Einfluss der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung auf die Querschnittstragfähigkeit, insbesondere bei kleinen Völligkeiten. Dementsprechend wird das γ_R -Verfahren von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) derart modifiziert, dass die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nicht verändert wird, weshalb die modifizierte rechnerische Stauchung ε_{fRmod} eingeführt wird:

$$\varepsilon_{fRmod} = \frac{f_{ck}}{f_{cm}} \cdot \alpha_{cc} \cdot \varepsilon_f \quad Gl. 5-15$$

Auf Basis des γ_R -Verfahren gemäß Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) wird der modifizierte Vorschlag für die konsistente Ermittlung des Bemessungswertes der Systemtragfähigkeit von unbewehrten Druckgliedern wie folgt zusammengefasst:

$$R_d = \frac{R_{cRmod} \left(f_{cRmod} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck}, E_{c0Rmod} = E_{c0m}, \varepsilon_{fRmod} = \frac{f_{ck}}{f_{cm}} \cdot \alpha_{cc} \cdot \varepsilon_f \right)}{\gamma_C \cdot \gamma_{C,pl}} \quad Gl. 5-16$$

Der vorgeschlagene Ansatz gemäß Gl. 5-16 ist, bis auf die modifizierte Dehnung und einer adjustierten Schreibweise, identisch mit dem normativen Ansatz gemäß Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013).

Die zugehörige modifizierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung zur Berechnung der Systemtragfähigkeit mit rechnerischen Mittelwerten ist in Abbildung 5-9 visualisiert.

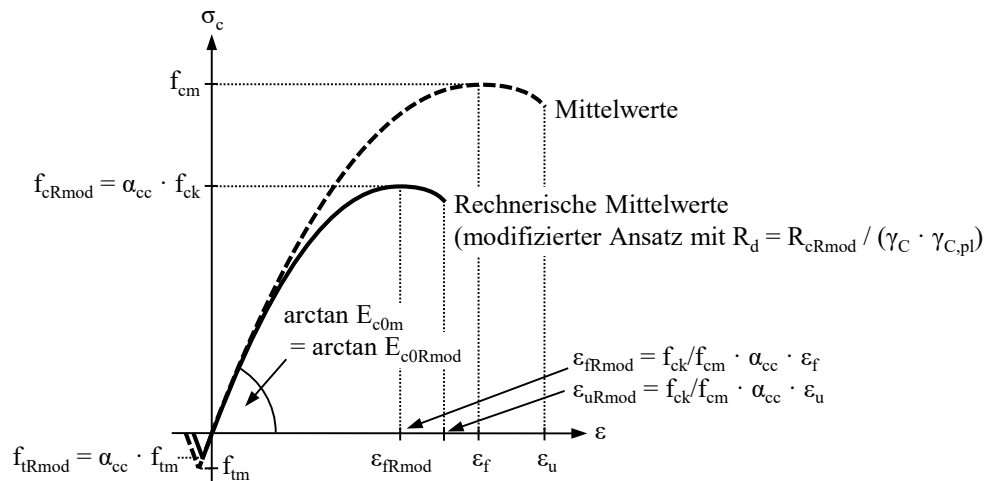


Abbildung 5-9 Vorschlag zum Ansatz der modifizierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit rechnerischen Mittelwerten

In Tabelle 5-1 sind die anzusetzenden rechnerischen Mittelwerte der Werkstoffe auf Basis von Tabelle 2-9 und 2-10 vorgeschlagen.

Tabelle 5-1: Ansatz der rechnerischen Mittelwerte der Werkstoffe zur Berechnung mit dem modifizierten γ_R -Verfahren auf Basis von Tabelle 2-9 und 2-10

Werkstoff	bezogener Ursprungsmodul k_0	Stauchung bei Höchstspannung ε_f in ‰	rechnerische Stauchung bei Höchstspannung ε_{fRmod} in ‰	rechnerische bezogene Bruchstauchung η_u	bezogene Biegezugfestigkeit $ f_t/f_c $
Beton					
C12/15	2,56	1,80	0,92	1,94	0,08
C16/20	2,38	1,90	1,08	1,84	0,08
C20/25	2,25	2,00	1,21	1,75	0,08
C25/30	2,10	2,10	1,35	1,67	0,08
C30/37	2,00	2,20	1,48	1,59	0,08
C35/45	1,87	2,25	1,56	1,56	0,07
C40/50	1,77	2,30	1,63	1,52	0,07
C45/55	1,73	2,40	1,73	1,46	0,07
C50/60	1,65	2,45	1,80	1,43	0,07
C55/67	1,59	2,50	1,86	1,28	0,07
C60/75	1,57	2,60	1,95	1,15	0,06
C70/85	1,48	2,70	2,06	1,04	0,06
C80/95	1,41	2,80	2,16	1,00	0,05
C90/105	1,31	2,80	2,19	1,00	0,05
C100/115	1,23	2,80	2,20	1,00	0,05
Mauerwerk					
Hochlochziegel	1,15	1,8	1,28	1,00	0,00
Kalksandstein	1,80	2,5	1,77	1,00	0,00
Leichtbetonsein	1,40	1,7	1,20	1,00	0,00
Betonstein	1,80	1,0	0,71	1,00	0,00
Porenbetonstein	1,15	2,0	1,42	1,00	0,00
Rechnerische mittlere Druckfestigkeit: $f_{cRmod} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck}$ mit $\alpha_{cc} = 0,85$					

5.3.4 Überprüfung der normenkonformen Bemessung mit dem modifizierten γ_R -Verfahren

Das modifizierte γ_R -Verfahren nach Gl. 5-16 ist für unbewehrte Druckglieder geeignet, wie nachstehend durch eine nichtlineare Berechnung mit mittleren Werkstoffeigenschaften mit anschließender Reduzierung der Systemtragfähigkeit mit einem globalen Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite $\gamma_{R,m}$ verdeutlicht wird.

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_{R,m}} \quad \text{Gl. 5-17}$$

Dabei ist R_m der Systemwiderstand, welcher auf Mittelwerten der Baustoffeigenschaften basiert. Es ist zu beachten, dass ein konstanter globaler Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite für Querschnitts- und Stabilitätsversagen nicht die erläuterten unterschiedlichen Auswirkungen der Streuungen von Druckfestigkeit und Elastizitätsmodul auf die Systemtragfähigkeit zutreffend abbildet. Sofern der globale Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite so bestimmt wird, dass für gedrungene Bauteile die Systemtragfähigkeit mit der Querschnittstragfähigkeit auf Grundlage der Bemessungswerte der Druckfestigkeit übereinstimmt, wird bei großen Schlankheiten der Bemessungswert der Systemtrag-

fähigkeit unterschätzt. Um dieses Defizit zu korrigieren, ist ein variabler, von der Versagensart abhängiger, globaler Sicherheitsbeiwert für die Widerstandsseite bei der Berechnung mit Mittelwerten unerlässlich. Dieser wird als kleinerer Wert von zwei Grenzbetrachtungen berechnet: Der globale Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite $\gamma_{R,m}$ muss so groß sein, dass die maximal auftretenden Druckspannungen $\sigma_{m,max}$ bei der Berechnung mit Mittelwerten nicht den Bemessungswert der Druckfestigkeit f_{cd} gemäß Gl. 5-6 bzw. Gl. 5-7 überschreiten. Dies wird durch die Ermittlung des Sicherheitsbeiwertes $\gamma_{R,m}$ als Verhältnis von $\sigma_{m,max}/f_{cd}$ sichergestellt. Zugleich wird damit vereinfachend ein linearer Zusammenhang zwischen Normalkraft und Randspannung angenommen, was aufgrund des nichtlinearen Zusammenhangs von Normalkraft zu Verformungen nach Theorie II. Ordnung insbesondere bei großen Verformungen nicht zutreffend ist. Hierbei wäre eine iterative Ermittlung des Verhältnisses $\sigma_{m,max}/f_{cd}$ notwendig, was im Hinblick auf die nachfolgend dargestellte Aussage von Abbildung 5-10 jedoch unbedeutend ist. Die zweite Grenzbetrachtung für die Ermittlung des globalen Sicherheitsbeiwertes erfolgt für das Stabilitätsversagen. Da für das Stabilitätsversagen, wie bereits erläutert, nicht ein kleinster Einzelwert des Elastizitätsmoduls, sondern der mittlere Elastizitätsmodul von Bedeutung ist, kann ersatzweise eine Umrechnung vom Mittel- zum Fraktilewert entfallen. Der Dauerstandsfaktor ist nur für die Reduzierung der Festigkeit und nicht für den Elastizitätsmodul vorgesehen, weshalb der Dauerstandsfaktor bei Stabilitätsversagen nicht berücksichtigt werden muss. Somit werden für das Stabilitätsversagen ausschließlich die Teilsicherheitsbeiwerte γ_M und $\gamma_{M,pl}$ in Rechnung gestellt. Der erforderliche globale Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite $\gamma_{R,m}$ wird aus dem größeren Wert der beiden Grenzbetrachtungen ermittelt:

$$\gamma_{R,m} = \max \left\{ \begin{array}{l} \approx \frac{\sigma_{m,max}}{f_{cd,pl}} \\ \gamma_C \cdot \gamma_{C,pl} \end{array} \right\} \quad Gl. 5-18$$

Für die Bemessung mit den vorgeschlagenen modifizierten rechnerischen Mittelwerten (vgl. Gl. 5-16) wird ein auf die Berechnung mit Mittelwerten bezogener globaler Sicherheitsbeiwert $\gamma_{R,m,mod}$ für die Widerstandsseite zurückgerechnet:

$$\gamma_{R,m,mod} = \gamma_C \cdot \frac{\alpha_{cc}}{\alpha_{cc,pl}} \cdot \frac{R_m}{R_{cRmod}} \quad Gl. 5-19$$

Bezogen auf eine Berechnung mit Mittelwerten zeigt Abbildung 5-10 den Vergleich des globalen Sicherheitsfaktors auf der Widerstandsseite zur Bemessung mit Mittelwerten ($\gamma_{R,m}$ nach Gl. 5-18) mit dem rückgerechneten Sicherheitsfaktor zur Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten ($\gamma_{R,m,mod}$ nach Gl. 5-19). Dabei sind die Sicherheitsfaktoren über die Schlankheit λ_y des Druckgliedes aufgetragen.

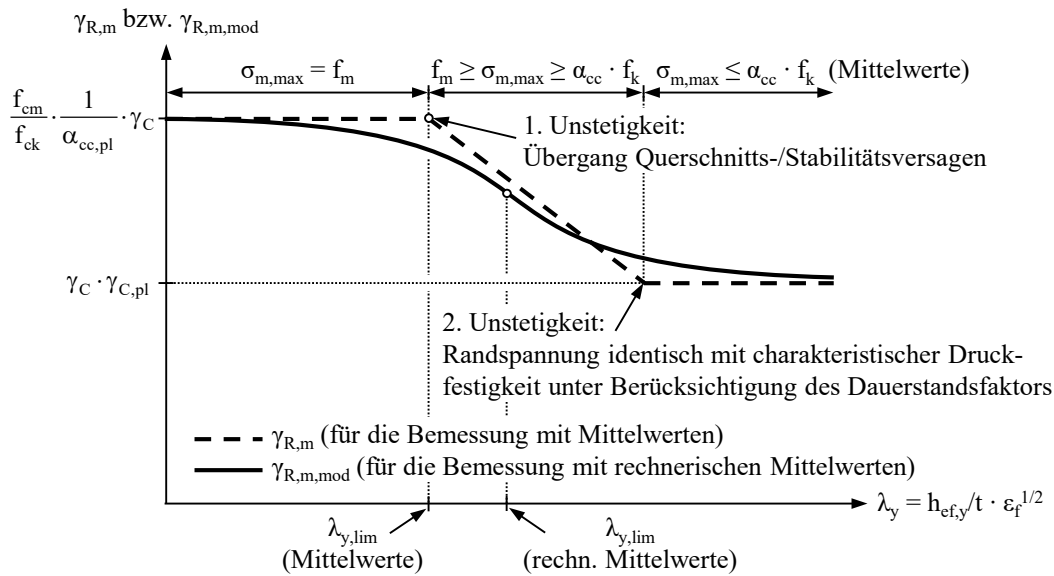


Abbildung 5-10 Vergleich der notwendigen globalen Sicherheitsbeiwerte der Widerstandsseite zur Bemessung mit Mittelwerten ($\gamma_{R,m}$) und rechnerischen Mittelwerten ($\gamma_{R,m,mod}$)

Für die Bemessung mit Mittelwerten ergibt sich eine unstetige Reduzierung des Sicherheitsbeiwertes $\gamma_{R,m}$ für den Übergang vom Querschnitts- zum Stabilitätsversagen (erste Unstetigkeit bei $\lambda_{y,lim}$ (Mittelwerte)). Bei kleineren Schlankheiten ($\lambda_y \leq \lambda_{y,lim}$ (Mittelwerte)) wird im Versagenszustand stets die mittlere Druckfestigkeit f_{cm} erreicht, sodass zur Einhaltung des Bemessungswertes der Druckfestigkeit die maximale mittlere Spannung $\sigma_{m,max}$ mit dem globalen Sicherheitsbeiwert von $\gamma_{R,m} = \sigma_{m,max}/f_{cd} = f_{cm}/f_{ck} \cdot 1/\alpha_{cc,pl} \cdot \gamma_C$ reduziert werden muss. Mit zunehmender Schlankheit wird im Versagenszustand nicht mehr die mittlere Druckfestigkeit f_{cm} erreicht. Da die Spannung $\sigma_{m,max}$ jedoch immer noch größer als die charakteristische Druckfestigkeit unter Berücksichtigung des Dauerstands-faktors ist ($\sigma_{m,max} > \alpha_{cc} \cdot f_k$), muss zur Einhaltung des Bemessungswertes der Druckfestigkeit die Systemtragfähigkeit bis zum Erreichen der zweiten Unstetigkeit ($\sigma_{m,max} = \alpha_{cc} \cdot f_k$) mit $\gamma_{R,m} = \sigma_{m,max}/f_{cd}$ abgemindert werden. Dies ergibt die mit zunehmender Schlankheit lineare Abminderung des globalen Sicherheitsbeiwertes ($\gamma_{R,m}$) im Bereich von $f_m \geq \sigma_{m,max} \geq \alpha_{cc} \cdot f_k$. Bei sehr großen Schlankheiten ist die Randspannung stets kleiner als die charakteristische Druckfestigkeit unter Berücksichtigung des Dauerstands-faktors ($\sigma_{m,max} < \alpha_{cc} \cdot f_k$), sodass keine Reduzierung der Systemtragfähigkeit wegen Überschreitung des Bemessungswertes der Druckfestigkeit erfolgen muss. Somit wird ab der zweiten Unstetigkeit immer der Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{R,m} = \gamma_C \cdot \gamma_{C,pl}$ maßgebend. Die zwei Unstetigkeiten in der Funktion des Sicherheitsbeiwertes führen unweigerlich auch zu Unstetigkeiten in der Traglastfunktion, was dem zugrunde gelegten Sicherheitskonzept geschuldet ist, aber rein physikalisch und zuverlässigkeitstheoretisch nicht gerechtfertigt ist. Diesen als Defekt deklarierbaren Sachverhalt weist die Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten nicht auf.

Der rückgerechnete globale Sicherheitsbeiwert auf der Widerstandsseite zur Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten (Gl. 5-19) besitzt einen kontinuierlichen Übergang von Querschnitts- zu Stabilitätsversagen. Bei der Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten wird bei Schlankheiten im Bereich von λ_{lim} (Mittelwerte) deutlich, dass der Bemessungswert der Druckfestigkeit bei der Berechnung mit Mittelwerten geringfügig überschritten wird. Mit zunehmender Schlankheit nimmt der Einfluss der Druckfestigkeit ab und gleichzeitig steigt der Einfluss des Elastizitätsmoduls. Da die damit verbundenen Wichtungsfaktoren (Sensitivitätsbeiwerte) die Grundlage für die Ermittlung des Sicherheitsbeiwertes bilden, ist dies jedoch nicht als Defizit anzusehen. Auf eine ausführliche Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet und auf die Erläuterungen in der Literatur verwiesen, zum Beispiel Spaethe (1992). Für die nichtlineare Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten mit reduzierter Dehnung wird mit Abbildung 5-10 ersichtlich, dass für unendlich gedrungene Bauteile die Querschnittstragfähigkeit unter Berücksichtigung des Bemessungswertes der Druckfestigkeit erreicht wird. Wie angestrebt, wird mit der nichtlinearen Bemessung mit rechnerischen Mittelwerten für unendlich schlanke Druckglieder die Systemtragfähigkeit auf Grundlage des Mittelwertes des Elastizitätsmoduls mit anschließender Abminderung der Tragfähigkeit berechnet.

Zusammenfassend wird konstatiert, dass die Bemessung unbewehrter Druckglieder unter Berücksichtigung des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzeptes mit dem modifizierten γ_R -Verfahren auf Basis von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) durch eine nichtlineare Berechnung mit rechnerischen Mittelwerten (Gl. 5-16) erfolgen kann. Dabei sind die Dehnungen rechnerisch zu reduzieren, damit die Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nicht verfälscht wird. Diese Vorgehensweise ist normenkonform und wird für die nachfolgenden Vergleiche der Bemessungswerte der Systemtragfähigkeiten angewandt.

5.4 Nichtlineare Bemessung auf Basis normativer Verfahren

5.4.1 Grundlagen

Nachfolgend wird das vorgeschlagene Bemessungsverfahren angewandt und mit den bestehenden normativen Regelungen sowie der genaueren nichtlinearen numerischen Berechnung (vgl. Abschnitt 4.4.3) gegenübergestellt. Für die Anwendung des nichtlinearen Bemessungsverfahrens sind stets auch die Tragfähigkeiten von ausschließlich einachsig exzentrisch belasteten Druckgliedern notwendig. Diese werden auf Grundlage des jeweilig gültigen normativen Verfahrens bzw. auf einem im Zuge der Überarbeitung von DIN EN 1996-1-1 (2010) vorgeschlagenem Verfahren ermittelt. Um das nichtlineare Bemessungsverfahren auf Grundlage normativer Tragfähigkeit mit der genaueren nichtlinearen Berechnung gegenüberstellen zu können, erfolgt dies auf Bemessungslastniveau. Dabei wird für die nichtlineare Berechnung der Tragfähigkeiten das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept gemäß Abschnitt 5.3 angewandt.

Normative Bemessungsverfahren verwenden oftmals vereinfachte Ansätze zur Abschätzung der Tragfähigkeit. Deshalb und wegen der einfacheren Handhabbarkeit wird für die Überführung des vorgeschlagenen Bemessungsverfahrens in eine normative Regelung empfohlen, den Korrekturfaktor zu vernachlässigen ($\Omega = 0$). Für die nachfolgenden Gegenüberstellungen der Tragfähigkeiten in den Abschnitten 5.4.2 und 5.4.3 bleibt der Korrekturfaktor Ω daher unberücksichtigt. Damit vereinfacht sich die Approximation zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit gemäß Gl. 5-1 bis Gl. 5-5 zu:

$$\Phi_R^{\text{II}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{R,y}^{\text{II}} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} \right) \\ \Phi_{R,z}^{\text{II}} \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} \right) \quad \text{falls } \psi^{\text{I}} = \frac{e_z^{\text{I}} \cdot t}{e_y^{\text{I}} \cdot b} > 1,0 \end{array} \right\} \quad \text{Gl. 5-20}$$

Im Vergleich zu Gl. 5-1 überschätzt die vereinfachte Approximation nach Gl. 5-20 die Tragfähigkeit für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Biegezugfestigkeit um maximal 10 %. Unter Berücksichtigung, dass selbst mineralische Baustoffe mit annähernd linear-elastischem Werkstoffverhalten, wie zum Beispiel Mauerwerk aus Hochlochziegeln ($k_0 = 1,15$), eine gewisse Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung aufweisen, wird die rechnerische Tragfähigkeit mit Gl. 5-20 gegenüber Gl. 5-1 bis Gl. 5-5 um maximal 8,5 % überschritten. Diese maximale Überschreitung tritt jedoch nur für den Belastungsfall mit $\psi^{\text{I}} = 1,0$ ein und mit zunehmendem oder abnehmendem ψ^{I} -Verhältnis verringert sich der Fehler. Bei normativen Bemessungsverfahren wird die Tragfähigkeit in der Regel über simple Bemessungsansätze erfasst, sodass die vereinfachte Approximation zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit nach Gl. 5-20 die Tragfähigkeit für ein normatives Verfahren mit ausreichender Genauigkeit erfasst.

5.4.2 Druckglieder aus Beton

Abbildung 5-11 veranschaulicht den Vergleich der Systemtragfähigkeiten gemäß der genaueren nichtlinearen Berechnung (nl. Berech.) für einen Beton der Festigkeitsklasse C35/45 mit den Tragfähigkeiten der derzeit gültigen Regelung nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013) auf Grundlage der getrennten Nachweisführung in beide Achsrichtungen (EC2 getr. Nachweise) sowie auf Basis der Momenten-Interaktion von einwirkenden zu aufnehmbaren Biegemoment um die jeweilige Achse gemäß Gl. 3-70 (EC2 M.-Interaktion) (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Des Weiteren sind die Tragfähigkeiten des vorgeschlagenen Verfahrens auf Grundlage der vereinfachten Approximation gemäß Gl. 5-20 (Approx. mit EC2) aufgetragen. Dabei werden zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit gemäß der Approximation die Tragfähigkeiten für ausschließlich einachsige Beanspruchungen nach DIN EN 1992-1-1 (2011) verwendet (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Da normativ die starr-plastischen Querschnittstragfähigkeiten in Rechnung gestellt werden, sind die Traglasten der nichtlinearen Berechnung mit horizontalem plastischem Ast ($\eta_u \rightarrow \infty$) dargestellt. Diese spiegelt den oberen Grenzwert der Querschnittstragfähigkeit wider.

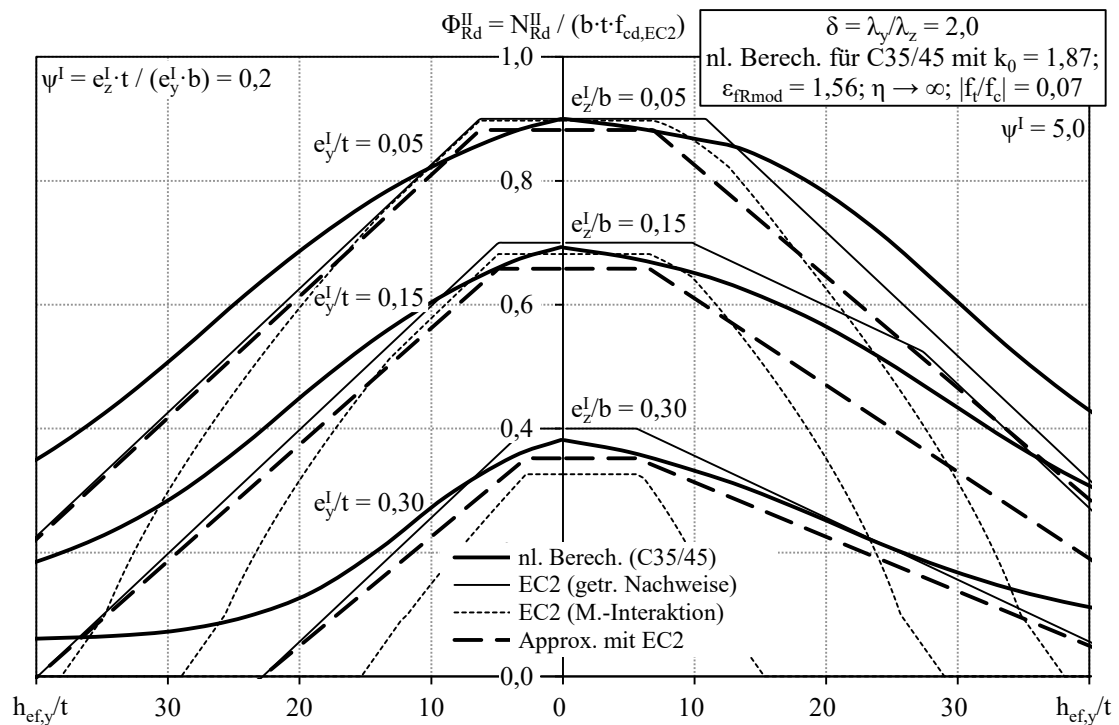


Abbildung 5-11 Systemtragfähigkeit gemäß nichtlinearer Berechnung, DIN EN 1992-1-1/NA (2013) und Approximation mit der Traglastfunktion nach DIN EN 1992-1-1 (2011)

Für die Gegenüberstellung sind die Belastungssituationen mit $\psi^I = 0,2$ bzw. $5,0$ und das Verhältnis der Schlankheiten von $\delta = 2,0$ so gewählt, dass gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) getrennte Nachweise in beide Achsrichtungen geführt werden dürfen (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Sofern diese Anwendungsgrenzen nicht eingehalten sind, können die in DIN EN 1992-1-1 (2011) enthaltenen Beziehungen zur Bestimmung der Tragfähigkeit

nicht verwendet werden und es muss eine numerische Berechnung durchgeführt werden. Die normativ zulässige rechnerische Biegezugfestigkeit gemäß Tabelle 5-1 wird für die genauere nichtlineare Berechnung in Rechnung gestellt.

Der Beton der Festigkeitsklasse C35/45 besitzt die größte Betonfestigkeit, welche gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) für unbewehrte Bauteile in Rechnung gestellt werden darf (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Größere Betonfestigkeiten haben geringere normierte Tragfähigkeiten. Ein Beton mit größerer Festigkeit weist im Vergleich zu einem Beton mit geringerer Festigkeit eine größere Dehnung bei Höchstspannung sowie eine geringere Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit weniger ausgeprägtem Nachbruchverhalten bei gleichzeitig unwesentlich größerem Elastizitätsmodul auf. Die absolute, nicht normierte Tragfähigkeit eines Betons mit der größeren Festigkeit überschreitet die Tragfähigkeit des Betons mit geringerer Festigkeit jedoch deutlich. Zudem ist anzumerken, dass die normative Begrenzung der maximal ansetzbaren Festigkeit gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) für härteste Betone (C55/67 bis C100/115) entfallen kann, sofern in Gl. 3-65 der Abzugsterm von 0,020 auf 0,023 erhöht wird oder eine werkstoffnormierte Schlankheit in Verbindung mit einem adjustierten Abzugsterm verwendet wird (vgl. Abschnitt 5.5).

Die derzeit gültige Regelung mit getrennten Nachweisen gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) bildet die Tragfähigkeit im Vergleich zur genaueren nichtlinearen Berechnung für eine Belastungssituation mit $\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot b) = 0,2$ gut ab. Lediglich für kleine Schlankheiten kommt es zu Tragfähigkeitsüberschätzungen. Sofern die bezogene Exzentrizität in z-Richtung um den Faktor $\psi^I = 5$ größer ist als die bezogene Exzentrizität in y-Richtung, überschätzt DIN EN 1992-1-1/NA (2013) die Tragfähigkeit zum Teil, beispielsweise für $e_z^I/b = 0,15$. Diese Überschätzung fällt aufgrund der sehr konservativen Traglastfunktion von DIN EN 1992-1-1 (2011) verhältnismäßig gering aus. Mit größeren δ -Verhältnissen vergrößert sich die Tragfähigkeitsüberschätzung zunehmend. Bei letzterem ist anzumerken, dass Verhältnisse der Schlankheiten von $\delta > 2,0$ außerhalb des zulässigen Anwendungsbereiches für getrennte Nachweise gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) liegen. Die zu großen Traglasten sind dem Seitwärtsversagen, welches mit der Regelung von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) nicht angemessen erfasst wird, geschuldet. Bei $e_z^I/b = 0,15$ in Kombination mit $\psi^I = 5,0$ ist der zweite Knick in der Traglastfunktion von DIN EN 1992-1-1 (2011) bei einer Schlankheit von $h_{ef,y}/t \approx 27$ dem Übergang von Versagen in z-Richtung zum Versagen in y-Richtung geschuldet. Wegen der um das Verhältnis von $\delta = 2,0$ größeren Schlankheit in y-Richtung ist die Traglastminderung infolge der Schlankheit (Steigung der Funktion in Abbildung 5-11) größer. Allgemein ist jedoch zu beachten, dass gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) die maximal zulässige Schlankheit auf $h_{ef,y}/t = 25$ bzw. $h_{ef,z}/b = 25$ begrenzt ist. Die Begrenzung ist in Abbildung 5-11 nicht berücksichtigt, da diese nach Ansicht des Verfassers nicht begründbar ist und somit ersatzlos gestrichen werden kann [vgl. auch Hegger et al. (2007)].

Die Berechnung mittels der Momenten-Interaktion von einwirkenden zu aufnehmbaren Biegemoment um die jeweilige Achse nach DIN EN 1992-1-1 (2011) (vgl. Gl. 3-70) resultiert für mittlere und große Schlankheiten in sehr konservativen Tragfähigkeiten. Auch bei kleinen Schlankheiten in Kombination mit großen Exzentrizitäten unterschätzt die Regelung der Momenten-Interaktion die Tragfähigkeit gemäß der genaueren nichtlinearen Berechnung. Die Unstetigkeiten der Traglastfunktionen, welche bei $\Phi_{Rd}^I = 0,10$ zu erkennen sind, beruhen auf dem unstetigen Übergang des Faktors a in Gl. 3-70 (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Damit ist offensichtlich, dass die in DIN EN 1992-1-1 (2011) geregelte Momenten-Interaktion zur Bemessung unbewehrter Druckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung wenig geeignet ist.

Der neue Approximationsvorschlag ergibt für $\psi^I = 0,2$ vergleichbare Ergebnisse wie die derzeit gültige Regelung der getrennten Nachweise gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013). Im direkten Vergleich ist die Tragfähigkeit des Approximationsvorschlags für $h_{ef,y}/t = 0$ sowie die Traglastabminderung infolge der Schlankheit $h_{ef,y}/t$ etwas geringer, da die gesamte Gl. 3-65 mit der Reduzierung der rechnerischen Querschnittsbreite b_{red}/b multipliziert wird. Für $\psi^I = 5,0$ wird mit der Approximation das rechnerische Versagen in y -Richtung (Seitwärtsversagen) gebührend berücksichtigt. Dementsprechend bildet der Vorschlag die Traglast nach der genaueren nichtlinearen Berechnung zufriedenstellend ab. Die Defizite der europäischen Regelungen werden mit der vorgeschlagenen Approximation erfolgreich eliminiert. Substanzielle Vorteile des Approximationsvorschlages sind, dass dieser im Vergleich zur Regelung getrennter Nachweise gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) nicht an die Begrenzung der Exzentrizitäten (vgl. Gl. 3-66), nicht an definierte Verhältnisse der Schlankheiten zueinander (vgl. Gl. 3-67) und nicht an die Begrenzung der Betondruckfestigkeitsklasse gebunden ist, sondern für alle Fälle angewandt werden kann.

Das Verhältnis der Schlankheiten ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$), für die das rechnerische Versagen in z -Richtung die Bemessung determiniert, wird durch Gleichsetzen der Traglasten der beiden Versagensebenen (Gl. 5-20) ermittelt. Dementsprechend kann der Bereich, für den das rechnerische Versagen in z -Richtung zu prüfen ist (zweite Zeile in Gl. 5-20), weiter eingeschränkt und damit der Rechenaufwand verringert werden.

Für die in DIN EN 1992-1-1 (2011) zugrunde gelegte Traglastfunktion kann das rechnerische Versagen in z -Richtung nur für folgende δ -Verhältnisse maßgebend werden:

$$\delta = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} < \frac{1 - 2 \cdot \frac{e_y^I}{t}}{1 - 2 \cdot \frac{e_z^I}{b}} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{1}{\psi^I} \cdot \frac{e_z^I}{b}}{1 - 2 \cdot \frac{e_z^I}{b}} \quad \text{Gl. 5-21}$$

5.4.3 Druckglieder aus Mauerwerk

Für Druckglieder aus Porenbetonmauerwerk veranschaulicht Abbildung 5-12 den Vergleich zwischen den Tragfähigkeiten gemäß der genaueren nichtlinearen Berechnung (nl. Berech.) und den Tragfähigkeiten der vereinfachten Approximation gemäß Gl. 5-20 mit der aktuell gültigen Traglastfunktion gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) (Approx. mit EC6, vgl. Abschnitt 3.4.3.1). Dies verdeutlicht die simple Integration der Approximation in das jetzige Regelwerk. Die Traglastfunktion gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ohne nationalen Anhang berücksichtigt keine zweiachsige exzentrische Beanspruchung, weshalb das Nachweisverfahren für diesen Fall nicht gültig ist und dementsprechend auch nicht in Abbildung 5-12 dargestellt ist.

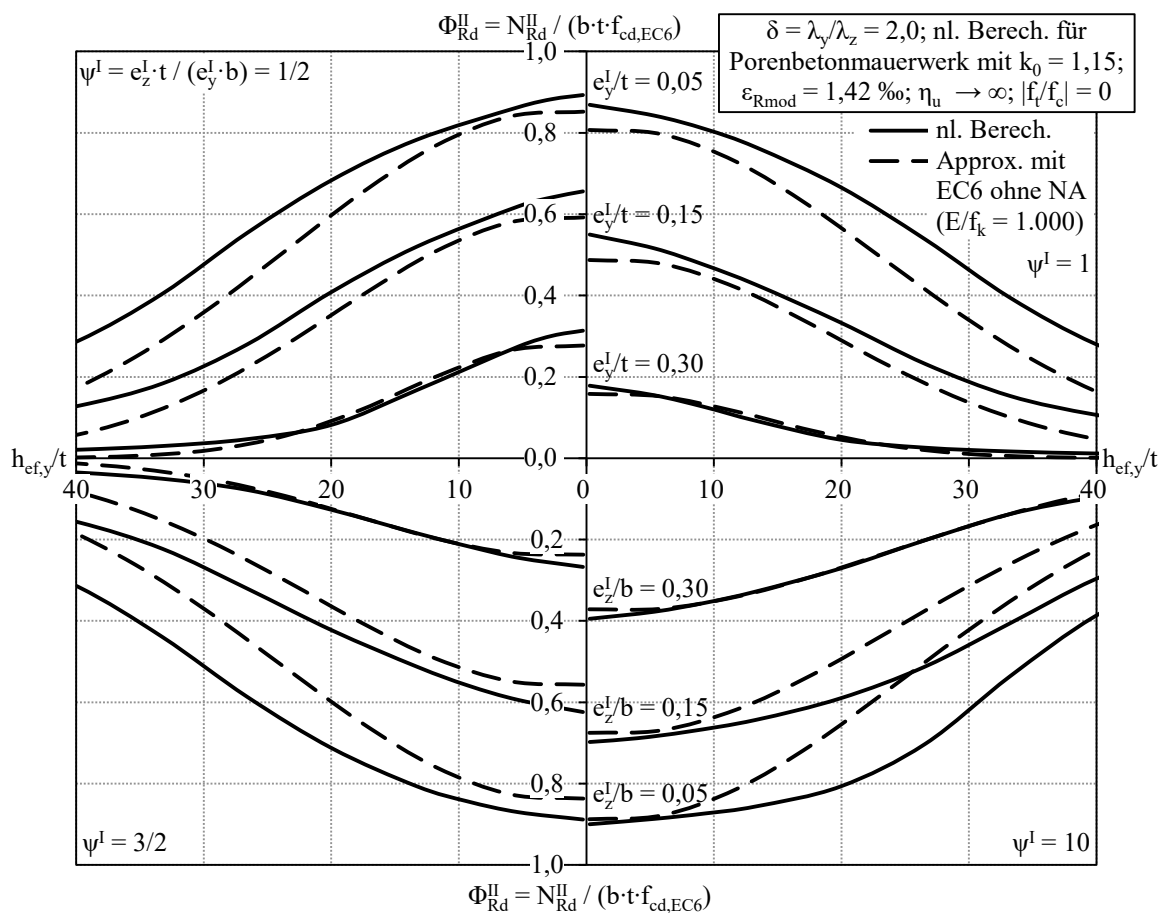


Abbildung 5-12 Systemtragfähigkeit gemäß nichtlinearer Berechnung und Approximation mit der Traglastfunktion nach DIN EN 1996-1-1 (2010) ohne nationalen Anhang für $\delta = 2$

Für den Vergleich der Traglasten wurde Porenbetonmauerwerk gewählt, da dieses die geringsten normierten Tragfähigkeiten von den in Tabelle 5-1 zusammengestellten Mauerwerkswerkstoffen besitzt. Lediglich bei mittleren Schlankheiten kann Kalksandsteinmauerwerk unbedeutend geringere aufnehmbare normierte Traglasten aufweisen. Da in DIN EN 1996-1-1 (2010) starr-plastisches Werkstoffverhalten für die Querschnittstragfä-

higkeit zugrunde liegt, wird bei der Berechnung der Tragfähigkeit ein horizontaler plastischer Ast berücksichtigt ($\eta_u \rightarrow \infty$).

Abbildung 5-12 ist gültig für ein Verhältnis der Schlankheiten von $\delta = \lambda_y/\lambda_z = 2,0$. Gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) ist die Schlankheit auf $h_{ef,y}/t \leq 27$ begrenzt. Wie auch zuvor ist die Begrenzung nach Meinung des Verfassers unbegründet und wird deshalb nachfolgend (Abbildung 5-12 bis Abbildung 5-14) nicht berücksichtigt. In den verschiedenen Quadranten von Abbildung 5-12 sind unterschiedliche Verhältnisse der bezogenen Exzentrizitäten ($\psi^I = e_z^I \cdot t / (e_y^I \cdot t)$) zueinander dargestellt, wobei $\psi^I = 10$ ein äußerst großes Verhältnis widerspiegelt.

Wird die zweiachsige Beanspruchung mittels der Approximation auf Grundlage der Traglastfunktion gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) (Approx. mit EC6) berücksichtigt, so resultieren im Vergleich zur genaueren nichtlinearen Berechnung konservative Traglasten. Ausschließlich für große Exzentrizitäten (e_y^I/t bzw. $e_z^I/b = 0,30$) wird die Tragfähigkeit mit der Approximation gegenüber der genaueren nichtlinearen Berechnung geringfügig überschätzt. Dies ist jedoch nicht auf etwaige Defizite der Approximation zurückzuführen, sondern auf die Überschätzung der Tragfähigkeit für lediglich einachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder. Da zur Berechnung der Tragfähigkeit mit der Approximation die Tragfähigkeit unter ausschließlich einachsiger Biegung gemäß DIN EN 1996-1-1 (2010) zugrunde liegt, setzt sich die Unschärfe der normativen Traglastfunktion auch auf die Tragfähigkeit bei zweiachsiger Beanspruchung fort. Dieser Sachverhalt gilt gleichermaßen für die systematische Unterschätzung der Traglast, welche bei großen Schlankheiten verhältnismäßig am größten ist. Mit der vorgeschlagenen Approximation kann das bestehende Verfahren auf den allgemein gültigen Fall des räumlichen Druckgliedes erweitert werden.

Abbildung 5-13 stellt die Tragfähigkeiten für Mauerwerk aus Porenbetonsteinen gemäß der nichtlinearen Berechnung (nl. Berech.) mit horizontalem plastischem Ast ($\eta_u \rightarrow \infty$) mit denen der derzeit gültigen Regelung gemäß dem deutschen nationalen Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) (EC6/NA, vgl. Abschnitt 3.4.3.1) und denen der vorgeschlagenen Approximation mit der bestehenden Traglastfunktion nach DIN EN 1996-1-1 (2010) mit nationalem Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) (Approx. mit EC6/NA) gegenüber. Dabei werden gleiche Schlankheiten in beide Richtungen ($\delta = \lambda_y/\lambda_z = 1,0$) unterstellt.

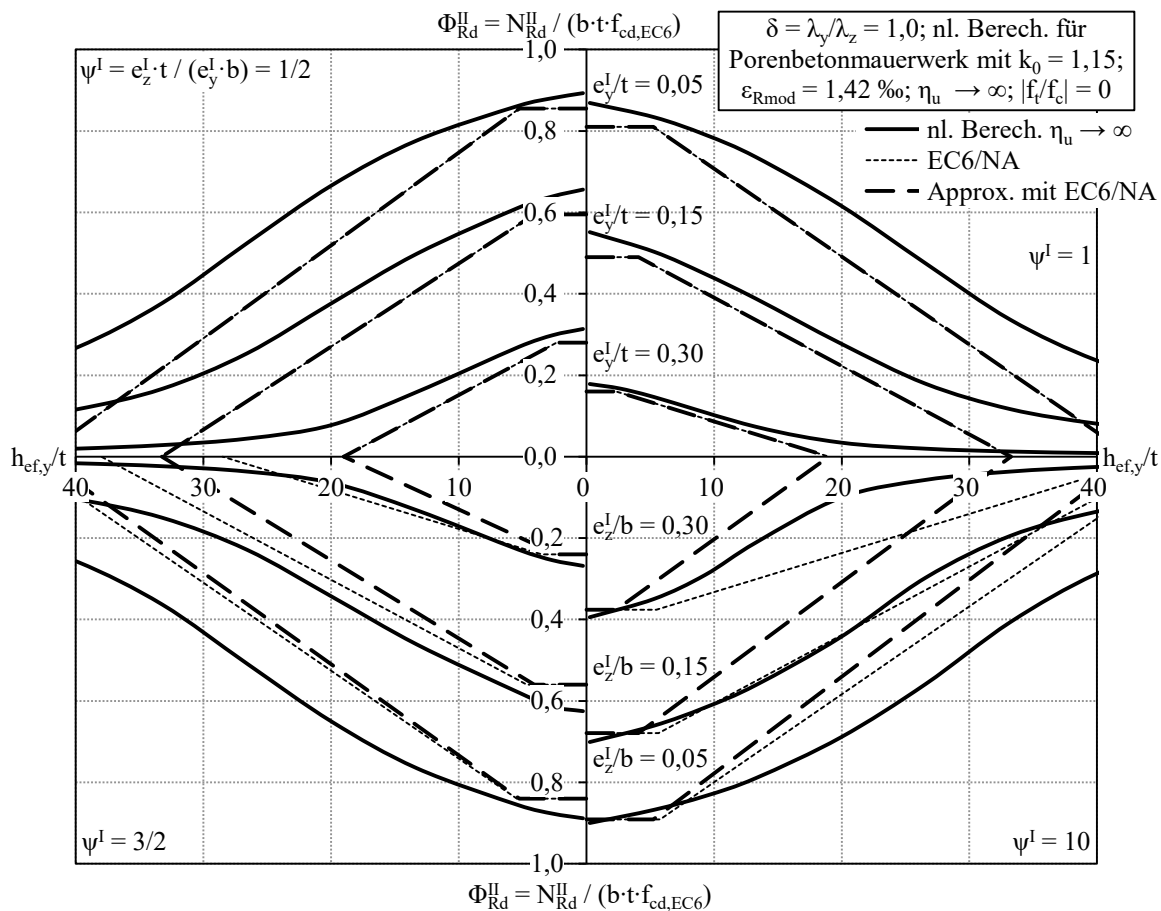


Abbildung 5-13 Systemtragfähigkeit gemäß der nichtlinearen Berechnung, der derzeit gültiger Regelung nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012) mit nationalem Anhang und der Approximation mit der Traglastfunktion nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012) mit nationalem Anhang für $\delta = 1$

Für Belastungssituationen, in denen die bezogene Exzentrizität in y-Richtung kleiner oder gleich der bezogenen Exzentrizität in z-Richtung ist ($\psi^I \leq 1,0$), ergibt sich kein Unterschied von der Approximation zur derzeit gültigen nationalen Regelung. Für Beanspruchungen, bei denen die Exzentrizität in z-Richtung größer als die Exzentrizität in y-Richtung ist ($\psi^I > 1,0$), werden die Auswirkungen der Approximation gegenüber der normativen Traglast deutlich. Insbesondere für verhältnismäßig große Exzentrizitäten in Druckgliedlängsrichtung ($\psi^I = 10$) überschätzt die normative Regelung mit nationalem Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) mit zunehmender Schlankheit die Tragfähigkeit deutlich. Dies ist damit zu begründen, dass normativ derzeit ausschließlich das Versagen in y-Richtung berücksichtigt wird und somit jegliche Einflüsse der Schlankheit in z-Richtung gänzlich unberücksichtigt bleiben (vgl. Abschnitt 3.4.3.1). Mit zunehmendem δ -Verhältnis wird die Schlankheit in z-Richtung im Vergleich zur Schlankheit in y-Richtung kleiner. Damit verringern sich auch die Verformungen in z-Richtung und das Defizit der normativen Regelung wird geringer.

Mit der neuen Approximation, welche beide rechnerische Versagensebenen gleichwertig behandelt, wird das derzeit bestehende Sicherheitsdefizit erfolgreich eliminiert. Bemerkenswert ist, dass das Sicherheitsdefizit aufgrund der sehr konservativen Traglastfunktion gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) lediglich für sehr kleine Verhältnisse der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$) besteht. Dies verdeutlicht Abbildung 5-14, in der im Vergleich zu Abbildung 5-13 ausschließlich das δ -Verhältnis ($\delta = 2,0$) geändert ist. Mit der Ausnahme von $e_z^I/b = 0,30$ in Kombination mit $\psi^I = 10$ sind die Traglasten der vorgeschlagenen Approximation identisch mit den Traglasten der derzeit gültigen normativen Regelung (EC6/NA) im Vergleich zum hiesigen Vorschlag ausschließlich zu unsicheren Ergebnissen führt, wenn das rechnerische Versagen in z-Richtung maßgebend wird. Die Ermittlung des Verhältnisses der Schlankheiten zueinander (δ), für die das rechnerische Versagen in Abhängigkeit der Belastungssituation in z-Richtung maßgebend ist, kann analog zu Abschnitt 5.4.2 erfolgen. Dabei ergibt sich für die zugrunde gelegte Traglastfunktion ebenfalls die Beziehung nach Gl. 5-21.

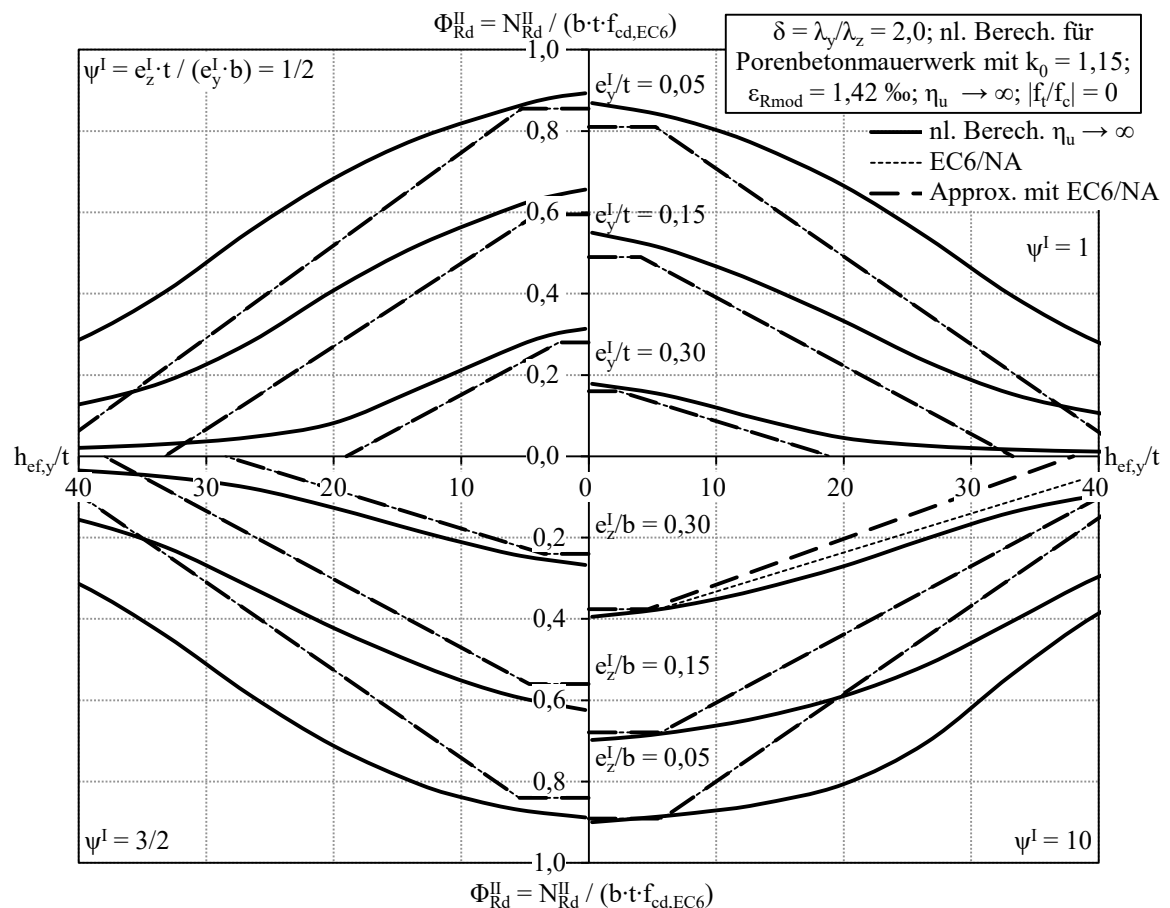


Abbildung 5-14 Systemtragfähigkeit gemäß der nichtlinearen Berechnung, der derzeit gültigen Regelung nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012) mit nationalem Anhang und der Approximation mit der Traglastfunktion nach DIN EN 1996-1-1/NA (2012) mit nationalem Anhang für $\delta = 2$

Im Zuge der Überarbeitung von DIN EN 1996-1-1 (2010) wird voraussichtlich das von Bakeer (2016) vorgeschlagene Verfahren zur Ermittlung der Tragfähigkeit ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Mauerwerkswände übernommen (vgl. Abschnitt 3.4.3.1). Um zu verdeutlichen, dass die vorgeschlagene Approximation auch auf Basis des voraussichtlich neuen normativen Verfahrens von Bakeer (Approx. mit Bakeer) die Systemtragfähigkeit beschreiben kann, sind in Abbildung 5-15 die Systemtragfähigkeiten der Approximation den Tragfähigkeiten gemäß der genaueren nichtlinearen Berechnung (nl. Berech.) für linear-elastisches Werkstoffverhalten mit horizontalem plastischem Ast ($k_0 = 1,0$; $\eta_u \rightarrow \infty$) gegenübergestellt.

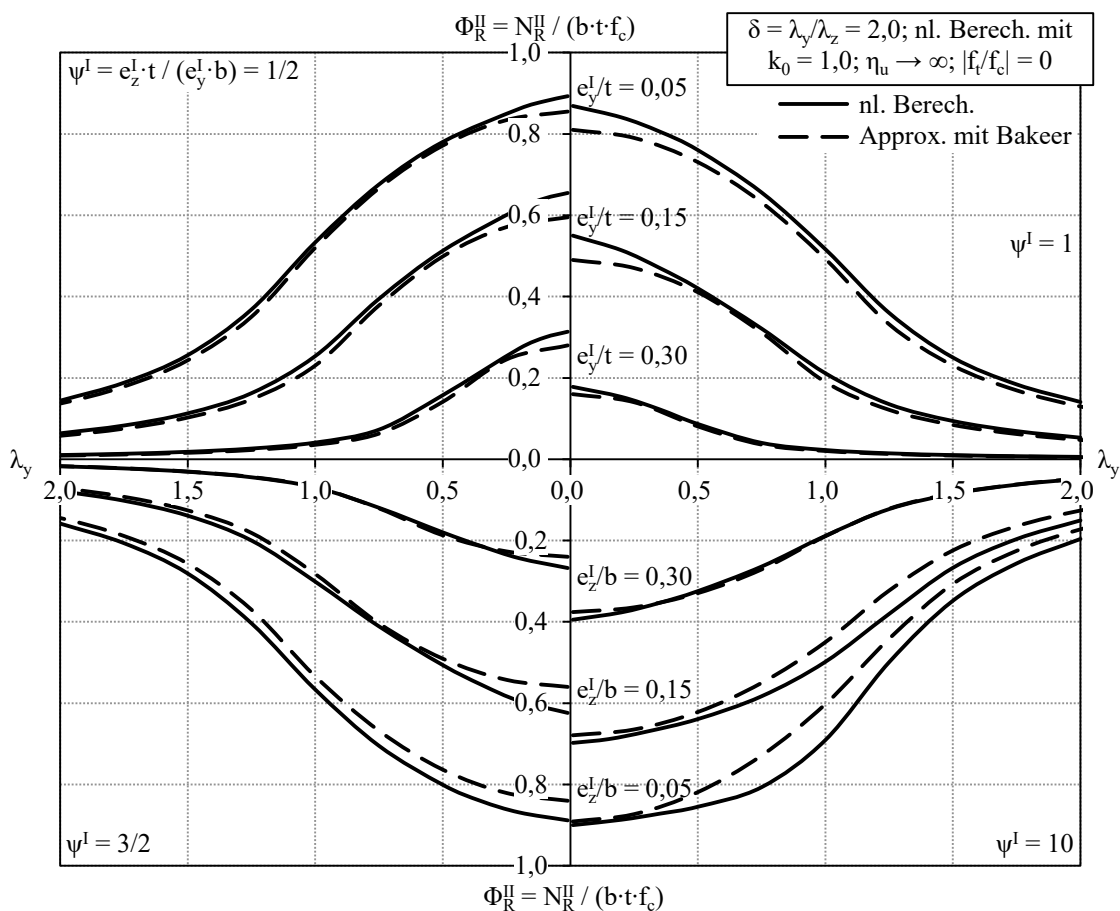


Abbildung 5-15 Systemtragfähigkeit gemäß nichtlinearer Berechnung und vorgeschlagener Approximation mit der Traglastfunktion nach Bakeer (2016)

Insgesamt bildet die Approximation die wirklichkeitsnahen Tragfähigkeiten zufriedenstellend ab. Somit kann konstatiert werden, dass die Bemessung zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder mit der vorgeschlagenen Approximation auf Grundlage der Tragfähigkeit unter einachsig exzentrischer Beanspruchung gemäß Bakeer (2016) erfolgen kann.

5.5 Vorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit

Alternativ zur Ermittlung der Systemtragfähigkeit auf Grundlage der Tragfähigkeiten ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder wird ein stark vereinfachter Approximationsvorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder unterbreitet. Der Ansatz wurde in Anlehnung an die aus DIN EN 1992-1-1 (2011) hergeleitete Gl. 3-70 entwickelt (vgl. Abschnitt 3.4.2.1). Für die Berechnung wird linear-elastisches Werkstoffverhalten mit horizontalem plastischen Ast ($k_0 = 1,0$; $\eta_u \rightarrow \infty$) ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit zugrunde gelegt. Die Systemtragfähigkeit gedrungener und schlanker Beton- und Mauerwerksdruckglieder kann in Abhängigkeit der Exzentrizitäten und der werkstoffnormierten Schlankheit wie folgt abgeschätzt werden:

$$\Phi_R^{\text{II}} = 1,05 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt[5]{\left(5 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t} + \lambda_y\right)^5 + \left(5 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b} + \lambda_z\right)^5} \leq \left(1 - 2 \cdot \frac{e_y^{\text{I}}}{t}\right) \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{e_z^{\text{I}}}{b}\right) \quad \text{Gl. 5-22}$$

Sofern der Vorschlag für eine normenkonforme Ermittlung des Bemessungswertes der normierten Systemtragfähigkeit ($\Phi_{\text{Rd}}^{\text{II}}$) verwendet werden soll, ist die werkstoffnormierte Schlankheit mit dem modifizierten rechnerischen Mittelwert der Dehnung bei Höchstspannung gemäß Tabelle 5-1 zu ermitteln ($\lambda_y = h_{\text{ef},y}/t \cdot \varepsilon_{\text{fRmod}}^{1/2}$) (vgl. Abschnitt 5.3). Zur Bestimmung der absoluten Normalkrafttragfähigkeit auf Bemessungslastniveau ($N_{\text{Rd}}^{\text{II}}$) ist der Bemessungswert der normierten Systemtragfähigkeit $\Phi_{\text{Rd}}^{\text{II}}$ mit der Querschnittsbreite und -dicke sowie dem Bemessungswert der Druckfestigkeit gemäß Gl. 5-6 oder Gl. 5-7 zu multiplizieren ($N_{\text{Rd}}^{\text{II}} = \Phi_{\text{Rd}}^{\text{II}} \cdot b \cdot t \cdot f_{\text{cd}}$).

Abbildung 5-16 stellt die Systemtragfähigkeiten der genaueren nichtlinearen Berechnung (nl. Berech) gemäß Abschnitt 4.4.3 denen der vorgeschlagenen direkten Ermittlung der Tragfähigkeit gemäß Gl. 5-22 (direkte Ermittlung) für verschiedene Beanspruchungssituationen und für verschiedene Verhältnisse der Schlankheiten zueinander ($\delta = \lambda_y/\lambda_z$) gegenüber.

In der Regel weist die vorgeschlagene direkte Ermittlung der Systemtragfähigkeit einen direkt proportionalen Zusammenhang von Traglastabminderung zu Schlankheit auf. Ausnahme hiervon sind bei $\delta \rightarrow \infty$ mit $e_z^{\text{I}}/b = 0,30$ sowie zum Teil mit $e_z^{\text{I}}/b = 0,15$ zu erkennen. Für die untersuchten Fälle liefert der Vorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit im Vergleich zur genaueren nichtlinearen Berechnung stets konservativere Tragfähigkeiten. Insgesamt kann festgehalten werden, dass der Vorschlag trotz des simplen mathematischen Ausdrucks zur konservativen Abschätzung der Tragfähigkeit sehr gut geeignet ist.

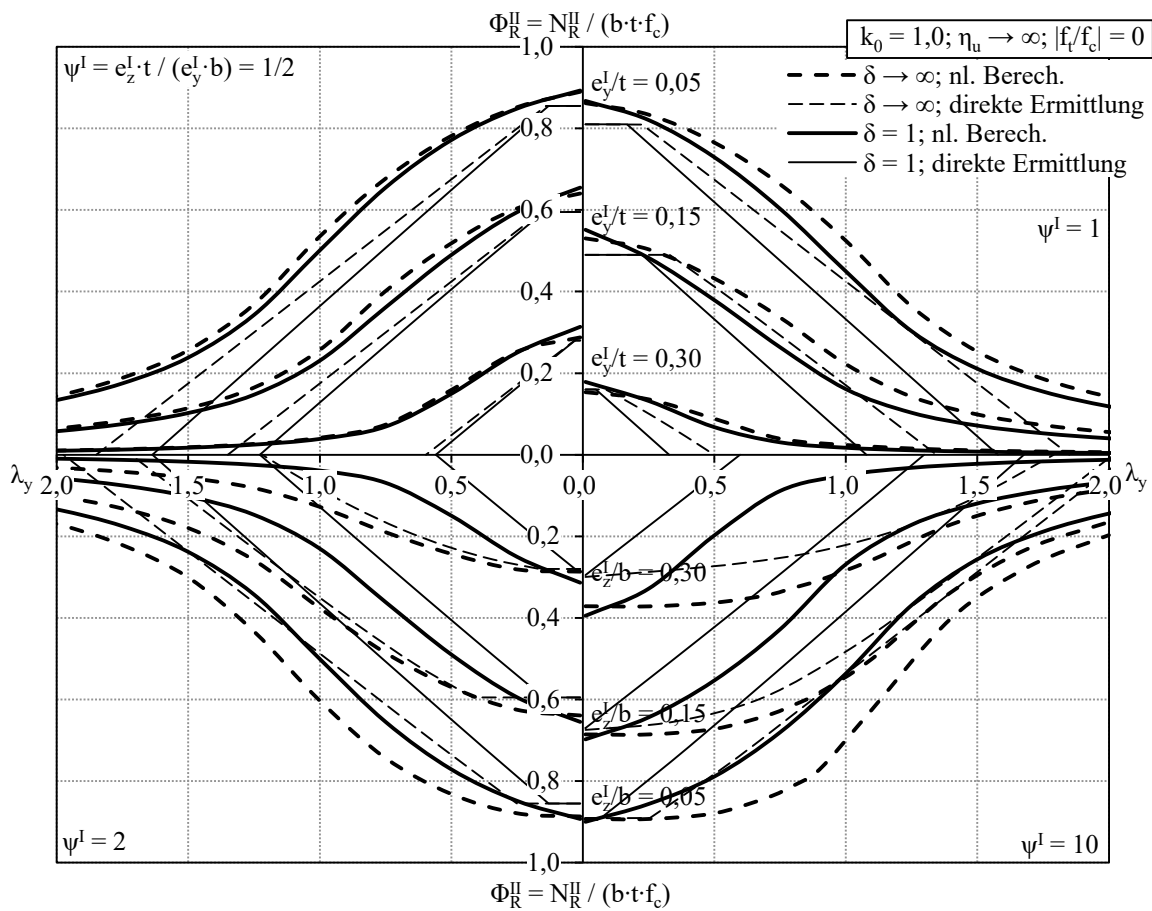


Abbildung 5-16 Systemtragfähigkeit gemäß nichtlinearer Berechnung und vorgeschlagener direkter Ermittlung

5.6 Zusammenfassung

Durch umfangreiche Vergleichsrechnungen mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4 konnte ein konsistentes nichtlineares Bemessungsverfahren entwickelt werden. Dabei führt das Bemessungsverfahren die Systemtragfähigkeit zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder auf die Tragfähigkeit ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder unter Vernachlässigung der Exzentrizität und Schlankheit senkrecht zur rechnerischen Versagensebene zurück. Der traglastmindernde Einfluss der vernachlässigten Exzentrizität wird durch die rechnerische Reduktion einer Querschnittsabmessung des Druckgliedes berücksichtigt. Die Tragfähigkeit des rechnerisch einachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes stellt eine Eingangsgröße für das nichtlineare Bemessungsverfahren dar und kann mit bestehenden Verfahren ermittelt werden. Je nach Beanspruchung ist das rechnerische Versagen in eine oder zwei Achsrichtungen zu untersuchen. Dabei ist die kleinere der beiden Traglasten die Systemtragfähigkeit des zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes. Somit werden auch mögliche Traglastminderungen infolge Seitwärtsversagens zuverlässig erfasst. Durch einen Korrekturfaktor werden die Einflüsse des werkstoffabhängigen Last-Verformungs-Verhaltens in Abhängigkeit der Belastungssituation und der Schlankheiten erfasst. Vereinfachend wird für normative Nachweise empfohlen, den Korrekturfaktor zu vernachlässigen. Aufgrund der einfachen Anwendbarkeit ist das nichtlineare Bemessungsverfahren bestens für die Baupraxis geeignet. Dabei stimmen die Traglasten des Bemessungsverfahrens gut mit denen einer genaueren nichtlinearen Berechnung überein. Somit wird eine unkomplizierte und dennoch wirklichkeitsnahe Tragfähigkeitsermittlung unbewehrter Druckglieder sichergestellt.

Für Druckglieder mit unterschiedlichen Exzentrizitäten an Kopf und Fuß wurde eine Modellbildung mit konstanten Ersatzexzentrizitäten untersucht. Mittels numerischer Vergleichsrechnungen zeigte sich, dass diese Tragwerksidealisierung für zweiachsig exzentrisch beanspruchte Druckglieder angewandt werden kann.

Zur normenkonformen Bestimmung der Systemtragfähigkeit auf Bemessungslastniveau ist das semiprobabilistische Teilsicherheitskonzept zu berücksichtigen. Das in DIN EN 1992-1-1/NA (2013) Abschnitt 5.7 geregelte γ_R -Verfahren wurde zur Bemessung bewehrter Bauteile entwickelt. Damit dieses auch für unbewehrte Druckglieder angewandt werden kann, wurde es modifiziert. Somit werden die unterschiedlichen Auswirkungen der Streuungen der Druckfestigkeit und des Elastizitätsmoduls auf die Tragfähigkeit angemessen berücksichtigt.

Weiterhin wurden die derzeit gültigen normativen Regelungen analysiert, wobei folgende Sachverhalte festzuhalten sind: Für Druckglieder aus unbewehrtem Beton weist die derzeit gültige Regelung gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) im Vergleich zur Bemessung mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell gemäß Abschnitt 4 Sicherheitsdefizite auf,

insbesondere wenn die bezogene Exzentrizität in Richtung der starken Achse größer ist als in Richtung der schwachen Achse. Die Nachweisführung auf Grundlage der Momenteninteraktion nach DIN EN 1992-1-1 (2011) ergibt vornehmlich für mittlere und große Schlankheiten sehr konservative Traglasten und ist somit nur bedingt zur Bemessung unbewehrter Betondruckglieder geeignet. Die Bemessung von Druckgliedern aus Mauerwerk gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) resultiert für viele Fälle in konservativen Traglasten. Da Verformungen in Richtung der starken Achse unberücksichtigt bleiben, sind für große Exzentrizitäten in Richtung der starken Achse in Kombination mit annähernd gleichen Schlankheiten in beide Richtungen Defizite in der derzeit gültigen Regelung zu vermerken.

Das vorgeschlagene Bemessungsverfahren kann problemlos in die bestehenden normativen Regelungen integriert werden. Hierfür wurde gezeigt, dass bei Verwendung der Traglasten für die einachsige Beanspruchung gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) und DIN EN 1996-1-1 (2010) mit und ohne deutschen nationalen Anhang DIN EN 1996-1-1/NA (2012) das vorgeschlagene Bemessungsverfahren die Tragfähigkeiten zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder zutreffend beschreibt. Zudem werden mit dem Verfahren die bestehenden Defizite eliminiert. Des Weiteren werden bei der Verwendung des Verfahrens die einschränkenden Anwendungsgrenzen zweiachsig exzentrisch beanspruchter Betondruckglieder gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) hinfällig und die konsistente Bemessung unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder auf Grundlage einfacher Handrechnungen ermöglicht.

Zudem wurde ein stark vereinfachter Vorschlag zur direkten Ermittlung der Systemtragfähigkeit entwickelt, der für alle Situationen konservative Ergebnisse liefert.

6 RESÜMEE UND AUSBLICK

6.1 Resümee

Die vorliegende Arbeit hatte als Zielsetzung, die Systemtragfähigkeit unbewehrter rechteckiger Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung wirklichkeitsnah zu bestimmen. Es konnte ein nichtlineares Berechnungsmodell zur realitätsnahen Ermittlung der Tragfähigkeit gedrungener und schlanker Druckglieder entwickelt werden, welches mittels eigener und vorhandener experimenteller Versuche erfolgreich verifiziert wurde. Zudem ist es gelungen, ein Verfahren zur normenkonformen Bemessung von Beton- und Mauerwerksdruckgliedern abzuleiten.

Für die realitätsnahe Modellierung der Werkstoffverhalten von Beton- und Mauerwerk fand in Abschnitt 2 zunächst eine Analyse des Last-Verformungs-Verhaltens bei Druck- und Zugbeanspruchung statt. Für die Beschreibung des homogenen Druckgliedes wurde die bewährte Werkstoffbeziehung gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) verwendet. Diese ermöglicht die Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung innerhalb der theoretischen Grenzfälle des linear-elastischen und starr-plastischen Werkstoffverhaltens und somit auch die konsistente Berücksichtigung der verschiedenen Werkstoffspezifika von Beton und Mauerwerk. Während für Beton die notwendigen Werkstoffkennwerte normativ zur Verfügung stehen, musste für Mauerwerk auf in der Literatur verfügbare Kennwerte zurückgegriffen werden. Dabei bestätigte die Auswertung bestehender Versuchsergebnisse, dass die verwendete Werkstoffbeziehung in Verbindung mit geeigneten Werkstoffkennwerten auch das Last-Verformungs-Verhalten von Mauerwerksbauteilen zutreffend beschreibt.

In Abschnitt 3 wurden bestehende theoretische Berechnungsverfahren sowie nationale und internationale normative Bemessungsverfahren zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit in normierter Form aufbereitet und analysiert. Wegen der dabei zugrunde liegenden vereinfachten Ansätze der verschiedenen Verfahren ergaben sich unterschiedliche Defizite, wie zum Beispiel der inkonsistente Übergang von ein- zu zweiachsig exzentrischer Beanspruchung. Zudem sind die Verfahren teilweise an einschränkende Anwendungsbereiche gebunden. Des Weiteren wurde der unbefriedigende Kenntnisstand zum Versagen infolge maßgeblicher Verformungen in Richtung der schwachen Achse bei dominierender Biegebeanspruchung um die starke Achsrichtung – Seitwärtsversagen – deutlich. Die durchgeführten Analysen und die dabei eruierten Differenzen stellten die Notwendigkeit einer wissenschaftlich abgesicherten theoretischen Lösung sowie eines geeigneten Bemessungsverfahrens heraus.

Abschnitt 4 befasste sich mit der Entwicklung eines geometrisch und physikalisch nicht-linearen Berechnungsmodells zur Bestimmung der Systemtragfähigkeit unbewehrter Druckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung. Das Modell wurde aus systematisch aufeinander aufbauenden Analysen zur wirklichkeitsnahen Berechnung der Querschnittstragfähigkeit, -krümmung und Systemtragfähigkeit entwickelt. Auf Grundlage der hergeleiteten Beziehungen zur Querschnittskrümmung ist es für linear-elastisches Werkstoffverhalten ohne Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit gelungen, analytische Berechnungsgleichungen für die Ermittlung der Systemtragfähigkeit zu bestimmen. Auch die Systemtragfähigkeit für Druckglieder mit betragsmäßig gleicher Druck- und Biegezugfestigkeit kann hiermit berechnet werden. Dies wurde durch den Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit denen der gültigen Bemessungsnormen für Stahl- und Holzkonstruktionen belegt. Da die analytische Bestimmung der Systemtragfähigkeit für nichtlineares Werkstoffverhalten gemäß DIN EN 1992-1-1 (2011) äußerst komplex ist, wurde ein numerisches Berechnungsmodell verwendet. Damit ließ sich die Näherung des analytischen Modells – die Abschätzung der Krümmungsverläufe über die Druckgliedhöhe – erfolgreich verifizieren. Zudem konnte das nichtlineare Berechnungsmodell durch die gute Übereinstimmung der Tragfähigkeiten bestehender Versuchsdurchführungen an schlanken Mauerwerksdruckgliedern mit den theoretisch ermittelten Tragfähigkeiten bestätigt werden. Die Ergebnisse der experimentell durchgeführten Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Mauersteinen ergaben, dass die beim Berechnungsmodell unterstellte Idealisierung als homogener Querschnitt auch für Mauersteine mit großen Öffnungen verwendet werden kann. Weiterhin wurde das Versagen infolge von Biegedrillknicken, Querkraft und horizontaler Last bei minimaler Normalkraftbeanspruchung betrachtet und prinzipielle Möglichkeiten zur Beschreibung der Versagensmechanismen aufgezeigt.

Mittels der durchgeführten analytischen und numerischen Untersuchungen ließen sich folgende Erkenntnisse gewinnen: Die Querschnitts- und Systemtragfähigkeit ist maßgeblich von der Völligkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie dem Entfestigungsbereich abhängig, wobei diese Auswirkungen bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung deutlich ausgeprägter sind als bei ausschließlich einachsig exzentrischer Beanspruchung. Bei annähernd linear-elastischem Werkstoffverhalten und zweiachsiger Biegedruckbeanspruchung können durch die infolge der Überschreitung der Bruchdehnung rechnerisch ausfallende Querschnittsbereiche geringe Traglaststeigerungen erzielt werden. Die rechnerische Berücksichtigung der Biegezugfestigkeit hat nur bei großen Exzentrizitäten oder Schlankheiten einen signifikanten Einfluss auf die Tragfähigkeit. Ausschließlich bei überwiegender Biegung um die starke Achse beeinflusst das Verhältnis der Schlankheiten zueinander die Systemtragfähigkeit nennenswert.

Für die Gegenüberstellung der Tragfähigkeiten der aktuell gültigen normativen Regelungen für Beton- und Mauerwerksbauteile mit denen des nichtlinearen Berechnungsmodells wurde das in Abschnitt 5.7 von DIN EN 1992-1-1/NA (2013) geregelte γ_R -Verfahren modifiziert, um damit auch unbewehrte Druckglieder zuverlässig bemessen zu können. Die Analysen für Betondruckglieder zeigten, dass die bestehende Regelung getrennter Nachweise in beide Achsrichtungen gemäß DIN EN 1992-1-1/NA (2013) die Tragfähigkeiten zumeist konservativ abschätzt. Nur bei überwiegender Biegebeanspruchung um die starke Achse wurden in Teilbereichen bemerkenswerte Tragfähigkeitsüberschätzungen festgestellt. Die Regelung auf Basis der Interaktion zwischen einwirkendem und aufnehmbarem Biegemoment um die jeweilige Achse nach DIN EN 1992-1-1/NA (2013) führte mit zunehmender Schlankheit zu erheblichen Unterschätzungen der Tragfähigkeiten. Die Untersuchung der normativen Regelung für Mauerwerksdruckglieder gemäß DIN EN 1996-1-1/NA (2012) zeigte für die meisten Bemessungssituationen konservative Tragfähigkeiten. Ausschließlich bei überwiegender Biegebeanspruchung um die starke Achse in Kombination mit annähernd gleichen Schlankheiten in beide Richtungen wurden Defizite der normativen Regelungen identifiziert.

In Abschnitt 5 wurde ein praxisgerechtes Bemessungsverfahren vorgeschlagen. Das Verfahren approximiert die Systemtragfähigkeit mit Hilfe der Tragfähigkeit ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder. Der tragfähigkeitsmindernde Einfluss der dabei vernachlässigten Exzentrizität in die andere Achsrichtung wird durch eine rechnerisch reduzierte Querschnittsabmessung berücksichtigt. Das Bemessungsverfahren ermöglicht es, jedes Verfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder auch für den allgemeingültigen Fall des zweiachsig exzentrisch beanspruchten Druckgliedes anzuwenden.

Zudem wurde demonstriert, wie einfach das vorgeschlagene Bemessungsverfahren in die jeweilige Bemessungsnorm integriert werden kann. Dabei wurden mit dem vorgeschlagenen Verfahren die Systemtragfähigkeiten zweiachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder auf Grundlage der normativ geregelten und einfach handhabbaren Traglastfunktionen ausschließlich einachsig exzentrisch beanspruchter Druckglieder ermittelt. Es zeigte sich, dass die genannten Defizite der aktuell gültigen normativen Regelungen mit Hilfe des vorgeschlagenen Bemessungsverfahrens zuverlässig eliminiert werden. Zudem können mit dem Bemessungsverfahren die derzeit bestehenden einschränkenden Anwendungsgrenzen zweiachsig exzentrisch beanspruchter Betondruckglieder ersatzlos gestrichen werden. Hierdurch werden für alle Fälle einfache Handrechnungen und die Nutzung bestehender Tragfähigkeitspotenziale ermöglicht sowie aufwendige numerische Berechnungen bei Nichteinhaltung der Anwendungsgrenzen obsolet.

6.2 Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit bleiben die Auswirkungen etwaiger Verdrehungen um die Druckgliedlängsachse sowie Profilverformungen unberücksichtigt. Wie erste Tastrechnungen zeigen, können bei großen Unterschieden der Schlankheiten in beide Richtungen tragfähigkeitsmindernde Einflüsse infolge von Verdrehungen auftreten (vgl. Abschnitt 4.4.4). Diese Verdrehungen führen in Kombination mit der vorherrschenden Drucknormalkraft zum Biegedrillknickversagen. Auch wenn in der Baupraxis kein Fall von Biegedrillknickversagen unbewehrter Druckglieder aus mineralischen Baustoffen bekannt ist, bedarf es einer wissenschaftlichen Absicherung.

Mit dem nichtlinearen Berechnungsmodell und dem vorgeschlagenen Bemessungsverfahren wird die präzise Ermittlung der Systemtragfähigkeit von Druckgliedern bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung ermöglicht. Um die Genauigkeit nicht durch zu große, zumeist auf Erfahrungswerten beruhende Sicherheitsabschläge zu schmälern, besteht weiterer Forschungsbedarf hinsichtlich der erforderlichen Sicherheitsbeiwerte zur Sicherstellung der Tragwerkszuverlässigkeit. Dabei ist es unabdingbar, die Auswirkungen der räumlichen Streuung der verschiedenen Werkstoffeigenschaften auf die Systemtragfähigkeit wirklichkeitsgetreu zu erfassen.

Wie die durchgeführten Versuche zur Bestimmung der Normalkrafttragfähigkeit zeigen, wird die Tragfähigkeit bei exzentrischer Beanspruchung durch geeignete Querschnittsgeometrien positiv beeinflusst. Diese Tragfähigkeitssteigerung kann durch auf Querschnittsebene gradierte Werkstoffeigenschaften verstärkt werden. Neben der Tragfähigkeit ließe sich durch einen verbesserten Materialeinsatz auch die Ressourceneffizienz steigern. Insbesondere vor dem Hintergrund neuartiger Fertigungsmöglichkeiten, wie dem dreidimensionalen Druck von ganzen Bauteilen, wird weiterer Forschungsbedarf in der geometrischen und stofflichen Optimierung des Querschnittes von Druckgliedern gesehen.

7 LITERATURVERZEICHNIS

Technische Regelwerke:

ACI 318M-14 (2015): Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute, Farmington Hills, March 2015.

AS 3600 (2009): Concrete Structures. Standards Limited, Sydney, 2009 with Amendment Nos 1 and 2.

AS 3700 (2011): Masonry structures. Standards Australia Limited, Sydney, 2011 with Amendment Nos 1 and 2.

CSA S23.3-14 (2014): Design of concrete structures. CSA Group, Mississauga, June 2014.

CSA S304-14 (2014): Design of masonry structures. CSA Group, Mississauga, August 2014.

ČSN EN 1996-1-1+A1 NA (2014): National Annex - Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, Prague, March 2014.

ČSN EN 1996-3/NA (2008): National Annex - Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 3: Simplified calculation methods for unreinforced masonry structures. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, Prague, June 2008.

DIN 1045-1 (2001): Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag, Berlin, Juli 2001.

DIN 1045-1 (2008): Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Beuth Verlag, Berlin, August 2008.

DIN 1045-2 (2008): Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität - Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1. Beuth Verlag, Berlin, August 2008.

DIN 1054 (2010): Baugrund - Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau - Ergänzende Regelungen zu DIN EN 1997-1. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.

DIN EN 1052-1 (1998): Prüfverfahren für Mauerwerk - Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 1998.

DIN EN 1230-13 (2014): Prüfung von Festbeton - Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbeanspruchung (Sekantenmodul). Beuth Verlag, Berlin, Juni 2014.

- DIN EN 12620 (2008):** Gesteinskörnungen für Beton. Beuth Verlag, Berlin, Juli 2008.
- DIN EN 197-1 (2011):** Zement - Teil 1: Zusammensetzung, Anforderungen und Konformitätskriterien von Normalzement. Beuth Verlag, Berlin, November 2011.
- DIN EN 1990 (2010):** Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.
- DIN EN 1990/NA (2010):** Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.
- DIN EN 1992-1-1 (2011):** Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Beuth Verlag, Berlin, Januar 2011.
- DIN EN 1992-1-1/NA (2013):** Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, in Verbindung mit Änderung A1 (2014-03). Beuth Verlag, Berlin, April 2013.
- DIN EN 1993-1-1 (2010):** Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, in Verbindung mit A1-Änderung (2014-07). Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.
- DIN EN 1993-1-1/NA (2015):** Nationaler Anhang - Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, in Verbindung mit A1-Änderung (2014-07). Beuth Verlag, Berlin, August 2015.
- DIN EN 1995-1-1 (2010):** Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, in Verbindung mit Änderung A2 (2014-07). Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.
- DIN EN 1995-1-1/NA (2013):** Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau. Beuth Verlag, Berlin, August 2013.
- DIN EN 1996-1-1 (2010):** Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.
- DIN EN 1996-1-1/NA (2012):** Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, in Verbindung mit Änderung A1 (2014-03) und A2 (2015-01). Beuth Verlag, Berlin, Mai 2012.

DIN EN 1996-3 (2010): Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 3: Vereinfachte Berechnungsmethoden für unbewehrte Mauerwerksbauten. Beuth Verlag, Berlin, Dezember 2010.

DIN EN 1996-3/NA (2012): Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 3: Vereinfachte Berechnungsmethoden für unbewehrte Mauerwerksbauten, in Verbindung mit Änderung A1 (2014-03) und A2 (2015-01). Beuth Verlag, Berlin, Januar 2012.

DIN EN 206 (2017): Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. Beuth Verlag, Berlin, Januar 2017.

DIN EN 772-1 (2016): Prüfverfahren für Mauersteine - Teil 1: Bestimmung der Druckfestigkeit. Beuth Verlag, Berlin, Mai 2016.

DIN EN 934-2 (2012): Zusatzmittel für Beton, Mörtel und Einpressmörtel - Teil 2: Betonzusatzmittel - Definitionen, Anforderungen, Konformität, Kennzeichnung und Beschriftung. Beuth Verlag, Berlin, August 2012.

DIN EN 998-2 (2017): Festlegungen für Mörtel im Mauerwerksbau - Teil 2: Mauermörtel. Beuth Verlag, Berlin, Februar 2017.

DIN V 18580 (2007): Mauermörtel mit besonderen Eigenschaften. Beuth Verlag, Berlin, März 2007.

DS/EN 1996-1-1 DK NA (2013): National Annex to Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures. Danish Standards Foundation, Nordhavn, 2013.

DS/EN 1996-3/AC (2009): National Annex to Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 3: Simplified calculation methods for unreinforced masonry structures. Danish Standards Foundation, Nordhavn, 2009.

GBJ 3-88 (1988): The National Standard of the People's Republic of China, Design Code for Masonry Structures. Building Industry Publishing House of China, Beijing, 1989.

NA to BS EN 1996-1-1 (2005): UK National Annex to Eurocode 6: Design of masonry structures – Part 1-1: General rules for reinforced and unreinforced masonry structures. BSI – British Standards Institution, London, 2005.

NA to BS EN 1996-3 (2006): UK National Annex to Eurocode 6: Design of masonry structures - Part 3: Simplified calculation methods for unreinforced masonry structures. BSI – British Standards Institution, London, 2006.

NEN-EN 1996-3+C1/NB (2011): Nationale bijlage bij NEN-EN 1996-3+C1 - Eurocode 6: Ontwerp en berekening van constructies van metselwerk - Deel 3: Vereenvoudigde berekeningsmethoden voor constructies van ongewapend metselwerk. Nederlands Normalisatie-instituut, Delft, Desember 2011.

NF EN 1996-1-1/NA (2009): Eurocode 6 - Calcul des ouvrages en maçonnerie - Partie 1-1 : Règles générales pour ouvrages en maçonnerie armée et non armée, Annexe nationale à la NF EN 1996-1-1:2006. Éditée et diffusée par l'Association Française de Normalisation, La Plaine Saint-Denis Cedex, Desember 2009.

NF EN 1996-3/NA (2009): Eurocode 6 - Calcul des ouvrages en maçonnerie - Partie 3 : Méthodes de calcul simplifiées pour les ouvrages de maçonnerie non armée, Annexe nationale à la NF EN 1996-3:2006. Éditée et diffusée par l'Association Française de Normalisation, La Plaine Saint-Denis Cedex, Desember 2009.

ÖNORM B 1996-1-1 (2009): Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Nationale Festlegungen zur ÖNORM EN 1996-1-1. Austrian Standards Institute, Wien, März 2009.

ÖNORM B 1996-3 (2009): Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten Teil 3: Vereinfachte Berechnungsmethoden für unbewehrte Mauerwerksbauten, Nationale Festlegungen und Ergänzungen zur ÖNORM EN 1996-3. Austrian Standards Institute, Wien, März 2009.

PN-EN 1996-1-1 (2010): Eurokod 6 Projektowanie konstrukcji murowych Czesé 1-1: Geguły ogólne dla zbrojonych i niezbrojonych konstrukcji murowych. Polski Komitet Normalizacyjny, Warschau, September 2010.

PN-EN 1996-3/NA (2010): Eurokod 6 Projektowanie konstrukcji murowych Czesé 3: Uprozczone metody obliczania murowych konstrukcji niezbrojonych. Polski Komitet Normalizacyjny, Warschau, September 2010.

prNBN EN 1996-1-1 - ANB (2009): Ontwerp en berekening van constructies van metselwerk Deel 1-1: Gemeenschappelijke regels voor constructies, NATIONALE BIJLAGE. Bureau for Standardisation, Brüssel, November 2009.

SN EN 1996-1-1/NA (2014): Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten - Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Nationaler Anhang NA zu SN EN 1996-1:2005. Schweizer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, Mai 2014.

TMS 402/602-16 (2016): Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures (Formerly ACI 530 and ACI 530.1). The Masonry Society, Longmont, October 2016.

UNI EN 1996-1-1 (A. n.) (2007): Eurocodice 6: Progettazione delle strutture di muratura Parte 1-1: Regole generali per strutture di muratura armata e non armata, Appendice nazionale Italiana. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, Rom, 2007.

UNI EN 1996-3 (A. n.) (2006): Eurocodice 6: Progettazione delle strutture di muratura Parte 3: Metodi di calcolo semplificato per strutture di muratura non armata, Appendice nazionale Italiana. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, Rom, 2006.

Z-17.1-1041 (2015): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung: Mauerwerk aus Planhochlochziegeln mit integrierter Wärmedämmung - bezeichnet als POROTON Planhochlochziegel T8 MW - im Dünnbettverfahren mit gedeckelter Lagerfuge. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2015.

Z-17.1-889 (2012): Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung: Mauerwerk aus POROTON Planhochlochziegeln-T10/-T11 "Mz 33" im Dünnbettverfahren. Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 2012.

Fachliteratur:

Alfes, C. (1992): Bruchmechanisches Werkstoffverhalten von Sandsteinen unter Zugbeanspruchung. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1992.

Allgöwer, G. (2001): Bemessung von Stahlbetondruckgliedern unter zweiachsiger Biegung mit Interaktionsdiagrammen nach Theorie II. Ordnung. Dissertation, Brandenburgische Technische Universität Cottbus, 2001.

Angervo, K. (1954): Über die Knickung und Tragfähigkeit eines exzentrisch gedrückten Pfeilers ohne Zugfestigkeit. Staatliche Technische Forschungsanstalt, Helsinki, 1954.

Anstötz, W. (1990): Zur Ermittlung der Biegezugfestigkeit von Kalksand-Plansteinmauerwerk. Mitteilungen aus dem Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung, Heft 61, Hannover, 1990.

Backes, H.-P. (1985): Zugfestigkeit von Mauerwerk und Verformungsverhalten unter Zugbeanspruchung. In: Mauerwerk-Kalender 10, Ernst & Sohn, Berlin, 1985.

Bakeer, T. (2015): Stability of masonry walls. Habilitation, Technische Universität Dresden, 2015.

Bakeer, T. (2016): Empirical estimation of the load bearing capacity of masonry walls under buckling – Critical remarks and a new proposal for the Eurocode 6. Construction and Building Materials 113, Elsevier, Amsterdam, 2016.

Bastgen, K. (1978): Traglastnachweis für Mauerwerk nach der Theorie II. Ordnung mit Hilfe einer nichtlinearen Momenten-Krümmungs-Beziehung. Bautechnik 10, Ernst & Sohn, Berlin, 1978.

Bell, A. J.; Phipps, M. E. (1991): The strength of masonry columns of geometric cross section. Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Deutsche Gesellschaft für Mauerwerksbau, Berlin, 1991.

Betzler, M. (1995): Untersuchungen zur Auswirkung unterschiedlicher Formen von Versuchskörpern bei der Ermittlung der Druckfestigkeit von Mauerwerk. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1995.

Böge, A.; Böge, G. (2016): Festigkeitslehre. In: Handbuch für den Maschinenbau, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2016.

Brameshuber, W. (2017): Eigenschaften von Mauersteinen, Mauermörtel, Mauerwerk und Putzen. In: Mauerwerk-Kalender 42, Ernst & Sohn, Berlin, 2017.

Brameshuber, W.; Graubohm, M. (2014): Formfaktoren für Mauersteine. Mauerwerk 18, Heft 1, Ernst & Sohn, Berlin, 2014.

- Brameshuber, W.; Graubohm, M.; Meyer, U. (2012):** Druckfestigkeit von Ziegelmauerwerk - aktuelle Auswertungen zur Festlegung von charakteristischen Mauerwerksdruckfestigkeiten in DIN EN 1996. Mauerwerk 16, Heft 1, Ernst & Sohn, Berlin, 2012.
- Brameshuber, W.; Schmidt, U.; Kang, B.-G.; Hannawald, J. (2005):** Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Schubfestigkeit von Mauerwerk. Mauerwerk 9, Heft 4, Ernst & Sohn, Berlin, 2005.
- Christiansen, P. (2012):** Dokument N490. Ausschuss CEN/TC250/SC6, Comité Européen de Normalisation (unveröffentlicht), Paris, 2012.
- Cordes, H. (1968):** Über die Spannungsdehnungslinie von Beton bei kurzzeitiger Lasteinwirkung. Dissertation, Technische Universität Hannover, 1968.
- Cornelissen, H. A. W.; Hordijk, D. A.; Reinhardt, H. W. (1986):** Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete. Heron 31, No. 2, 1986.
- DAfStb (2012):** Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). Heft 600, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 2012.
- Das, S.; Liu, J.; Sayed, M. E.; Kenno, S. (2014):** Effect of height-to-thickness ratio on compressive strength of masonry. The Masonry Society Journal 32, No. 1, 2014.
- DBV (2011):** Beispiele zur Bemessung nach Eurocode 2. Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein, Band 1: Hochbau, Ernst & Sohn, Berlin, 2011.
- Desayi, P.; Krishnan, S. (1964):** Equation for the stress-strain curve of concrete. American Concrete Institute Journal 61, No. 3, American Concrete Institute, 1964.
- Drysdale, R. G.; Hamid, A. A. (1982):** Tensile strength of brick masonry. International Journal of Masonry Construction 2, No. 4, United Trade Press, London, 1982.
- Duda, H. (1991):** Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Heft 419, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag, Berlin, 1991.
- Eibl, J. (1992):** Nichtlineare Traglastermittlung/Bemessung. Beton- und Stahlbetonbau 87, Heft 6, Ernst & Sohn, Berlin, 1992.
- EnEV (2016):** Verordnung über energiesparenden Wärmeschutz und energiesparende Anlagentechnik bei Gebäuden - Zweite Verordnung zur Änderung der Energieeinsparverordnung. Bundesgesetzblatt, Jahrgang 2013, Teil I, Nr. 67, Bonn, 2013.
- Engesser, F. (1889):** Die Knickfestigkeit gerader Stäbe. Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover, Band 35, 1889.

Enßlin, M. (1941): Hütte - Des Ingenieurs Taschenbuch. 27. Auflage, I. Band, Akademischer Verein Hütte, Berlin, 1941.

Euler, L. (1744): Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti. Lausanne und Genf, 1744.

Fattal, S. G.; Cattaneo, L. E. (1976): Structural performance of masonry walls under compression und flexure. Building Science Series 73, National Bureau of Standards, Washington, 1976.

Fehling, E.; Ismail, M.; Samaan, S.; Meyer, U. (2015): Flexural tensile test with vertically perforated clay unit masonry with thin layer mortar - Biegezugversuche an Planziegelmauerwerk. European Journal of Masonry - Mauerwerk 19, Heft 5, Ernst & Sohn, Berlin, 2015.

fib (2010): Model Code 2010. International Federation for Structural Concrete (fib), Lausanne, 2010 (First published in 2012).

Fingerloos, F.; Finckh, W.; Hochreiter, H.; Ignatiadis, A.; Jenisch, F.-M.; Landgraf, M.; Prietz, F.; Schmitt, W.; Schuster, K.; Schwabach, E. (2015): Verbesserung der Praxistauglichkeit der Baunormen durch pränormative Arbeit - Teilantrag 2: Betonbau. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 2015.

Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K. (2016): Eurocode 2 für Deutschland. 2. überarbeitete Auflage, Ernst & Sohn und Beuth Verlag, Berlin, 2016.

Förster, V. (2017): Tragfähigkeit unbewehrter schlanker Betondruckglieder - Schiefe Biegung mit Normalkraft. 58. Forschungskolloquium, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Technische Universität Kaiserslautern, 2017.

Förster, V.; Graubner, C.-A. (2016): Design of basement walls under lateral earth pressure. In: Brick and Block Masonry: Proceedings of the 16th International Brick and Block Masonry Conference in Padova, Raylor & Francis Group, London, 2016.

Förster, V.; Graubner, C.-A. (2017): Slender Unreinforced Masonry Members under Axial Load and Biaxial Bending. 13th Canadian Masonry Symposium, Halifax, 2017.

Fuchssteiner, W. (1957): Gründungen. In: Beton-Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 1957.

Führer, W. (1971): Die Stabilität von Wänden aus Mauerwerk. Dissertation Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1971.

Gaede, K. (1968): Knicken von Stahlbetonstäben mit quadratischem Querschnitt in Richtung einer Diagonalen unter Kurz- und Langzeitbelastung. Mitteilung aus dem Institut für Materialprüfung der Technischen Universität Hannover, Heft 7, 1968.

- Galgoul, N. S. (1978):** Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung. Dissertation, Technische Universität München, 1978.
- Galgoul, N. S. (1985):** Beitrag zur Bemessung von schlanken Stahlbetonstützen für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Kurzzeit- und Dauerbelastung. Heft 361, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1985.
- Gasser, E.; Galgoul, N. S. (1986):** Praktisches Verfahren zur Bemessung schlanker Stahlbetonstützen unter Berücksichtigung zweiachsiger Biegung. Beton- und Stahlbetonbau 81, Heft 7, Berlin, 1986.
- Glock, C. (2004):** Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände - Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2004.
- Glowienka, S. (2007):** Zuverlässigkeit von Mauerwerk aus großformatigen Steinen - Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2007.
- Goretzky, W. (2000):** Tragfähigkeit druckbeanspruchten Mauerwerks aus festigkeits- und verformungsstreuenden Mauerstein und -mörteln. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg, 2000.
- Graubner, C.-A.; Alfes, C.; Brameshuber, W.; Jäger, W.; Seim, W. (2015):** Verbesserung der Praxistauglichkeit der Baunormen durch pränormative Arbeit - Teilantrag 5: Mauerwerksbau. Abschlussbericht. F 2959, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 2015.
- Graubner, C.-A.; Brehm, E.; Jäger, W.; Reichel, S. (2008):** Bemessung von Mauerwerk nach DIN 1053-11 und DIN 1053-13. Mauerwerk 12, Heft 6, Ernst & Sohn, Berlin, 2008.
- Graubner, C.-A.; Förster, V. (2014):** Erweiterung des vereinfachten Nachweisverfahren von DIN EN 1996-3/NA für hohe Wände aus Kalksandstein. Forschungsbericht F15-13-2014, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2014.
- Graubner, C.-A.; Förster, V. (2015):** Simplified design concept for slender masonry walls - Vereinfachter Stabilitätsnachweis knickgefährdeter Mauerwerkswände. European Journal of Masonry - Mauerwerk 19, Heft 6, Ernst & Sohn, Berlin, 2015.
- Graubner, C.-A.; Förster, V.; Schmitt, M. (2014a):** Standsicherheit von Kellerwänden bei drückendem Wasser. Mauerwerk 18, Heft 5, Ernst & Sohn, Berlin, 2014.

- Graubner, C.-A.; Schmitt, M.; Förster, V. (2014b):** Erweiterte Anwendungsgrenzen von DIN EN 1996-3/NA für Ziegelmauerwerk bei weit gespannten, teilaufliegenden Decken. Mauerwerk 18, Heft 6, Ernst & Sohn, Berlin, 2014.
- Graubner, C.-A.; Schmitt, M.; Förster, V. (2017):** Tragfähigkeitstabellen für unbewehrtes Mauerwerk nach DIN EN 1996-3/NA. In: Mauerwerksbau - Praxishandbuch für Tragwerksplaner, Beuth Verlag, Berlin, 2017.
- Grübl, P.; Weigler, H.; Karl, S. (2001):** Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften. 2. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin, 2001.
- Grzeschkowitz, R. (1988):** Zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbetonstützen unter besonderer Berücksichtigung der schiefen Biegung. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1988.
- Grziwa, U. (2017):** Zuverlässigkeit schlanker UHPC-Druckglieder mit räumlich streuenden Materialeigenschaften. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2017.
- Habel, A. (1958):** Knicken senkrecht zur Kraftebene. Beton- und Stahlbetonbau 53, Heft 8, Ernst & Sohn, Berlin, 1958.
- Habel, A. (1962):** Knickberechnung von Stahlbetonsäulen mit Rechteckquerschnitt bei zweiachsiger ausmittiger Normalkraft. VDI-Zeitschrift, Heft 23, 1962.
- Haller, P. (1949):** Knickfestigkeit von Mauerwerk aus künstlichen Steinen. Schweizerische Bauzeitung 67, Heft 38, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 1949.
- Haller, P. (1969a):** Load Capacity of Brick Masonry. Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products, Gulf Publishing Company, Houston, 1969.
- Haller, P. (1969b):** Load Capacity of Brick Masonry. The International Conference on Masonry Structural Systems, Austin, 1969.
- Hatzinikolas, M.; Longworth, J.; Warwaruk, J. (1978):** Concrete Masonry Walls. Structural Engineering Report No. 70, University of Alberta, Canada, 1978.
- Hegger, J.; Dreßen, T.; Will, N. (2007):** Zur Tragfähigkeit unbewehrter Betonwände. Beton- und Stahlbetonbau 102, Heft 5, Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- Heilmann, H.G. (1969):** Beziehung zwischen Zug- und Druckfestigkeit von Beton. Beton 19, Beton-Verlag, Düsseldorf, 1969.
- Henke, M.; Fischer, O. (2014):** Formoptimierte filigrane Stäbe aus UHPC und korrosionsfreier Bewehrung für variable räumliche Stabtragwerke. In: Leicht Bauen mit Beton - Forschung im Schwerpunktprogramm 1542, Dresden, 2014.

- Hillerborg, A.; Modéer, M.; Peterson, P. E. (1976):** Analysis of Crack-Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements. Cement and Concrete Research 6, Pergamon Press, 1976.
- Hilsdorf, H.K. (1967):** Investigation into failure mechanism of brick masonry loaded in axial compression. In: Designing, Engineering and Constructing with Masonry Products, Gulf Publishing Company, Houston, 1967.
- Hülsendünker, A. (1964):** Maximale Bodenpressung unter rechteckigen Fundamenten bei Belastung mit Momenten in beiden Achsrichtungen. Bautechnik 41, Heft 8, Verlag für Bauwesen, Berlin, 1964.
- Jäger, W. (2012):** Leserforum - Zum Eurocode 6 - Fragen und Antworten. Mauerwerk 16, Heft 2, Ernst & Sohn, Berlin, 2012.
- Jäger, W.; Pech, A. (2015):** Druckfestigkeit von Mauerwerk - zur statischen Auswertung von Versuchsdaten mithilfe von Potenzfunktionen als Grundlage für den Eurocode 6. In: Mauerwerk-Kalender 40, Ernst & Sohn, Berlin, 2015.
- Jäger, W.; Pflücke, T.; Bakeer, T.; Christiansen, P. D. (2014):** Buckling of masonry with low modulus of elasticity. 9th International Masonry Conference, International Masonry Society, Guimarães, 2014.
- Jäger, W.; Pflücke, T.; Vassilev, T.; Baier, G.; Morlack, F. (2002):** Knicksicherheit von Mauerwerk nach EC 6. Untersuchungen zur Knicksicherheit von Mauerwerksbauteilen mit Berücksichtigung großer Exzentrizitäten und nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach ENV 1996-1-1. Abschlussbericht. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 2002.
- Johnson, J. B.; Bryan, C. W.; Turneaure, F. E.; Kinne, W. S. (1916):** The theory and practice of modern framed structures. Designed for the use of schools and for engineers in professional practice. Part III: Design, 9 ed., John Wiley & Sons, New York, 1916.
- Kármán, T. (1910):** Untersuchungen über Knickfestigkeit. Forschungshefte des Vereins deutscher Ingenieure, Heft 81, Berlin, 1910.
- Kickler, J. (2003):** Bruchmechanische Berechnungsmethoden im Mauerwerksbau. Bautechnik 80, Heft 8, Ernst & Sohn, Berlin, 2003.
- Kirtschig, K. (1975):** Zur Tragfähigkeit von Mauerwerk bei mittiger Druckbeanspruchung. Heft 31, Mitteilungen aus dem Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung, Technische Universität Hannover, 1975.
- Kirtschig, K. (1976):** Tragfähigkeit von Mauerwerk bei vertikaler Belastung. In: Mauerwerk-Kalender 1, Ernst & Sohn, Berlin, 1976.

Kirtschig, K.; Anstötz, W. (1991): Knickuntersuchung an Mauerwerksproben. Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Deutsche Gesellschaft für Mauerwerks- und Wohnungsbau, Berlin, 1991.

Kirtschig, K.; Geldhaus, P.; Gallenkemper, B.; Schöner, W. (1975): Aufbereitung eines Traglastverfahrens für den Mauerwerksbau. Heft 30, Mitteilungen aus dem Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung, Technische Universität Hannover, 1975.

Kirtschig, K.; Karsten, D. (1981): Formfaktoren für die Prüfung von Mauersteinen. In: Mauerwerk-Kalender 6, Ernst & Sohn, Berlin, 1981.

Kollbrunner, C. F.; Meister, M. (1961): Knicken, Biegedrillknicken, Kippen - Theorie und Berechnung von Knickstäben - Knickvorschriften. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1961.

Kolodziejczyk, A. (2015): Untersuchungen zum Kippen schlanker Stahlbeton- und Spannbetonträger mit beliebiger Geometrie mit der nichtlinearen FEM. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2015.

König, G.; Tue, N.; Ahner, C. (1997): Consistent safety format. CEB Bulletin d'Information, No. 239, Comité Euro-International du Béton, Lausanne, 1997.

König, G.; Tue, N.; Pommerening, D. (1995a): Safety concept for the application of nonlinear analysis in the design of concrete structures - General considerations. CEB Bulletin d'Information, No. 229, 1995.

König, G.; Tue, N.; Pommerening, D. (1995b): Safety concept for the application on nonlinear analysis in the design of concrete structures - General considerations. Darmstadt Concrete - Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Vol. 10, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 1995.

Kordina, K. (1956): Stabilitätsuntersuchungen an Beton- und Stahlbetonsäulen. Dissertation, Technische Universität München, 1956.

Kordina, K.; Quast, U. (1979): Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Ausgabe Dezember 1978 - Nachweis der Knicksicherheit. Heft 220, 2. überarbeitete Auflage, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1979.

Kordina, K.; Rafla, K.; Hjorth, O. (1973): Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung mit Achsdruck. Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau, Technische Universität Braunschweig, 1973.

Kordina, K.; Rafla, K.; Hjorth, O. (1976): Traglast von Stahlbetondruckgliedern unter schiefer Biegung. Heft 265, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1976.

- Kukulski, W.; Lugez, J. (1966):** Résistance des murs en béton non armé soumis a des charges verticales. Théorie - expérimentation. No. 79, Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Bâtiment, Paris, 1966.
- Lau, C. J. K. (1990):** The strength of masonry walls and columns of geometric cross section subjected to axial load and bending. PhD Thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology, 1990.
- Leonhardt, F; Mönnig, E. (1984):** Vorlesung über Massivbau - Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- Lusche, M. (1972):** Beitrag zum Bruchmechanismus von auf Druck beanspruchten Normal- und Leichtbeton mit geschlossenem Gefüge. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1972.
- Mann, W. (1979):** Grundlagen für die Bemessung von Ingenieurmauerwerk. In: Mauerwerk-Kalender 4, Ernst & Sohn, Berlin, 1979.
- Mann, W. (1983):** Druckfestigkeit von Mauerwerk - Eine statische Auswertung von Versuchsergebnissen in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen. In: Mauerwerk-Kalender 8, Ernst & Sohn, Berlin, 1983.
- Mann, W. (1991):** Basics of Design of Masonry Walls subjected to Vertical Loads and Buckling according to the Present Draft of Eurocode EC 6 and Comparison with Experimental Data. Proceedings of the 9th International Brick an Block Masonry Conference, Deutsche Gesellschaft für Mauerwerksbau, Bonn, 1991.
- Mann, W. (1992):** Grundlagen der Bemessung gemauerter Wände unter vertikaler Belastung nach Eurocode EC 6 unter Berücksichtigung der Knickgefahr. In: Mauerwerk-Kalender 17, Ernst & Sohn, Berlin, 1992.
- Mann, W. (1992):** Zug- und Biegezugfestigkeit von Mauerwerk - theoretische Grundlagen und Vergleich mit Versuchsergebnissen. In: Mauerwerk-Kalender 17, Ernst & Sohn, Berlin, 1992.
- Mark, P. (2004):** Fundamentgestaltung und Sohlspannungsberechnung mit Optimierungsmethoden und Tabellenkalkulation. Bautechnik 81, Heft 1, Ernst & Sohn, Berlin, 2004.
- Marzahn, G. (2000):** Vorgespanntes Trockenmauerwerk - Trag- und Verformungsverhalten. Dissertation, Universität Leipzig, 2000.
- Mehlhorn, G. (1970):** Ein Beitrag zum Kipp-Problem bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1970.
- Meyer, A. (2005):** Zum Tragverhalten von Injektionsdübln in Mauerwerk. Dissertation Universität Stuttgart, 2005.

Meyer, U.; Schubert, P. (1992): Spannungs-Dehnungs-Linien von Mauerwerk. In: Mauerwerk-Kalender 17, Ernst & Sohn, Berlin, 1992.

Mohamed, A.; Hughes, T.G.; Mustapha, A. (2011): The effect of scale on the structural behaviour of masonry under compression. Construction and Building Materials 25, Elsevier, Amsterdam, 2011.

Mohr, O. (1928): Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik. 3. Auflage, Nr. 7, Ernst & Sohn, Berlin, 1928.

Morton, J. (1991): The design of masonry compression members of irregular planform. The Structural Engineer 69, No. 4, 1991.

Müller, D.; Förster, V.; Graubner, C.-A. (2017a): Influence of Material Spatial Variability on the Reliability of Masonry Walls in Compression. 13th Canadian Masonry Symposium, Halifax, 2017.

Müller, D.; Förster, V.; Graubner, C.-A. (2017b): Influence of material spatial variability on required safety factors for masonry walls in compression - Einfluss räumlicher Materialstreuungen auf den erforderlichen Sicherheitsbeiwert für druckbeanspruchte Mauerwerkswände. European Journal of Masonry - Mauerwerk 21, Heft 4, Ernst & Sohn, Berlin, 2017.

Müller, H. S.; Wiens, U. (2017): Beton. In: Beton-Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 2017.

Naser, A. (1996): Untersuchungen zu schlanken Stahlbeton-Druckgliedern mit schiefer Biegung. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1996.

Navier, C.-L.-M.-H. (1829): Résumé des Leçons de mécanique. École des Ponts et Chaussées, Paris, 1829.

Nowak, B. (1981): Die historische Entwicklung des Knickstabproblems und dessen Behandlung in den Stahlbaunormen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt Darmstadt, 1981.

Ohler, A. (1986): Zur Berücksichtigung der Druckfestigkeit von Mauerwerk unter Berücksichtigung der mehrachsigen Spannungszustände in Stein und Mörtel. Bautechnik 63, Heft 5, Ernst & Sohn, Berlin, 1986.

Olsen, P. C.; Quast, U. (1982): Anwendungsgrenzen von vereinfachten Bemessungsverfahren für schlanke, zweiachsig ausmittig beanspruchte Stahlbetondruckglieder. Heft 332, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1982.

Pauli, W. (1990): Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1990.

- Pauli, W.; Bellman, J. (2006):** Kippstabilität nach DIN 1045-1. Beitrag zum 19. SOFiSTiK-Seminar, Köln, 2006.
- Petersen, C. (1980):** Statik und Stabilität der Baukonstruktionen - Elasto- und plastostatische Berechnungsverfahren druckbeanspruchter Tragwerke: Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen. Vieweg, Braunschweig, 1980.
- Pfeifer, G.; Ramcke, R.; Achtziger, J.; Zilch, K.; Schätz, M. (2001):** Mauerwerk Atlas. Institut für internationale Architektur-Dokumentation, München, 2001.
- Pfeiffer, U.; Quast, U. (2003):** Nichtlineares Berechnen stabförmiger Bauteile. Beton- und Stahlbetonbau 98, Heft 9, Ernst & Sohn, Berlin, 2003.
- Pflücke, T. (2006):** Traglastbestimmung druckbeanspruchter Mauerwerkswände am Ersatzstabmodell unter wirklichkeitsnaher Berücksichtigung des Materialverhaltens. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2006.
- Phipps, M. E. (1987):** The design of slender masonry walls and columns of geometric cross-section to carry vertical loads. The Structural Engineer 65A, No. 12, 1987.
- Phipps, M. E.; Bell, A. J.; Swailes, T. (1994a):** Masonry Column Tests. Proceedings of the Third International Masonry Conference, London, 1994.
- Phipps, M. E.; Bell, A. J.; Yang, L. (1994b):** Slender Brickwork Columns. Proceedings of the 10th International Brick and Block Masonry Conference, Masonry Council of Canada, Calgary, 1994.
- Phipps, M. E.; Lau, C. K. J. (1989):** The Strength of Masonry Columns of Geometric Cross section under Axial Load and Bending. 5th Canadian Masonry Symposium, Vancouver, 1989.
- Phipps, M. E.; Lau, C. K. J. (1990):** The Load Carrying Capacity of Masonry Walls and Columns fo Geometric Cross Section. Proceedings No. 4, British Masonry Society, Stoke-on-Trent, 1990.
- Phipps, M. E.; Yang, L.; Bell, A. J. (1993):** Tests on Brickwork Columns of Geometric Shape. Annual Conference, Canadian Society for Civil Engineering, Fredericton, 1993.
- Pluijm, van der, R. (1997):** Non-Linear Behaviour of Masonry under Tension. Heron 42, 1997.
- Pohl, K. (1918):** Zahlentafeln zur Bestimmung der Nulllinie und der größten Eckpressung im Rechteckquerschnitt bei Lastangriff außerhalb des Kerns und Ausschluß von Zugspannungen. Der Eisenbau 8, Heft 10, 1918.

Polónyi, S. (2014): Zu viel Stahl im Beton - Stahlbeton - 120 Jahre Welterfolg auf der Basis eines falschen Ansatzes. Beton und Stahlbetonbau 109, Heft 9, Ernst & Sohn, Berlin, 2014.

Quast, U. (2004): Stützenbemessung. In: Beton Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 2004.

Quast, U. (2007): Nichtlineare Statik im Stahlbetonbau. Bauwerk-Verlag, Berlin, 2007.

Quast, U. (1970a): Geeignete Vereinfachungen für die Lösung des Traglastproblems der ausmittig gedrückten prismatischen Stahlbetonstütze mit Rechteckquerschnitt. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1970.

Quast, U. (1970b): Traglastnachweis für Stahlbetonstützen nach der Theorie II. Ordnung mit Hilfe einer vereinfachten Momenten-Krümmungsbeziehung. Beton- und Stahlbetonbau 65, Heft 11, Ernst & Sohn, Berlin, 1970.

Rafla, K. (1974): Praktisches Verfahren zur Bemessung schlanker Stahlbetonstützen mit Rechteckquerschnitt bei schiefer Biegung mit Achsdruck. Der Bauingenieur 49, Heft 11, Springer-Verlag, Berlin, 1974.

Rasch, C. (1962): Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. Heft 154, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin, 1962.

Remmel, G. (1993): Zum Tragverhalten hochfester Betone und seinem Einfluss auf die Querkrafttragfähigkeit von schlanken Bauteilen ohne Schubbewehrung. Dissertation Technische Hochschule Darmstadt, 1993.

Ritter, K. W. (1899): Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung 33, Zürich, 1899.

Röder, F.-K. (2015): Kippstabilität von Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Heft 23, 2. überarbeitete und aktualisierte Auflage, Kassel University Press, Kassel, 2015.

Rüsch, H. (1975): Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit. Beton 25, Heft 2, Beton-Verlag, Düsseldorf, 1975.

Saenz, L. P. (1964): Equation for the stress-strain of concrete. American Concrete Institute Journal 64, No. 3, American Concrete Institute, Detroit, 1964.

Sargin, M. (1968): Stress-strain relationship for concrete and the analysis for structural concrete sections. PhD thesis, University of Waterloo, 1968.

Schellbach, G. (1979): Einfluß des Formates auf die Festigkeit des Ziegels und die Tragfähigkeit der Wand (Formfaktor). Die Ziegelindustrie 32, Heft 4, 1979.

Schmidt, U. (2014): Bruchmechanischer Beitrag zur Biegezugfestigkeit von Mauerwerk. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2014.

- Schmidt, A.; Curbach, M. (2016):** Zentrische Druckversuche an schlanken UHPC-Stützen - Unbewehrte schlanke Stützen: Ein Tabu? - Diskussion über Potenzial und Gefahr. Beton- und Stahlbetonbau 111, Heft 9, Ernst & Sohn, Berlin, 2016.
- Schmidt, A.; Curbach, M.; Henke, M.; Fischer, O. (2013):** Formvariationen von Druckgliedern. Beton- und Stahlbetonbau 108, Heft 11, Ernst & Sohn, Berlin, 2013.
- Schmidt, U.; Schubert, P. (2004):** Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk - Teil 2: Biegezugfestigkeit. In: Mauerwerk Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 2004.
- Schmitt, M.; Graubner, C.-A.; Förster, V. (2015):** Minimum vertical load on masonry walls – a realistic view - Mindestauflast auf Mauerwerkswände – eine realitätsnahe Betrachtung. European Journal of Masonry - Mauerwerk 19, Heft 4, Berlin, 2015.
- Schneider, K.-J.; Schubert, P.; Wormuth, R. (1999):** Mauerwerksbau. 6. Auflage, Werner-Verlag, Düsseldorf, 1999.
- Schubert, P. (1997):** Biegezugfestigkeit von Mauerwerk - Untersuchungsergebnisse an kleinen Wandprüfkörpern. In: Mauerwerk-Kalender 22, Ernst & Sohn, Berlin, 1997.
- Schubert, P.; Glitza, H. (1979):** Festigkeits- und Verformungskennwerte von Mauersteinen und Mauermörtel. Bautechnik 56, Heft 10, Ernst & Sohn, Berlin, 1979.
- Schubert, P.; Glitza, H. (1982):** Druckfestigkeit und σ - ε -Linie von Mauerwerk. Forschungsbericht F 105, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1982.
- Schubert, P.; Graubohm, M. (2007):** Eigenschaftswerte von Leichtbetonsteinen unter Zugbeanspruchung. Mauerwerk 11, Heft 1, Ernst & Sohn, Berlin, 2007.
- Schubert, P.; Meyer, U. (1990):** Harmonisierung europäischer Baubestimmungen - Eurocode 6 Mauerwerksbau - Ermittlung von charakteristischen Spannungs-Dehnungs-Linien von Mauerwerk. Forschungsbericht F 330, Rheinisch-Westfälische Technischen Hochschule Aachen, 1990.
- Shi, C.; Liu, G. (1991a):** Analysis of the Load-Bearing Capacity for Compressive Members of Brick Masonry under Bi-Eccentric Loads. Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Deutsche Gesellschaft für Mauerwerksbau, Berlin, 1991.
- Shi, C.; Liu, G. (1991b):** An Experimental Investigation of the Load-Bearing Capacity of Brick Masonry under Bi-Eccentric Compression. Proceedings of the 9th International Brick/Block Masonry Conference, Deutsche Gesellschaft für Mauerwerksbau, Berlin, 1991.
- Six, M. (2001):** Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2001.

Spaethe, G. (1992): Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. 2. Auflage, Springer-Verlag, Wien, 1992.

Spangenberg, H. (1925): Graphische Bestimmung der Normalspannungen in geraden Stäben. Bauingenieur 6, Ernst & Sohn, Berlin, 1925.

Stark, J.; Wicht, B. (2013): Dauerhaftigkeit von Beton. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2013.

Tetmajer, L. (1896): Die Gesetze der Knickfestigkeit der rechnerisch wichtigsten Baustoffe. Mitteilungen der Anstalt zur Prüfung von Baumaterialien, Heft 8, Eidgenössisches Polytechnikum, Zürich, 1896.

Teutsch, M.; Kordina, K. (1982): Versuche an Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. Heft 334, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Ernst & Sohn, Berlin, 1982.

Timoshenko, S. P. (1953): History of Strength of Materials - With a brief account of the history of theory of elasticity and theory of structures. McGraw-Hill, New York, 1953.

Vassilev, T.; Jäger, W. (2004): Numerische Simulation des Knickverhaltens von Mauerwerk. Bautechnik 81, Heft 6, Ernst & Sohn, Berlin, 2004.

Warner, R. F. (1974): Tragfähigkeit und Sicherheit von Stahlbetonstützen unter ein- und zweiachsig exzentrischer Kurzzeit und Dauerbelastung. Heft 236, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, 1974.

Wischers, G. (1978): Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton. Beton 28, Heft 2, Beton-Verlag, Düsseldorf, 1978.

Yang, L. (1995): Behaviour of masonry columns of geometric sections subjected to eccentric axial load. PhD Thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology, 1995.

Yang, L.; Bell, A. J.; Phipps, M. E. (1997): The Capacities of Short Columns of Geometric Section Carrying Eccentric Axial Load. 11th International Brick/Block Masonry Conference, Shanghai, 1997.

Yokel, F. Y.; Dikkers, R. D. (1971): Strength of Load-Bearing Masonry Walls. Journal of the Structural Division, 97, American Society of Civil Engineers, 1971.

Yokel, F. Y.; Dikkers, R. D. (1973): Closure to Strength of Load-Bearing Masonry Walls. Journal of the Structural Division, 99, American Society of Civil Engineers, 1973.

Yu, H.; Shi, C.; Song, Z. (1997): The Study on Load-Bearing Capacity of Masonry Slender Column under Bi-Eccentric Compression. 11th International Brick/Block Masonry Conference, Tongji University, Shanghai, 1997.

Dissertationsreihe

Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner

Institut für Massivbau

Technische Universität Darmstadt

- Heft 1: **Stefan Kempf (2001)**
Technische und wirtschaftliche Bewertung der Mindestbewehrungsregeln für Stahlbetonbauteile
- Heft 2: **Katja Reiche (2001)**
Nachhaltigkeitsanalyse demontagegerechter Baukonstruktionen – Entwicklung eines Analysemodells für den Entwurf von Gebäuden
- Heft 3: **Michael Six (2001)**
Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau
- Heft 4: **Eric Simon (2002)**
Schubtragverhalten von Mauerwerk aus großformatigen Steinen
- Heft 5: **Holger Schmidt (2003)**
Versagenswahrscheinlichkeit unbewehrter Wand-Decken-Verbindungen bei Gasexplosionen im Fertigteilbau
- Heft 6: **Andreas Bachmann (2003)**
Ein wirklichkeitsnaher Ansatz der böenerregten Windlasten auf Hochhäuser in Frankfurt/Main
- Heft 7: **Duy Tien Nguyen (2004)**
Rotationskapazität von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen mit Schubrissbildung
- Heft 8: **Gert Wolfgang Riegel (2004)**
Ein softwaregestütztes Berechnungsverfahren zur Prognose und Beurteilung der Nutzungskosten von Bürogebäuden
- Heft 9: **Christian Glock (2004)**
Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände – Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung
- Heft 10: **Kati Herzog (2005)**
Lebenszykluskosten von Baukonstruktionen – Entwicklung eines Modells und einer Softwarekomponente zur ökonomischen Analyse und Nachhaltigkeitsbeurteilung von Gebäuden

- Heft 11: **Andreas Garg (2006)**
Spannungszustände in Fahrbahnplatten weit gespannter Stahlverbundbrücken – Empfehlungen für die Herstellung der Ortbeton-Fahrbahnplatte von Talbrücken mit der Schalwagenmethode
- Heft 12: **Tilo Proske (2007)**
Frischbetondruck bei Verwendung von Selbstverdichtendem Beton – Ein wirklichkeitsnahes Modell zur Bestimmung der Einwirkungen auf Schalung und Rüstung
- Heft 13: **Simon Glowienka (2007)**
Zuverlässigkeit von Mauerwerkswänden aus großformatigen Steinen – Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung
- Heft 14: **Alexander Renner (2007)**
Energie- und Ökoeffizienz von Wohngebäuden – Entwicklung eines Verfahrens zur lebenszyklusorientierten Bewertung der Umweltwirkungen unter besonderer Berücksichtigung der Nutzungsphase
- Heft 15: **Guido Hausmann (2007)**
Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften
- Heft 16: **Stefan Daus (2007)**
Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen – Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis von oberflächlich geklebter Bewehrung
- Heft 17: **Thomas Kranzler (2008)**
Tragfähigkeit überwiegend horizontal beanspruchter Aussteifungsscheiben aus unbewehrtem Mauerwerk
- Heft 18: **Lars Richter (2009)**
Tragfähigkeit nichttragender Wände aus Mauerwerk – Ein nichtlineares Berechnungsmodell und Bemessungsverfahren für biegebeanspruchte Innen- und Außenwände
- Heft 19: **Markus Spengler (2010)**
Dynamik von Eisenbahnbrücken unter Hochgeschwindigkeitsverkehr - Entwicklung eines Antwortspektrums zur Erfassung der dynamischen Tragwerksreaktion

- Heft 20: **Linh Ngoc Tran (2011)**
Berechnungsmodell zur vereinfachten Abschätzung des Ermüdungsverhaltens von Federplatten bei Fertigträgerbrücken
- Heft 21: **Carmen Schneider (2011)**
Steuerung der Nachhaltigkeit im Planungs- und Realisierungsprozess von Büro- und Verwaltungsgebäuden – Entwicklung eines Instrumentes zur Vorbewertung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität
- Heft 22: **Frank Ritter (2011)**
Lebensdauer von Bauteilen und Bauelementen – Modellierung und praxisnahe Prognose
- Heft 23: **Benjamin von Wolf-Zdekauer (2011)**
Energieeffizienz von Anlagensystemen zur Gebäudekühlung – Ein nutzenbezogener Bewertungsansatz
- Heft 24: **Eric Brehm (2011)**
Reliability of Unreinforced Masonry Bracing Walls – Probabilistic Approach and Optimized Target Values
- Heft 25: **Carolin Roth (2011)**
Lebenszyklusanalyse von Baukonstruktionen unter Nachhaltigkeitsgesichtspunkten – Ein Beitrag zur Beurteilung der Nachhaltigkeit von Gebäuden bei ungewissem Lebensweg
- Heft 26: **Kay-Uwe Thorn (2013)**
Neuentwicklung eines Ladungsrückhaltesystems aus textilbewehrten Betonfertigteilen
- Heft 27: **Andreas Greck (2013)**
Straßenbrücken mit einteiligem Verbundquerschnitt – Optimierung des Betonierablaufs der Fahrbahnplatte und Entwicklung eines Vorschlags zur vereinfachten globalen Systemberechnung beim Einsatz mehrerer Schalwagen
- Heft 28: **Martin Heimann (2013)**
Tragwerkszuverlässigkeit hochbeanspruchter Druckglieder aus ultrahochfestem Beton
- Heft 29: **Torsten Mielecke (2013)**
Nachhaltigkeitsbewertung von Einfamilienhäusern – Ein Beitrag zur Beurteilung und Optimierung der Nachhaltigkeitsqualität von kleinen Wohngebäuden

- Heft 30: **Sebastian Pohl (2013)**
*Nachhaltigkeit im Gebäudebetrieb – Ein Vorschlag zur Diversifizierung des-
bau- und immobilienwirtschaftlichen Zertifizierungsregimes in Deutschland*
- Heft 31: **Stefan Hainer (2015)**
*Karbonatisierungsverhalten von Betonen unter Einbeziehung klinkerreduzier-
ter Zusammensetzungen – Ein Modell zur Abschätzung des Karbonatisie-
rungsfortschrittes*
- Heft 32: **Achim Knauff (2016)**
*Heizwärmeerzeugung mit Solarthermie, Geothermie und Photovoltaik für
Büro- und Verwaltungsgebäude*
- Heft 33: **Ulf Grziwa (2017)**
*Zuverlässigkeit schlanker UHPC-Druckglieder mit räumlich streuenden Ma-
terialeigenschaften*
- Heft 34: **Björn Freund (2017)**
*Frischbetondruck lotrechter, geneigter und gekrümmter Betonbauteile bei
Verwendung von Betonen mit hoher Fließfähigkeit*
- Heft 35: **Gökhan Uysal (2017)**
*Kostenrisiken von Industriebauten mit flexiblen Nutzungsszenarien – Ein Be-
rechnungsmodell für die Investitionsentscheidung unter Verwendung probabi-
listischer Methoden*
- Heft 36: **Moien Rezvani (2017)**
*Shrinkage model for concrete made of limestone-rich cements – An approach
from cement paste to concrete*
- Heft 37: **Claudia Weißmann (2017)**
*Effizienter Einsatz erneuerbarer Energieträger in vernetzten Wohnquartieren
– Entwicklung eines simulationsbasierten Verfahrens zur energetischen, öko-
logischen und ökonomischen Bewertung*
- Heft 38: **Markus Blatt (2017)**
Beitrag zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetondeckenknoten
- Heft 39: **Michael Schmitt (2017)**
*Tragfähigkeit ausfachender Mauerwerkswände unter Berücksichtigung der
verformungsbasierten Membranwirkung*
- Heft 40: **Valentin Förster (2018)**
*Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zwei-
achsig exzentrischer Beanspruchung*

Valentin Förster

Tragfähigkeit unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder bei zweiachsig exzentrischer Beanspruchung

Druckglieder, wie Stützen und Wände, dienen primär zum vertikalen Lastabtrag und erfahren Biegemomente infolge der Verdrehungen angrenzender Bauteile wie Decken oder Unterzüge. Sofern Verdrehungen um zwei Achsen auftreten oder das Druckglied neben einer einachsigen Biegung um die schwache Achse als Teil des Aussteifungssystems durch horizontale Kräfte in Richtung der starken Achse beansprucht wird, wirken Biegemomente um zwei Achsen. Obwohl unbewehrte Druckglieder aus Beton und Mauerwerk nennenswerte Biegemomente abtragen können, liegt für die Ermittlung der Tragfähigkeit bei schiefer Biegebeanspruchung kein adäquates Berechnungsverfahren vor.

Um die bestehenden Tragfähigkeitspotenziale unbewehrter Beton- und Mauerwerksdruckglieder mit rechteckigem Querschnitt nutzen zu können, wird ein nichtlineares Berechnungsmodell zur wirklichkeitsnahen Bestimmung der Tragfähigkeit entwickelt und in ein praxisgerechtes Bemessungsverfahren überführt. Grundlagen dafür sind systematisch aufeinander aufbauende Analysen zur Querschnittstragfähigkeit, -krümmung und Systemtragfähigkeit, wobei unterschiedliche Werkstoffverhalten ebenso berücksichtigt werden wie die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung für schlanke Druckglieder.